

Victor Martins Gomes

**Teste da sensibilidade dos algoritmos de
inversão do traço a diversas ondaletas**

Niterói

2014, Dezembro

Victor Martins Gomes

Teste da sensibilidade dos algoritmos de inversão do traço a diversas ondaletas

Monografia apresentada ao Curso de Graduação em Geofísica da Universidade Federal Fluminense, como requisito parcial para obtenção do Grau de Bacharel. Área de Concentração: Geociências.

Universidade Federal Fluminense - UFF

Departamento de Geologia e Geofísica

Programa de Graduação em Geofísica

Orientador: Marco Antonio Cetale Santos

Niterói

2014, Dezembro

Victor Martins Gomes

Teste da sensibilidade dos algoritmos de inversão do traço a diversas ondaletas/
Victor Martins Gomes. – Niterói, 2014, Dezembro-
162 p. : il. (algumas color.) ; 30 cm.

Orientador: Marco Antonio Cetale Santos

Tese (Graduação) – Universidade Federal Fluminense - UFF
Departamento de Geologia e Geofísica
Programa de Graduação em Geofísica, 2014, Dezembro.

1. Inversão Sísmica. 2. Estimativa da Ondaleta. I. Marco Antonio Cetale Santos. II. Universidade Federal Fluminense. III. Departamento de Geociências. IV. Teste da sensibilidade dos algoritmos de inversão do traço a diversas ondaletas.

CDU 02:141:005.7

Victor Martins Gomes

Teste da sensibilidade dos algoritmos de inversão do traço a diversas ondaletas

Monografia apresentada ao Curso de Graduação em Geofísica da Universidade Federal Fluminense, como requisito parcial para obtenção do Grau de Bacharel. Área de Concentração: Geociências.

Trabalho aprovado. Niterói, 12 de Dezembro de 2014:

Marco Antonio Cetale Santos
Orientador

Denis Lage Ferreira da Silva

Djalma Manuel Soares Filho

Niterói
2014, Dezembro

*Este trabalho é dedicado a todas aquelas pessoas que,
diariamente, dedicam-se em transformar o impossível em possível.*

Agradecimentos

Agradeço primeiramente a minha família, em especial a meus pais e minha irmã, por ter garantido o suporte necessário para que até aqui eu chegasse. Sem o suportes destas, as pessoas mais importantes na minha vida, certamente não teria chegado até aqui. Adiciono aqui meus agradecimentos a minha madrinha pelo carinho, atenção e conselhos de vida nas horas em que precisava.

Agradeço a Shayane Paes Gonzalez pelo total suporte, de diversas formas, durante o período em que me dediquei a escrita deste trabalho. Agradeço também pelo companheirismo e tempo dedicado a mim.

Agradeço ao meu orientador, Marco Antonio Cetale Santos, pelo suporte ao longo da minha graduação da UFF, pela amizade e confiança depositada em mim.

Agradeço aos integrantes do ISIS por me apoiar e ajudar quando preciso. Dentre eles o Denis por sempre esclarecer minhas dúvidas quanto ao MATLAB e mais recentemente LaTeX. Também ao Victor Almeida pelo incentivo e amizade.

Ao Denis e ao Djalma agradeço por aceitarem o convite para participar na minha banca.

Agradeço a todos os professores do LAGEMAR que participaram no meu crescimento intelectual como geofísico e cidadão.

Finalmente agradeço a UFF por ser a instituição que me proporcionou chegar até aqui.

*“Não vos amoldeis às estruturas deste mundo,
mas transformai-vos pela renovação da mente,
a fim de distinguir qual é a vontade de Deus:
o que é bom, o que Lhe é agradável, o que é perfeito.
(Bíblia Sagrada, Romanos 12, 2)*

Resumo

A estimativa da ondaleta ou pulso sísmico, é uma etapa de grande importância no processamento e análise dos dados sísmicos. Métodos de inversão sísmica do traço, como *narrow band*, *sparse spike* e *model based*, necessitam de uma informação a respeito da ondaleta, de modo que a solução da inversão, uma vez que esta não é única, pode ser restrita ao se comparar o traço sísmico com os traços sintéticos gerados pela convolução do modelo utilizado na inversão e a ondaleta estimada. Além de auxiliar na inversão, uma boa estimativa da ondaleta possibilita que um filtro inverso com menos incerteza seja produzido na etapa de deconvolução determinística, enquanto na amarração de poço, uma melhor correlação entre o traço sísmico e o perfil do poço é possível. Os métodos de estimativa da ondaleta, em sua grande parte, podem ser divididos em dois tipos, dependendo da utilização ou não de informações de perfis de poço, estes são: métodos estatísticos e métodos determinísticos. Este trabalho objetiva-se em testar a sensibilidade dos algoritmos de inversão do traço a diversas ondaletas. A estimativa das ondaletas é feita utilizando diversos métodos, tanto estatísticos quanto determinísticos. Uma análise das ondaletas estimadas e dos resultados da inversão com os diferentes métodos de estimativa de ondaletas possibilitará relacionar a incerteza na estimativa da ondaleta com a incerteza no resultado da inversão. Os métodos de inversão e estimativa da ondaleta foram implementados no MATLAB. Os testes foram realizados com dados sintéticos.

Palavras-chaves: estimativa da ondaleta. inversão sísmica. *narrow band*. *model based*. *sparse spike*.

Abstract

The estimation of the wavelet or seismic pulse, is a very important step in the processing and analysis of seismic data. Seismic inversion methods as narrow band, sparse spike and model based, require information about the wavelet so that the inversion solution, since it is not unique, may be restricted by comparing the seismic trace with the synthetic traces generated by the convolution of the model used in the inversion and the estimated wavelet. Besides helping in the seismic inversion, a good estimate of the wavelet enables an inverse filter with less uncertainty to be produced in a deterministic deconvolution step, while tying well logs, a better correlation between the seismic trace and the well is possible. The methods of wavelet estimation, for the most part, can be divided into two classes, depending on the use or not of the well log information, these are: statistical methods and deterministic methods. This work is aimed to test the sensitivity of seismic inversion algorithms to different wavelets. The estimation of wavelets is done using several methods, both statistical and deterministic. An analysis of estimated wavelet and the inversion results with different wavelet estimation methods allows to relate the uncertainty in the estimated wavelet with uncertainty in the result of the inversion. The inversion wavelet estimation methods were implemented in MATLAB. Synthetic data were used.

Key-words: seismic wavelet estimation. seismic inversion. narrow band. model based. sparse spike.

Lista de ilustrações

| | |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figura 1 – Exemplos de ondaletas de fase mínima, máxima e mista. | 23 |
| Figura 2 – Pulso Ricker com frequência central de 30 hertz | 24 |
| Figura 3 – Análise do espectro de amplitude e autocorrelação de um sinal aleatório | 28 |
| Figura 4 – Ondaletas, seus inversos por expansão polinomial e a saída obtida . . . | 32 |
| Figura 5 – Ondaletas, seus inversos por mínimos quadrados e a saída obtida . . . | 35 |
| Figura 6 – Modelo convolucional representando a filtragem de uma ondaleta do tipo Ricker com um modelo de refletividade sintético. Destaque para as reflexões obscurecidas devido a pequena separação entre os deltas. . . . | 45 |
| Figura 7 – Representação esquemática da deconvolução Wiener | 47 |
| Figura 8 – Representação esquemática da deconvolução por máxima verossimilhança | 55 |
| Figura 9 – Métodos de inversão sísmica. | 79 |
| Figura 10 – Fluxo para inversão <i>sparse spike</i> | 82 |
| Figura 11 – Modelo Marmousi e o traço número 276 deste. Este modelo foi utilizado para análise da performance dos algoritmos de inversão. | 90 |
| Figura 12 – Modelo Marmousi e o traço número 276 deste convertidos para o tempo. Este modelo foi o utilizado para cálculo do simograma sintético e posterior análise da performance dos algoritmos de inversão. | 91 |
| Figura 13 – Modelo de camadas paralelas e o traço número 276 deste convertidos para o tempo. Este modelo foi o utilizado para cálculo do simograma sintético e posterior análise da performance do algoritmo de inversão GLI. | 92 |
| Figura 14 – Ondaletas Ormsby de fase zero, sua fase mínima correspondente, seus espectros de frequência e os traços gerados com elas. Observa-se o deslocamento gerado pela mudança na fase. | 95 |
| Figura 15 – Ondaletas Ricker de fase zero, sua fase mínima correspondente, seus espectros de frequência e os traços gerados com elas. Observa-se o pequeno deslocamento, em comparação com a Ormsby, gerado pela mudança na fase. | 96 |
| Figura 16 – Estimativa da ondaleta Ormsby de fase mínima com método da Transformada de Hilbert. (a) Estimativa sem ruído e (b) com ruído. | 97 |
| Figura 17 – Estimativa da ondaleta Ormsby de fase zero com método da Transformada de Hilbert. (a) Estimativa sem ruído e (b) com ruído. | 97 |
| Figura 18 – Estimativa da ondaleta Ricker de fase mínima com método da Transformada de Hilbert.(a) Estimativa sem ruído e (b) com ruído. | 98 |
| Figura 19 – Estimativa da ondaleta Ricker de fase zero com método da Transformada de Hilbert. (a) Estimativa sem ruído e (b) com ruído. | 98 |

| | |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Figura 20 – Estimativa da ondaleta Ormsby de fase mínima com método de Inversão dupla Wiener-Levinson. (a) Estimativa sem ruído e (b) com ruído. . . . | 99 |
| Figura 21 – Estimativa da ondaleta Ormsby de fase zero com método de Inversão dupla Wiener-Levinson. (a) Estimativa sem ruído e (b) com ruído. . . . | 99 |
| Figura 22 – Estimativa da ondaleta Ricker de fase mínima com método de Inversão dupla Wiener-Levinson. (a) Estimativa sem ruído e (b) com ruído. . . . | 100 |
| Figura 23 – Estimativa da ondaleta Ricker de fase zero com método de Inversão dupla Wiener-Levinson. (a) Estimativa sem ruído e (b) com ruído. . . . | 100 |
| Figura 24 – Estimativa da ondaleta Ormsby de fase mínima com método de Filtragem Cepstral. (a) Estimativa sem ruído e (b) com ruído. | 101 |
| Figura 25 – Estimativa da ondaleta Ormsby de fase zero com método de Filtragem Cepstral. (a) Estimativa sem ruído e (b) com ruído. | 101 |
| Figura 26 – Estimativa da ondaleta Ricker de fase mínima com método de Filtragem Cepstral. (a) Estimativa sem ruído e (b) com ruído. | 102 |
| Figura 27 – Estimativa da ondaleta Ricker de fase zero com método de Filtragem Cepstral. (a) Estimativa sem ruído e (b) com ruído. | 102 |
| Figura 28 – Estimativa da ondaleta Ormsby de fase mínima com método de Suavização do Espectro e APC. (a) Estimativa sem ruído e (b) com ruído. . | 103 |
| Figura 29 – Estimativa da ondaleta Ormsby de fase zero com método de Suavização do Espectro e APC. (a) Estimativa sem ruído e (b) com ruído. | 103 |
| Figura 30 – Estimativa da ondaleta Ricker de fase mínima com método de Suavização do Espectro e APC. (a) Estimativa sem ruído e (b) com ruído. | 104 |
| Figura 31 – Estimativa da ondaleta Ricker de fase zero com método de Suavização do Espectro e APC. (a) Estimativa sem ruído e (b) com ruído. | 104 |
| Figura 32 – Deconvolução MED no traço 276 do Marmousi se adição de ruído. . . . | 106 |
| Figura 33 – Deconvolução MED no traço 276 do Marmousi com adição de ruído de desvio padrão $\sigma = 10^{-3}$ | 106 |
| Figura 34 – Deconvolução FMED no traço 276 do Marmousi se adição de ruído. . . | 107 |
| Figura 35 – Deconvolução FMED no traço 276 do Marmousi com adição de ruído de desvio padrão $\sigma = 10^{-3}$ | 107 |
| Figura 36 – Deconvolução <i>spiking</i> no traço 276 do Marmousi sem adição de ruído. . | 108 |
| Figura 37 – Deconvolução <i>spiking</i> no traço 276 do Marmousi com adição de ruído de desvio padrão $\sigma = 10^{-3}$ | 109 |
| Figura 38 – Deconvolução <i>spiking</i> no traço 276 do Marmousi com adição de ruído de desvio padrão $\sigma = 10^{-3}$ mais pré-branqueamento. | 109 |
| Figura 39 – Deconvolução <i>spiking</i> no traço 276 do Marmousi com adição de ruído de desvio padrão $\sigma = 2.5^{-3}$ | 110 |
| Figura 40 – Deconvolução <i>spiking</i> no traço 276 do Marmousi com adição de ruído de desvio padrão $\sigma = 2.5^{-3}$ mais pré-branqueamento. | 110 |

| | |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Figura 41 – Deconvolução IRLS no traço 276 do Marmousi sem ruído. | 112 |
| Figura 42 – Deconvolução IRLS no traço 276 do Marmousi com adição de ruído de desvio padrão $\sigma = 10^{-3}$ e parâmetro de pré-branqueamento $\mu = 1$ | 112 |
| Figura 43 – Deconvolução IRLS no traço 276 do Marmousi com adição de ruído de desvio padrão $\sigma = 10^{-3}$ e parâmetro de pré-branqueamento $\mu = 0.1$ | 113 |
| Figura 44 – Deconvolução IRLS no traço 276 do Marmousi com adição de ruído de desvio padrão $\sigma = 10^{-3}$ e parâmetro de pré-branqueamento $\mu = 0.01$ | 113 |
| Figura 45 – Deconvolução IRLS no traço 276 do Marmousi com adição de ruído de desvio padrão $\sigma = 10^{-3}$ e parâmetro de pré-branqueamento $\mu = 0.001$ | 114 |
| Figura 46 – Inversão <i>Narrow Band</i> do Marmousi sem adição de ruído. | 116 |
| Figura 47 – Inversão <i>Narrow Band</i> do Marmousi com adição de ruído de desvio padrão $\sigma = 10^{-3}$ e parâmetro de pré-branqueamento $\mu = 0.6$ | 117 |
| Figura 48 – Inversão <i>Narrow Band</i> do Marmousi com adição de ruído de desvio padrão $\sigma = 2.5^{-3}$ e parâmetro de pré-branqueamento $\mu = 0.01$ | 117 |
| Figura 49 – Inversão <i>Narrow Band</i> do Marmousi sem adição de ruído, com ondaleta estimada pelo método da Transformada de Hilbert e parâmetro de pré-branqueamento $\mu = 0.2$ | 118 |
| Figura 50 – Inversão <i>Narrow Band</i> do Marmousi com adição de ruído de desvio padrão $\sigma = 2.5^{-3}$, estimativa da ondaleta pelo método da Transformada de Hilbert e parâmetro de pré-branqueamento $\mu = 0.08$ | 119 |
| Figura 51 – Inversão <i>Narrow Band</i> do Marmousi gerado com fonte de 5 Hertz com adição de ruído de desvio padrão $\sigma = 2.5^{-3}$, estimativa da ondaleta pelo método da Transformada de Hilbert e parâmetro de pré-branqueamento $\mu = 15$ | 119 |
| Figura 52 – Inversão <i>Sparse Spike</i> IRLS do Marmousi sem adição de ruído. | 120 |
| Figura 53 – Inversão <i>Sparse Spike</i> IRLS do Marmousi com adição de ruído de desvio padrão $\sigma = 10^{-3}$, parâmetro de pré-branqueamento $\mu = 0.01$ e 100 iterações por traço. | 121 |
| Figura 54 – Inversão <i>Sparse Spike</i> IRLS do Marmousi com adição de ruído de desvio padrão $\sigma = 2.5^{-3}$ e parâmetro de pré-branqueamento $\mu = 0.07$ | 121 |
| Figura 55 – Inversão <i>Sparse Spike</i> IRLS do Marmousi com adição de ruído de desvio padrão $\sigma = 10^{-3}$ e parâmetro de pré-branqueamento $\mu = 0.1$ | 122 |
| Figura 56 – Inversão <i>Sparse Spike</i> IRLS do Marmousi com adição de ruído de desvio padrão $\sigma = 10^{-3}$, parâmetro de pré-branqueamento $\mu = 0.01$ e 1000 iterações por traço. | 122 |
| Figura 57 – Inversão <i>Sparse Spike</i> IRLS do Marmousi sem adição de ruído, parâmetro de pré-branqueamento $\mu = 0.0008$ e estimativa da ondaleta utilizando método da Transformada de Hilbert. | 124 |

| | |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Figura 58 – Inversão <i>Sparse Spike</i> IRLS do Marmousi com adição de ruído de desvio padrão $\sigma = 10^{-3}$, parâmetro de pré-branqueamento $\mu = 0.006$ e estimativa da ondaleta utilizando método da Transformada de Hilbert. | 124 |
| Figura 59 – Inversão <i>Sparse Spike</i> IRLS do Marmousi sem adição de ruído, parâmetro de pré-branqueamento $\mu = 0.001$ e estimativa da ondaleta utilizando método da Inversão dupla Wiener-Levinson. | 125 |
| Figura 60 – Inversão <i>Sparse Spike</i> IRLS do Marmousi com adição de ruído de desvio padrão $\sigma = 10^{-3}$, parâmetro de pré-branqueamento $\mu = 0.009$ e estimativa da ondaleta utilizando método da Inversão dupla Wiener-Levinson. | 125 |
| Figura 61 – Inversão <i>Sparse Spike</i> IRLS do Marmousi sem adição de ruído, parâmetro de pré-branqueamento $\mu = 0.001$ e estimativa da ondaleta utilizando método de suavização espectral. | 126 |
| Figura 62 – Inversão <i>Sparse Spike</i> IRLS do Marmousi com adição de ruído de desvio padrão $\sigma = 10^{-3}$, parâmetro de pré-branqueamento $\mu = 0.009$ e estimativa da ondaleta utilizando método de suavização espectral. | 126 |
| Figura 63 – Inversão Bayesiana utilizando a norma L_1 do traço 276 do Marmousi sem adição de ruído e com ondaleta original. | 127 |
| Figura 64 – Inversão Bayesiana utilizando a norma <i>Cauchy</i> do traço 276 do Marmousi sem adição de ruído e com ondaleta original. | 128 |
| Figura 65 – Inversão Bayesiana utilizando a norma <i>Huber</i> do traço 276 do Marmousi sem adição de ruído e com ondaleta original. | 128 |
| Figura 66 – Inversão Bayesiana utilizando a norma <i>Cauchy</i> do traço 276 do Marmousi com adição de ruído de desvio padrão $\sigma = 10^{-3}$ e com ondaleta original. | 129 |
| Figura 67 – Inversão Bayesiana utilizando a norma <i>Cauchy</i> do traço 276 do Marmousi sem adição de ruído e com ondaleta estimada pelo Método de Inversão dupla Wiener-Levinson. | 130 |
| Figura 68 – Inversão Bayesiana utilizando a norma <i>Cauchy</i> do traço 276 do Marmousi sem adição de ruído e com ondaleta estimada pelo método de Suavização do Espectro e APC. | 130 |
| Figura 69 – Inversão Bayesiana utilizando a norma <i>Cauchy</i> do traço 276 do Marmousi sem adição de ruído e com ondaleta estimada pelo método da Transformada de Hilbert. | 131 |
| Figura 70 – Inversão Bayesiana utilizando a norma <i>Cauchy</i> do traço 276 do Marmousi com adição de ruído de desvio padrão $10e^{-3}$ e com ondaleta estimada pelo método da Transformada de Hilbert. | 131 |
| Figura 71 – Inversão <i>Sparse Spike</i> com método de Wang (2011) sem adição de ruído e 1000 iterações por traço. | 132 |

| | |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Figura 72 – Inversão <i>Sparse Spike</i> com método de Wang (2011) sem adição de ruído e 1000 iterações. | 133 |
| Figura 73 – Inversão <i>Sparse Spike</i> com método de Wang (2011) com adição de ruído de desvio padrão $\sigma = 10e^{-3}$ e 500 iterações. | 134 |
| Figura 74 – Inversão <i>Sparse Spike</i> com método de Wang (2011) com adição de ruído de desvio padrão $\sigma = 10e^{-3}$ e 400 iterações. | 134 |
| Figura 75 – Inversão <i>Sparse Spike</i> com método de Wang (2011) sem adição de ruído e ondaleta estimada com método de Inversão dupla Wiener-Levinson. | 135 |
| Figura 76 – Inversão <i>Sparse Spike</i> com método de Wang (2011) sem adição de ruído e ondaleta estimada com método da Transformada de Hilber. | 135 |
| Figura 77 – Inversão <i>Sparse Spike</i> com método de Wang (2011) sem adição de ruído e ondaleta estimada com método de SUavização espectral e APC. | 136 |
| Figura 78 – Modelo Inicial utilizado para Inversão GLI. | 137 |
| Figura 79 – Modelo Estimado utilizando a Inversão GLI com ruído aditivo ($\sigma = 5e^{-3}$). | 138 |
| Figura 80 – Ondaletas real, inicial e estimada utilizando a Inversão GLI com ruído aditivo ($\sigma = 5e^{-3}$). | 138 |
| Figura 81 – Modelo Estimado utilizando a Inversão GLI com ruído aditivo ($\sigma = 10e^{-3}$). | 139 |
| Figura 82 – Ondaletas real, inicial e estimada utilizando a Inversão GLI com ruído aditivo ($\sigma = 10e^{-3}$). | 139 |
| Figura 83 – Sinal e suas componentes par e ímpar. | 161 |

Sumário

| | | |
|------------|---------------------------------------------------|-----------|
| 1 | INTRODUÇÃO | 17 |
| 2 | REFERENCIAIS TEÓRICOS | 19 |
| 2.1 | Modelo Convolutacional Estacionário | 19 |
| 2.1.1 | Refletividade (Série de coeficientes de reflexão) | 21 |
| 2.1.2 | Ondaleta sísmica - Assinatura da Fonte Sísmica | 22 |
| 2.1.3 | Ruído | 25 |
| 2.1.4 | Análise no Domínio da Frequência | 26 |
| 2.1.5 | Conclusões | 30 |
| 2.2 | Filtragem Inversa | 30 |
| 2.2.1 | Filtros Inversos por Mínimos Quadrados (FIMQ) | 33 |
| 2.2.2 | Filtros Ótimos de Wiener | 35 |
| 2.2.3 | Conclusões | 38 |
| 2.3 | Métodos de otimização do tipo Gradiente | 38 |
| 2.3.1 | Gradiente Descendente - <i>Steepest Descent</i> | 39 |
| 2.3.2 | Quasi - Newton | 39 |
| 2.3.3 | Gradiente Conjugado - <i>Conjugate Gradient</i> | 41 |
| 2.3.4 | Métodos de busca - <i>Line Search</i> | 42 |
| 2.3.5 | Conclusões | 43 |
| 2.4 | Conclusão | 43 |
| 3 | DECONVOLUÇÃO | 45 |
| 3.1 | Deconvolução Wiener | 46 |
| 3.1.1 | Deconvolução <i>spiking</i> | 46 |
| 3.1.2 | Deconvolução preditiva | 48 |
| 3.1.3 | Pré-branqueamento e Deconvolução com ruído | 49 |
| 3.1.4 | Conclusão | 51 |
| 3.2 | Deconvolução Sparse-Spike | 51 |
| 3.2.1 | Deconvolução por mínima entropia (MED) | 51 |
| 3.2.2 | Deconvolução por máxima verossimilhança (MLD) | 53 |
| 3.2.3 | Deconvolução pela norma L1 | 55 |
| 3.2.4 | Conclusão | 57 |
| 3.3 | Não-estacionariedade da ondaleta | 57 |
| 3.3.1 | Deconvolução variante no tempo (NSD) | 58 |
| 3.3.2 | Branqueamento espectral variante no tempo | 58 |
| 3.3.3 | Filtragem inversa Q | 59 |

| | | |
|------------|------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| 3.3.4 | Deconvolução não-estacionária | 60 |
| 3.3.4.1 | Filtragem não-estacionária | 60 |
| 3.3.4.2 | Modelo convolucional não-estacionário | 62 |
| 3.3.4.3 | O método NSD | 62 |
| 3.3.4.4 | Conclusão | 63 |
| 3.4 | Conclusão | 63 |
| 4 | ESTIMATIVA DA ONDALETA | 65 |
| 4.1 | Revisão bibliográfica dos métodos de estimativa da ondaleta | 65 |
| 4.2 | Métodos de estimativa utilizados | 67 |
| 4.2.1 | Método da Transformada Hilbert (Método de Kolmogorov) | 67 |
| 4.2.2 | Inversão dupla Wiener-Levinson | 69 |
| 4.2.3 | Filtragem Cepstral | 70 |
| 4.2.4 | Suavização e Correção automática de fase (APC) | 72 |
| 4.3 | Conclusão | 72 |
| 5 | PROCESSAMENTO PRÉ-INVERSÃO | 74 |
| 5.1 | Considerações a respeito do processamento | 74 |
| 5.2 | Conclusão | 75 |
| 6 | TEORIA DA INVERSÃO E INVERSÃO ACÚSTICA | 76 |
| 6.1 | Análise dos problemas inversos | 76 |
| 6.2 | Inversão linear por mínimos quadrados | 77 |
| 6.3 | Métodos de inversão acústica | 78 |
| 6.3.1 | Inversão Recursiva <i>Narrow Band</i> | 79 |
| 6.3.2 | Inversão <i>Sparse Spike</i> | 81 |
| 6.3.2.1 | Inversão Bayesiana | 82 |
| 6.3.2.2 | Inversão com regularização pela norma L1 | 84 |
| 6.4 | Inversão baseada no modelo (<i>Model Based</i>) | 86 |
| 6.4.1 | Inversão Linear Generalizada para dados sísmicos (GLI) | 87 |
| 6.5 | Conclusão | 89 |
| 7 | METODOLOGIA | 90 |
| 7.1 | Conclusão | 93 |
| 8 | ANÁLISE DOS RESULTADOS | 94 |
| 8.1 | Estimativa da Ondaleta | 94 |
| 8.1.1 | Análise do método da Transformada de Hilbert | 96 |
| 8.1.2 | Análise do método Inversão dupla Wiener-Levinson | 98 |
| 8.1.3 | Análise do método Filtragem Cepstral | 100 |
| 8.1.4 | Análise do método Suavização do espectro e APC | 102 |

| | | |
|------------|--------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| 8.2 | Análise da Deconvolução | 104 |
| 8.2.1 | Análise Deconvolução MED e FMED | 105 |
| 8.2.2 | Análise Deconvolução <i>Spiking</i> | 108 |
| 8.2.3 | Análise Deconvolução IRLS | 111 |
| 8.3 | Análise da Inversão | 114 |
| 8.3.1 | <i>Narrow Band</i> | 115 |
| 8.3.2 | Inversão IRLS | 120 |
| 8.3.3 | Inversão Bayesiana | 126 |
| 8.3.4 | Método de Wang (2011) | 131 |
| 8.3.5 | GLI - Inversão Linear Generalizada para dados sísmicos | 136 |
| 8.4 | Conclusão | 139 |
| 9 | CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS | 142 |
| 9.1 | Conclusões sobre o trabalho | 142 |
| 9.2 | Sugestões para trabalhos futuros | 143 |
| | Referências | 144 |
| | APÊNDICES | 154 |
| | APÊNDICE A – DESENVOLVIMENTO PARA A EQUAÇÃO 2.8 | 155 |
| | APÊNDICE B – DECONVOLUÇÃO POR MÍNIMA ENTROPIA - ALGORITMO DE WIGGINS | 156 |
| | APÊNDICE C – TRANSFORMADA DE HILBERT E MÉTODO PARA ESTIMATIVA DA FASE DA ONDALETA | 158 |
| C.1 | Transformada de Hilbert | 158 |
| C.2 | Estimativa da fase da ondaleta pela Transformada de Hilbert | 160 |

1 Introdução

Através do uso de métodos geofísicos, procura-se inferir a geologia de subsuperfície, comumente com objetivos exploratórios. A escolha do método utilizado irá variar de acordo com o alvo que se objetiva. O método mais difundido hoje em dia, é, indiscutivelmente o sísmico. Este método apresenta possivelmente a melhor alternativa geofísica quanto ao custo-benefício. Ao mesmo tempo que consegue obter informações a respeito de uma grande região, consegue manter um nível de resolução alto e um custo operacional relativamente baixo, ainda mais quando comparado a perfuração de poço.

Inferir a geologia envolve a aplicação de técnicas de inversão dos dados sísmicos a fim de encontrar parâmetros do modelo que se deseja estimar. Um desses parâmetros é conhecido por impedância acústica e carrega a informação a respeito da densidade e velocidade de propagação da onda sísmica na rocha.

O objetivo da inversão acústica é gerar um modelo de impedância para a subsuperfície, de forma que os dados sintéticos gerados através da convolução da ondaleta estimada dos dados sísmicos e a refletividade associada ao modelo sejam o mais similares possíveis em relação ao dado sísmico utilizado na inversão. Algoritmos de inversão como os recursivos exigem, além de uma estimativa da ondaleta, uma estimativa da refletividade da subsuperfície. O processo capaz de estimar a refletividade é a deconvolução.

A partir desta discussão é possível destacar três métodos de tratamento dos dados sísmicos fundamentais para gerar um modelo de impedância e obter informações a respeito da geologia da subsuperfície. O estudo destes é o objetivo deste trabalho. Desta forma a sensibilidade dos algoritmos de inversão será analisada em relação a diversas ondaletas. É esperado que uma boa estimativa da ondaleta levará a uma boa estimativa do modelo de impedância acústica.

Tendo em vista este estudo, o segundo capítulo deste trabalho procura revisar a teoria necessária para compreender os capítulos seguintes. Discute-se nesse, a respeito do modelo convolucional da filtragem inversa e de métodos para otimização de problemas não-lineares. O modelo convolucional é como a subsuperfície é interpretada pelos algoritmos de inversão aqui estudados, ele modela um traço sísmico como a convolução de uma ondaleta e a refletividade (ROBINSON, 1954).

O terceiro capítulo trata do problema de deconvolução expondo diversas técnicas existentes, as quais podem ser divididas em clássicas, *sparse spike* e deconvolução não-estacionária.

O quarto capítulo trata da estimativa da ondaleta, realizando uma revisão dos

métodos atualmente existentes dos quais vários podem ser encontrados em Osman e Robinson (1996).

O quinto capítulo tratará do tema: processamento pré-inversão. Uma discussão a respeito das correções que devem ser realizadas previamente à deconvolução e à conseguinte inversão, é realizada.

O sexto capítulo finaliza a parte teórica, discutindo sobre inversão e expondo três métodos, os mesmos analisados no trabalho de Krueger (2014).

O sétimo capítulo diz respeito a metodologia utilizada para análise dos algoritmos aqui discutidos.

O oitavo capítulo organiza de forma sequencial os resultados obtidos para a estimativa da ondaleta, quatro métodos de deconvolução e cinco métodos de inversão do traço sísmico.

O nono capítulo finaliza o trabalho apresentando as conclusões e sugestões para trabalhos futuros.

2 Referenciais Teóricos

Este capítulo tratará de três temas muito importantes para o entendimento dos conceitos teóricos apresentados nos próximos capítulos. O modelo convolucional, filtragem inversa e técnicas de otimização de problemas não-lineares.

Na primeira seção será apresentado o modelo convolucional. Este é o modelo fundamental assumido para os métodos de inversão aqui estudados, por isso uma explicação detalhada a respeito deste será desenvolvida, além de uma discussão sobre as suposições necessárias para sua validade. Inicia-se introduzindo o modelo de Goupillaud (1961), modelo base para validade do modelo convolucional. A partir deste é apresentado o conceito de coeficiente de reflexão. Como será falado mais a frente, o modelo utilizado não considera fenômenos não-estacionários desta forma, em teoria, os métodos utilizados conseguirão estimar a ondaleta com erro somente devido a aproximações computacionais. A discussão sobre performance destes é realizada em 8.1, neste capítulo a teoria por trás da ondaleta sísmica e as suposições associadas a esta, necessárias para validade do modelo convolucional, são discutidas. Trata-se em seguida, do ruído, discutindo a respeito de seus tipos e possíveis técnicas para atenuação destes. Por último uma análise no domínio da frequência é realizada.

A segunda seção trata da filtragem inversa, a teoria por trás do processo de deconvolução. Como será visto no capítulo 7 os métodos de inversão recursiva, *narrow band* e *sparse spike* dependem de uma boa estimativa da refletividade, a qual só poderá ser obtida ao utilizar filtros inversos capazes de remover o efeito da ondaleta.

A última seção tratará dos métodos de otimização, utilizados na minimização das funções objetivo associadas a métodos de inversão e deconvolução. Serão citados quatro métodos, no entanto só três, os quais serão utilizados na discussão de inversão, serão discutidos.

2.1 Modelo Convolucional Estacionário

O modelo convolucional para um traço sísmico, matematicamente representado na equação 2.1, foi descrito originalmente em Robinson (1954) como:

Assumamos que uma dada seção do traço sísmico é aditivamente composta de ondaletas sísmicas, onde todas as ondaletas possuem a mesma forma. Assumamos que a ondaleta é de fase mínima. Assumamos também que, sabendo o tempo de chegada de uma ondaleta, não é possível prever o tempo de chegada de outra; e, por fim, assumamos que a partir do conhecimento da amplitude de uma ondaleta não podemos prever a amplitude de outra. Nossas suposições a respeito da não-predição dos

tempos de chegada ou amplitudes significa, matematicamente, que os impulsos ϵ_t são variáveis aleatórias mutualmente não-correlacionáveis. Finalmente, uma vez que o traço sísmico x_t é aditivamente composto de ondaletas com a mesma forma w_t e amplitude ϵ_{t-k} , podemos escrever este complexo de ondaletas, matematicamente, como a convolução da ondaleta com a série de impulsos aleatórios.

$$x_t = \sum_{k=0}^{\infty} w_t \epsilon_{t-k} \quad \text{ou} \quad x(t) = w(t) * \epsilon(t) \quad \text{para} \quad t_1 \leq t \leq t_2 \quad (2.1)$$

Na equação acima $*$ representa a convolução e o intervalo $[t_1, t_2]$ está relacionado a uma seção temporal do traço sísmico. A série de impulsos aleatórios é a refletividade do interior da Terra, a qual representa a sequência de coeficientes de reflexão associados a limites estimados entre camadas geológicas, separados por um intervalo igual de tempo (GOUPILLAUD, 1961), a taxa de amostragem do dado sísmico (YILMAZ, 2001). A ondaleta diz respeito ao pulso sísmico, onda propagante a partir da fonte sísmica.

O modelo convolucional descrito assume um conjunto de camadas horizontalmente paralelas para a Terra, com incidência normal de ondas planas nas interfaces das camadas. Este é comumente intitulado modelo de Goupillaud em referência ao modelo descrito em Goupillaud (1961).

A derivação do modelo convolucional aqui assumido é encontrada no trabalho de Robinson (1985), onde é feita uma análise do porquê este modelo produz resultados válidos no processamento de dados sísmicos.

Outros modelos mais complexos para representação do traço sísmico existem, onde as várias suposições associadas ao modelo convolucional são modificadas ou relaxadas, de modo que este é apenas uma generalização dos mais complexos. Vários modelos são apresentados no trabalho Osman e Robinson (1996), como o modelo convolucional *surface-consistent* e o modelo convolucional da assinatura sísmica (*Signature convolutional model*).

Em geral, na literatura, sete suposições são feitas a respeito do modelo convolucional aqui apresentado. Seis delas são mencionadas e avaliadas nas subseções seguintes, a sétima é apresentada na próxima seção. O trabalho de Dey (1999) promove uma análise compreensiva das duas primeiras suposições enquanto a terceira é tratada em Schoepp (1998). Uma análise a respeito destas três primeiras suposições, de um ponto de vista crítico, pode ser encontrada em Ziolkowski (1991).

As três subseções seguintes tratam das variáveis existentes no modelo convolucional do traço sísmico, associando suposições para a construção do modelo e permitindo uma análise a respeito destas. A última subseção trata de uma análise no domínio da frequência do modelo a fim de introduzir a sexta suposição.

2.1.1 Refletividade (Série de coeficientes de reflexão)

Para construção do modelo direto do traço sísmico através do modelo convolucional é necessário compreender como as reflexões gravadas no traço sísmico são geradas.

As camadas litológicas do interior da Terra podem ser descritas como um conjunto de rochas de diferentes composições, cada qual possuindo sua impedância acústica (2.2) característica. No limite entre duas camadas, desta forma, haverá uma mudança de impedância. O coeficiente de reflexão entre as camadas é calculado em função desta mudança. Como estamos trabalhando em mega-escala, devido ao tratamento de dados sísmicos, um conjunto de camadas de espessura menor que a resolução sísmica (dependente do comprimento de onda do pulso que se propaga) será interpretado como somente uma, de forma que a impedância associada será uma média das impedâncias individuais. A partir dessas considerações a respeito do modelo convolucional, as duas primeiras suposições necessárias para a construção do modelo direto do traço sísmico são:

[Suposição 1-] *As camadas litológicas do interior da Terra foram depositadas horizontalmente e todas possuem velocidades constantes de propagação das ondas sísmicas.*

[Suposição 2-] *A fonte sísmica não produz ondas S (ondas de cisalhamento), somente ondas P (ondas compressionais). As ondas P geradas são planas e a incidência nas camadas litológicas é normal.*

Uma observação destas suposições leva a conclusão de que, na prática, a suposição 1 é falsa para áreas geologicamente complexas como bacias com tectônica de sal ou tectônica gravitacional, regiões com intrusões máficas de escala regional (como batólitos) cortando verticalmente as camadas e regiões com a presença de intenso falhamento e/ou dobramento sin e/ou pós-deposicional. A suposição 2 exige um modelo baseado em dados de afastamento nulo (zero-offset), no entanto a aquisição de dados sísmicos com afastamento nulo são, de acordo com Dey (1999), raramente, ou mesmo nunca, realizada. Considerando, no entanto, uma profundidade muito maior que a maior separação entre a fonte e o receptor, uma incidência com um ângulo muito pequeno ocorre, de forma que a incidência pode ser considerada como incidência normal.

As suposições acima estão associadas ao modelo de Goupillaud (1961), de forma que o coeficiente de reflexão entre duas camadas, neste caso, pode ser calculado como na equação abaixo:

$$\epsilon_1 = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1} \quad \text{para} \quad Z = \rho V, \quad (2.2)$$

onde ϵ representa o coeficiente de reflexão, ρ a densidade da camada geológica, V a velocidade da onda compressional na camada e Z a impedância acústica.

A refletividade representa a resposta impulsional da Terra no modelo convolucional do traço sísmico, caracterizada como uma série de impulsos, como citado acima, de amplitude determinada pelo coeficiente de reflexão (equação 2.2). Desta forma a informação a respeito do interior da Terra, embutida no modelo, é relacionada a refletividade.

2.1.2 Ondaleta sísmica - Assinatura da Fonte Sísmica

Nesta seção serão analisadas a terceira e quinta suposições a respeito do modelo convolucional, as que dizem respeito a ondaleta sísmica.

[Suposição 3-] *A ondaleta associada ao pulso sísmico é estacionária, de forma que ela não sofre mudanças em sua forma ao se propagar pelas camadas do interior da Terra.*

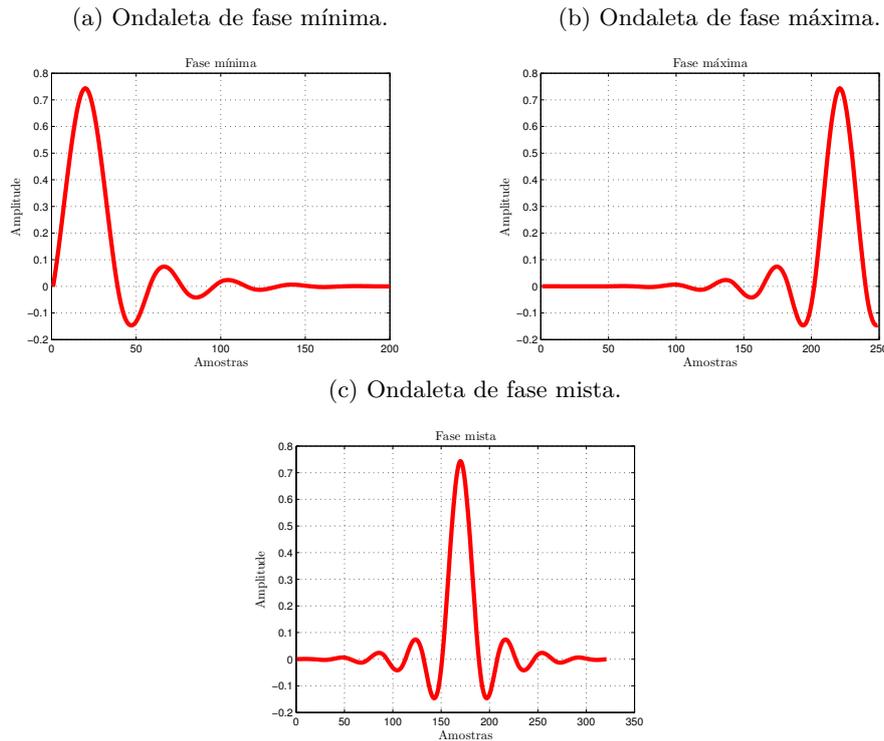
A ondaleta sísmica, pulso sísmico ou assinatura da fonte sísmica é como é chamada a onda compressional característica gerada por determinada fonte sísmica. Do ponto de vista de sinais digitais, estas ondaletas podem ser caracterizadas como sinais de banda limitada e de duração finita.

Sistemas lineares invariantes no tempo (LIT) e de fase mínima são sistemas estáveis e causais, assim como seus sistemas inversos. Desta forma todos os zeros e polos da função de transferência do sistema no plano complexo Z estarão contidos no círculo unitário ($|z| < 1$); sistemas lineares invariantes no tempo e de fase máxima são aqueles, também causais e estáveis, em que todos os zeros se encontram fora do círculo unitário (OPPENHEIM; SCHAFER, 1999; MITRA, 2001; PORAT, 1997). Três propriedades dos sistemas LIT de fase mínima são apresentadas em Oppenheim e Schaffer (1999); estas propriedades afirmam que um sistema LIT de fase mínima possuirá um atraso de fase mínimo, um atraso de grupo mínimo e um atraso de energia mínimo. Esta última afirmação esta relacionada ao fato das funções de transferência dos sistemas LIT de fase mínima possuírem maiores valores próximos a $n = 0$, os valores iniciais da função de transferência. Sistemas LIT de fase mista por sua vez, são aqueles em que alguns zeros estão contidos no círculo unitário enquanto outros não estão (PORAT, 1997).

Tratando as ondaletas sísmicas como sistemas LIT no caso do modelo convolucional, teremos que as ondaletas podem ser classificadas como de fase mínima, de fase máxima e para o caso em que não for nenhum dos dois, de fase mista, assim como proposto em Yilmaz (2001). A figura 1 em seguida mostra exemplos para estas três classificações.

Uma classificação comumente utilizada são as ondaletas de fase zero -um caso específico das ondaletas de fase mista- associadas a sistemas de fase zero, as quais possuem funções de transferência simétricas em função do tempo $t = 0$, não podendo assim, serem classificadas como sistemas causais. Para o processamento não em tempo real de sinais finitos, a filtragem com sistemas de fase zero pode ser realizada caso a causalidade não

Figura 1 – Exemplos de ondaletas de fase mínima, máxima e mista.

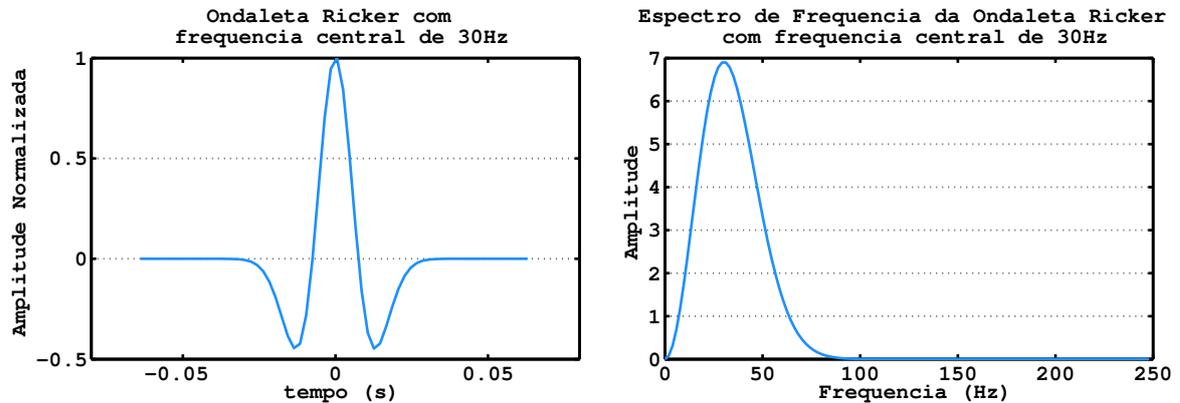


Fonte: O autor

seja exigida (MITRA, 2001). A vantagem da filtragem utilizando este tipo de sistema é que a fase do sinal de entrada não sofre distorções; a conversão das ondaletas de fase aproximadamente mínima ou mista para fase zero significará maior acurácia na interpretação das interfaces geológicas de subsuperfície, além de gerar um sinal de entrada apropriado para os métodos de análise de dados sísmicos como a análise AVO e a análise de atributos -existentes em vários softwares comerciais- utilizados para reduzir os riscos de exploração (HENRY, 1997). Um exemplo deste tipo de ondaleta são as Ricker (associadas a fontes como o Vibroseis). A figura 2 mostra um pulso do tipo Ricker com frequência central de 30 hertz.

De acordo com a suposição 3 estas ondaletas são invariantes no tempo, de modo que a onda sísmica ao se propagar no interior da Terra não sofre nenhum tipo de alteração e/ou atenuação. Em prática no entanto, dois efeitos atuam sobre a onda durante a propagação desta no interior da Terra (YILMAZ, 2001). Estes efeitos são a divergência esférica e a absorção, onde este último é função de dois mecanismos, a absorção associada a transferência de calor para o meio e a partição da energia nas interfaces. A divergência esférica diz respeito ao decaimento da densidade de energia em um meio homogêneo proporcionalmente ao inverso do quadrado do raio da frente de onda ($1/R^2$); O decaimento da amplitude da onda, por sua vez, é proporcional ao inverso do raio da frente de onda ($1/R$). A atenuação por absorção associada à transferência de calor é medida pelo fator de qualidade Q, o qual não possui uma forma analítica associada; em Telford et al. (1990)

Figura 2 – Pulso Ricker com frequência central de 30 hertz



Fonte: O autor

uma relação empírica com o comprimento de onda é apresentado, de modo que Q pode ser calculado através da seguinte equação, extraída deste mesmo trabalho:

$$Q = \pi/\eta\lambda \quad (2.3)$$

Na equação acima, η é o coeficiente de absorção e λ é o comprimento de onda. Diversos modelos existem para Q , no entanto a estimativa de Q a partir do dado sísmico é um problema ainda não solucionado (YILMAZ, 2001).

Para corrigir a perda de energia associada ao espalhamento geométrico, uma função de ganho pode ser escolhida; para a correção do efeito causado por absorção, em geral, é possível utilizar a deconvolução, a qual causará um aumento da banda espectral do sinal sísmico; métodos alternativos como branqueamento espectral e filtragem Q -inversa, os quais serão explicados mais adiante, também podem ser utilizados na correção da absorção.

De acordo com as observações feitas a respeito dos efeitos atuantes sobre a onda sísmica quando esta se propaga pela Terra, e levando em consideração a suposição 3 conclui-se que o modelo convolucional é inadequado para descrever efeitos não-estacionários associados ao dado sísmico.

[Suposição 5-] *A ondaleta representando a assinatura do pulso sísmico é conhecida.*

A quinta suposição a respeito do modelo convolucional diz respeito ao conhecimento prévio da ondaleta sísmica, o que, em prática só é possível através de métodos de estimativa da ondaleta ou medições diretas das ondaletas geradas pelas fontes. Uma discussão a respeito da estimativa da ondaleta é realizada mais a frente.

Em Ziolkowski (1991) o modelo convolucional, amplamente utilizado por técnicas de processamento sísmico -como a deconvolução preditiva- e inversão do traço sísmico, é criticado e uma avaliação das suposições aqui apresentadas para realização do modelo é feita; o autor discute a respeito da medição direta do pulso sísmico como alternativa às técnicas de estimativa da ondaleta, no entanto, medição direta usualmente requer geometrias especiais de aquisição (IKELLE; ROBERTS; WEGLEIN, 1997), como ministreamer (LANDRO; SOLLIE, 1992; LANDRO, 2000; AMUNDSEN, 2000). Diversos métodos baseados na medição direta pulso sísmico existem. No entanto, aqui, os pulsos sísmicos tratados são aqueles estimados a partir dos dados sísmicos e dados de poço, intitulados de ondaleta e considerados como filtros. Em Osman e Robinson (1996) diversos trabalhos a respeito de métodos de estimativa da ondaleta baseados na medição direta do pulso sísmico podem ser encontrados.

A ondaleta sísmica representa no modelo convolucional o elo entre refletividade do interior da Terra e o dado sísmico gerado pela propagação da onda sísmica. Seu conhecimento exato é o que todo geofísico de processamento sísmico deseja. No entanto somente estimativas podem ser inferidas a respeito desta devido às formas de atenuação que atuam sobre a onda propagante. Métodos de estimativa da ondaleta serão apresentados mais a frente assim como outra suposição a respeito desta, suposição esta que, como será explicado, é premissa para o sucesso da deconvolução *spiking*.

2.1.3 Ruído

O ruído sísmico se apresenta no dado sísmico como uma componente aleatória ou coerente, de forma que para o primeiro caso é não correlacionável ao longo do dado, não podendo ser relacionado a informação pertinente (reflexões) mas podendo ser interpretado como, caso não seja adequadamente filtrado. O segundo caso diz respeito a forma correlacionável que possui sua origem, geralmente, conhecida.

[Suposição 4-] *O ruído aleatório, representado como uma componente aditiva do traço sísmico, é zero ou foi retirado totalmente do dado sísmico pelo processamento.*

Diversos tipos de ruídos podem ser encontrados em dados sísmicos, os quais devem ser removidos a fim de obter resultados satisfatórios na Inversão do traço sísmico.

Nem todos os eventos apresentados no traço sísmico são associados a reflexões nas interfaces geológicas, vários eventos são fruto de ruído introduzido. O ruído sísmico apresenta-se de diversas formas. Em Yilmaz (2001) o dado sísmico é sumarizado como o conjunto de traços contendo reflexões, ruído coerente e ruído ambiental aleatório. Desta forma, o ruído sísmico pode ser subdividido em:

1. Ruído aleatório – Ruído não correlacionável traço a traço, possuindo diversas fontes como: mau acoplamento dos receptores, movimento das ondas causando vibrações no cabo de aquisição e ruído elétrico dos receptores.
2. Ruído coerente – Ruído que pode ser previsto no traço sísmico possuindo uma correlação traço a traço. Exemplos destes ruídos são: Ground roll, ondas superficiais e múltiplas.

Alternativas para a minimização do ruído aleatório são o empilhamento dos dados e técnicas baseadas nas transformadas wavelet (KOUROUNOTIS et al., 1996; IOUP; IOUP, 1998; OUADFEUL; ALIOUANE, 2014) e curvelet (NEELAMANI et al., 2008; WANG et al., 2010; GÓRSZCZYK; ADAMCZYK; MALINOWSKI, 2014).

Para o ruído coerente é comum utilizar técnicas como a filtragem $F - K$ (MEEK; LINVILLE, 1993; DUNCAN; BERESFORD, 1994) e $\tau - p$ (STOFFA, 1989; LOKSHTANOV, 1995), técnicas que utilizam da teoria preditiva como a deconvolução preditiva e também o empilhamento.

O modelo convolucional apresentado, quando representado com sua componente aditiva de ruído aleatório $n(t)$ pode ser expresso de acordo com a seguinte equação:

$$x(t) = w(t) * \epsilon(t) + n(t) , \quad \forall t/t \geq 0 . \quad (2.4)$$

Um ponto que exige atenção é que a resposta impulsional da Terra não será composta somente pelas reflexões primárias, mas possuirá também as múltiplas, acima citadas como ruído coerente. Estas últimas são geradas quando a onda sísmica reflete duas ou mais vezes na mesma interface geológica, de forma que no registro sísmico as múltiplas são identificadas como uma reflexão referente a uma interface que não existe na profundidade em que esta é identificada.

O ruído sísmico está sempre presente no dado sísmico bruto e uma vez que sua presença é associada a erros, sua remoção é fundamental. Como será visto mais a frente, para satisfazer a suposição aqui apresentada, um processamento dos dados deve ser realizado antes que qualquer estimativa seja feita a partir do dado sísmico.

2.1.4 Análise no Domínio da Frequência

A fim de apresentar a sexta suposição a respeito do modelo convolucional uma análise deste, no domínio da frequência, será realizada nesta seção.

[Suposição 6-] *A resposta impulsional do interior da Terra (refletividade) é caracterizada como uma sequência de impulsos aleatoriamente distribuídos, implicando que o*

espectro de amplitude e a autocorrelação do sismograma e da ondaleta sísmica estão relacionados por um fator de escala.

A operação de convolução no domínio do tempo é representada pela multiplicação no domínio da frequência, desta forma a equação abaixo é formulada através da transformada de Fourier (TF) aplicada aos dois lados da equação 2.1.

$$X(\omega) = W(\omega)E(\omega) \quad (2.5)$$

Na equação acima $X(\omega)$, $W(\omega)$ e $E(\omega)$ se referem às transformadas de Fourier do traço sísmico, da ondaleta sísmica e da refletividade, respectivamente.

A TF pode ser expressa em termos da amplitude e da fase, de forma que para o produto da TF de dois sinais, a amplitude resultante é igual ao produto das amplitudes, enquanto a fase é igual a soma das fases. Assim a equação acima pode ser dividida em duas:

$$A_X(\omega) = A_W(\omega)A_E(\omega) \quad (2.6a)$$

$$\Phi_X(\omega) = \Phi_W(\omega) + \Phi_E(\omega) , \quad (2.6b)$$

onde primeira equação está associada à amplitude e a segunda à fase.

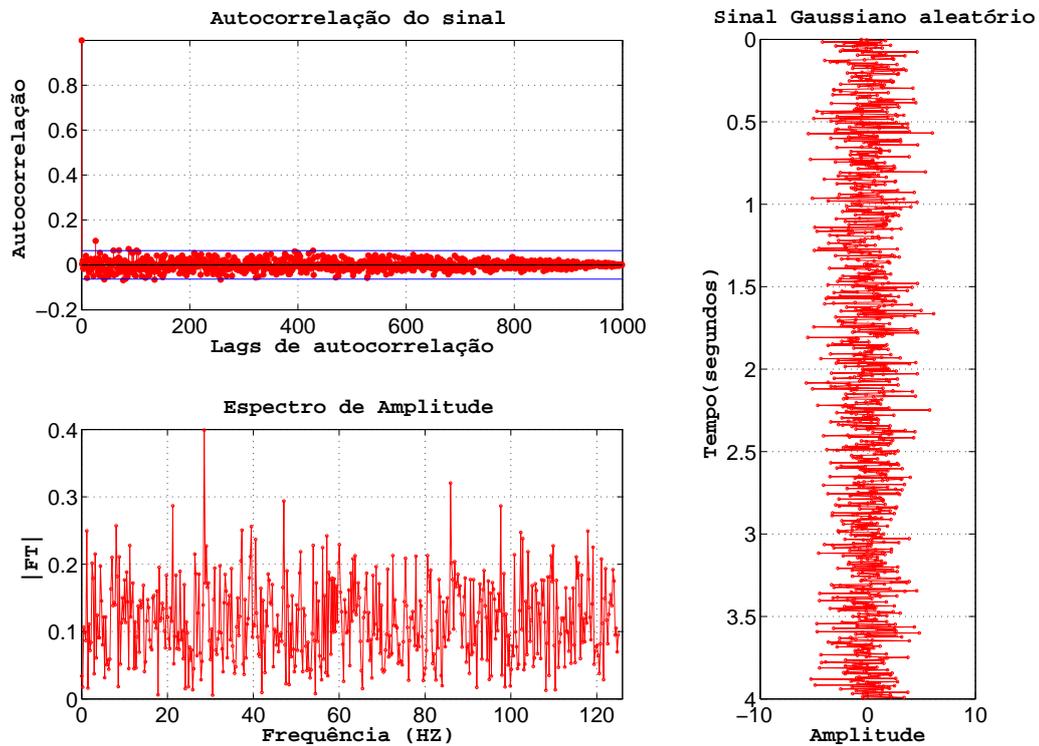
Dividir a TF de um sinal em suas componentes de amplitude e fase permite uma análise em separado do comportamento do sinal quando submetido a algum sistema específico.

A observação do espectro de amplitude de um traço sísmico e da ondaleta associada a este, leva à conclusão que, exceto pela presença de rápidas variações no espectro do traço sísmico, a forma dos espectros apresentam uma similaridade entre si. Desta forma, como colocado em Yilmaz (2001), as rápidas variações observadas são influência do espectro da refletividade enquanto a forma básica é relacionada a forma do espectro da ondaleta.

A figura 3 mostra um sinal gaussiano aleatório, seu espectro de frequência e sua autocorrelação. O espectro de frequências não possui tendências para aumento ou redução das amplitudes, desta forma, não apresenta concentração do espectro em uma banda específica.

Além da TF, outra ferramenta é muito útil para examinar a suposição 6, a correlação cruzada, a qual é conhecida por autocorrelação quando aplicada para análise do mesmo sinal. Esta é utilizada na avaliação da correlação de um sinal, avaliando a existência de padrões periódicos neste.

Figura 3 – Análise do espectro de amplitude e autocorrelação de um sinal aleatório



Fonte: O autor

A equação da autocorrelação α de um sinal h é apresentada abaixo, para atrasos temporais (*time lags*) τ ,

$$\alpha(\tau) = \sum_{n=0}^{\infty} h(n)h(n + \tau) . \quad (2.7)$$

Observando a autocorrelação de um sinal perfeitamente aleatório (não-correlacionável), nota-se que exceto pelo atraso temporal igual a zero, todos os outros atrasos terão o valor de autocorrelação igual a 0. A figura 3 demonstra esta afirmação a partir da autocorrelação de um sinal gaussiano aleatório.

Pela equação da autocorrelação, os valores no atraso temporal zero, correspondem à energia total do sinal.

A análise da relação entre as autocorrelações do sismograma (α_x), da ondaleta (α_w) e da refletividade (α_ϵ) é importante para verificar a validade da suposição 6, neste sentido, um desenvolvimento matemático é mostrado abaixo com o intuito de encontrar esta relação.

A primeira parte do desenvolvimento consiste em aplicar a transformada Z aos dois lados da equação 2.7, obtendo-se:

$$\alpha(Z) = h(Z)h(1/Z) . \quad (2.8)$$

O desenvolvimento que leva a equação acima é encontrado no apêndice A.

Trocando ω por Z na equação 2.5 obtém-se a representação no domínio Z da equação.

$$X(Z) = W(Z)E(Z) \quad (2.9)$$

Substituindo Z por $1/Z$ na equação acima:

$$X(1/Z) = W(1/Z)E(1/Z) \quad (2.10)$$

Multiplicando os dois lados das equações 2.9 e 2.10, aplicando a transformada Z inversa e utilizando a relação para a transformada Z da autocorrelação de um sinal, na equação 2.8, obtém-se a relação procurada:

$$\alpha_x = \alpha_w * \alpha_\epsilon \quad (2.11)$$

Considerando a característica de aleatoriedade da refletividade descrita na suposição 6, α_ϵ será um impulso com amplitude (α_0) igual a energia total contida na série correspondente a refletividade. Desta forma a operação de convolução acima se torna a multiplicação de α_w por um fator de escala igual a amplitude do pulso correspondente a α_ϵ como na equação abaixo:

$$\alpha_x = \alpha_0 \alpha_w \quad (2.12)$$

De acordo com a equação acima, a autocorrelação do sismograma, como na suposição 6, é apenas uma versão escalada da autocorrelação da ondaleta.

Em Walden e Hosken (1985), a análise de 8 poços não correlacionados, extraídos de diferentes localidades foi realizada a fim de estudar a não-aleatoriedade associada a refletividade encontrada em diversos locais. Em relação ao espectro de frequências, observou-se que as componentes de alta frequência tendem a possuir um gradual aumento na amplitude. Quanto a autocorrelação foi evidenciado a presença de valores negativos significantes em atrasos pequenos. Estas observações remetem a um processo não aleatório. Os autores estimaram um processo de média móvel autorregressivo (ARMA- *Autoregressive-moving average*) capaz de modelar essa tendência do espectro de frequência, propondo que

antes da utilização de métodos de estimativa da ondaleta ou estimativa de filtros para deconvolução, exceto no caso de sismogramas sintéticos, o filtro inverso deste processo deve ser aplicado.

É intuitivo concluir que a refletividade, por ser diretamente ligada a litologia da região, não possuirá a característica aleatória relacionada a suposição 6 no caso de uma litologia controlada por processos deposicionais periódicos, ou seja, que as camadas são depositadas de acordo com um padrão ao longo da região analisada.

Yilmaz (2001) destaca que a suposição 6 é importante na implementação da deconvolução preditiva, explicada mais adiante, permitindo que a autocorrelação da ondaleta seja considerada como sendo a do sismograma. Isto se torna muito importante no sentido de que, para o caso mais comum em que a ondaleta é desconhecida, os filtros inversos utilizados para a deconvolução podem ser obtidos através do sismograma.

2.1.5 Conclusões

Nesta seção o modelo convolucional foi apresentado, assim como as suposições necessárias para que sua utilização seja aceita. Russell (1988) coloca que este é o modelo unidimensional mais básico e comumente utilizado, de forma que sua relevância envolve desde os estágios de processamento iniciais até a inversão acústica. Considerando este modelo, queremos estimar a refletividade do interior da Terra a fim de utilizar como entrada nos algoritmos de inversão acústica. Para isto precisaremos realizar a deconvolução do dado sísmico. Seguindo esta idéia a próxima seção abordará o conceito de filtros inversos da ondaleta, como os filtros ótimos de Wiener.

2.2 Filtragem Inversa

Toda a discussão realizada na seção anterior diz respeito ao processo convolucional adotado como modelo para o traço sísmico. Apesar do modelo convolucional não condizer com a teoria de propagação de ondas acústicas (ZIOLKOWSKI, 1991) ele é amplamente adotado na indústria, sendo o modelo base para métodos de deconvolução e de inversão do traço sísmico como os aqui estudados.

O processo de deconvolução envolve a construção de um filtro inverso o qual será utilizado para obtenção da refletividade através da convolução deste com o sismograma. O processo de construir o filtro inverso utilizado na deconvolução será explicado abaixo para métodos clássicos.

Concentrando na discussão de construção dos filtros inversos, serão apresentados os métodos mais simples. No entanto, para melhor entendimento, antes é demonstrado matematicamente o conceito de filtro inverso para o modelo convolucional.

Levando em consideração a equação 2.9, procuramos o filtro que, quando aplicado ao sismograma, produzirá a refletividade (ou uma estimativa desta). Desta forma:

$$\begin{aligned}
 D(Z)X(Z) &= D(Z)W(Z)E(Z) \\
 E(Z) &= D(Z)W(Z)E(Z) \\
 D(Z)W(Z) &= 1 \\
 D(Z) &= 1/W(Z)
 \end{aligned}
 \tag{2.13}$$

A partir do desenvolvimento acima vemos que o filtro ($d(t)$) desejado corresponde ao filtro inverso da ondaleta sísmica. Aplicando a transformada Z inversa aos dois lados no resultado mostrado na equação 2.13 obtemos a representação temporal do filtro:

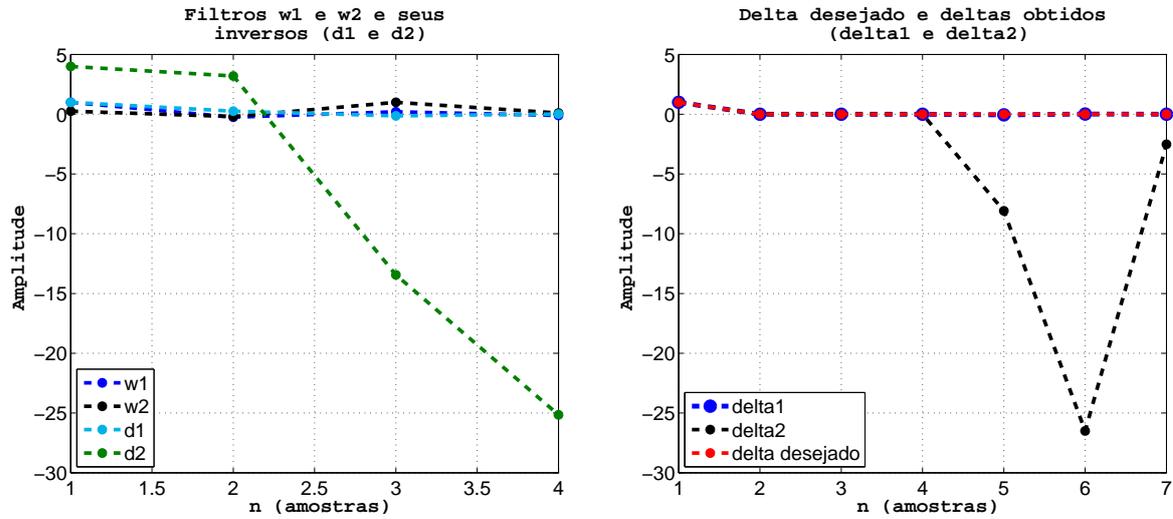
$$d(t) = \delta(t) * \frac{1}{w(t)} \tag{2.14}$$

Na equação acima $\delta(t)$ representa o delta de Kronecker, um impulso unitário de atraso zero. Uma observação importante deve ser feita a respeito da presença deste na equação acima. Ele corresponde ao produto da convolução da ondaleta com o filtro inverso, no entanto para casos em que a esta não é de fase mínima (não possui a maior parte da energia concentrada em seu início) deve-se optar por deltas com atraso temporal relacionado a distribuição de energia da ondaleta. Para melhor compreensão, um exemplo é considerado abaixo.

Considere as duas ondaletas de quatro pontos, uma de fase mínima $w1$ e uma de fase máxima $w2$ tal que: $w1(t) = (1, -0, 25, 0, 2, -0, 1)$ e $w2 = (0, 25, -0, 2, 1, 0, 1)$. Os filtros inversos podem ser obtidos pela técnica de expansão em uma série de potências no domínio da transformada Z . Desta forma os filtros inversos de quatro pontos para as ondaletas acima serão: $d1(t) = (1, 0, 25, -0, 14, 0, 02)$ e $d2 = (4, 3, 20, -13, 44, -25, 15)$. Os deltas resultantes da convolução entre os filtros inversos e as ondaletas serão, respectivamente: $delta1(t) = (1, 0, 0, 0, -0, 06, 0, 02, 0)$ e $delta2(t) = (1, 0, 0, 0, -8, 09, -26, 5, -2, 52)$. Observa-se a partir deste exemplo que o delta obtido para $w2$ não se aproxima do delta com atraso zero, mas sim um delta com atraso 6; isto é resultado da ondaleta ser de fase máxima. A figura 4 ilustra este exemplo.

Considerando que os filtros inversos são obtidos pela técnica de expansão em uma série de potências, quanto mais coeficientes forem levados em consideração, melhor será a aproximação do filtro inverso. No entanto como possuímos uma série infinita convergente, o filtro inverso não é computacionalmente realizável, nos limitando sempre a representações truncadas da série associada aos filtros (aproximações dos filtros). Assim, opções alternativas são: os filtros inversos por mínimos quadrados (FIMQ) e os filtros ótimos de Wiener. Uma introdução a respeito destes filtros é apresentada nos subtópicos

Figura 4 – Ondaletas, seus inversos por expansão polinomial e a saída obtida



Fonte: O autor

seguintes. Entretanto, antes de entrar na teoria a respeito dos filtros FIMQ e Wiener, a sétima e última suposição a respeito do modelo convolucional será analisada.

[Suposição 7-] *A ondaleta sísmica é classificada como de fase mínima.*

Como visto no exemplo anterior para ondaletas de fase máxima a série associada ao filtro inverso não converge e, desta forma, o filtro não é estável. As equações abaixo mostram a expansão em série de potências dos filtros utilizados no exemplo anterior.

$$d1(t) = \frac{1}{1 - 0,25z^{-1} + 0,2z^{-2} - 0,1z^{-3}} = 1 + \frac{z^{-1}}{4} - \frac{11z^{-2}}{80} + \frac{z^{-3}}{64} + \dots \quad (2.15)$$

$$d2(t) = \frac{1}{0,25 - 0,2z^{-1} + 1z^{-2} + 0,1z^{-3}} = 4 + \frac{16z^{-1}}{5} - \frac{336z^{-2}}{25} - \frac{3144z^{-3}}{125} + \dots \quad (2.16)$$

Um filtro inverso que possui uma convergência na sua expansão em série de potências é realizável computacionalmente e, desta forma, é desejável. Os filtros de fase máxima e mista não possuem esta propriedade, nisto se justifica a suposição 7, exigindo que as ondaletas sejam consideradas como de fase mínima.

Apesar de a exigência da propriedade de fase mínima ser justificável, Ziolkowski (1991) destaca que, exceto pelas fontes de dinamite (em terra), quando a suposição 7 pode ser aproximadamente correta, esta exigência não é válida.

2.2.1 Filtros Inversos por Mínimos Quadrados (FIMQ)

Uma alternativa para o problema apresentado no exemplo anterior é procurar o FIMQ da ondaleta, buscando uma redução no erro entre a saída desejada e a obtida.

A construção do FIMQ é realizada através da minimização da energia cumulativa do erro (ECE) do delta desejado e do delta obtido com o filtro inverso. Desta forma os coeficientes do filtro encontrado possuirão o menor erro de estimativa no sentido dos mínimos quadrados.

A energia cumulativa do erro (ECE) entre dois sinais, y e x , ambos de tamanho N é definida como:

$$ECE = \sum_{i=1}^N (y(i) - x(i))^2 \quad (2.17)$$

Para ilustrar o conceito introduzido um exemplo é fundamental. Considere a ondaleta $w1$ utilizada anteriormente. Queremos encontrar o filtro inverso $d1eqm = (a, b, c, d)$ tal que o resultado de sua convolução com $w1$ possua a menor ECE em relação ao resultado esperado $\delta(t) = (1, 0, 0, 0, 0, 0, 0)$. Neste caso a ECE será:

$$\begin{aligned} ECE = & (a - 1)^2 + (-0,25a + b)^2 + (0,2a - 0,25b + c)^2 + \dots \\ & \dots + (-0,1a + 0,2b - 0,25c + d)^2 + (-0,1b + 0,2c - 0,25d)^2 + \dots \\ & \dots + (-0,1c + 0,2d)^2 + (-0,1d)^2 \end{aligned} \quad (2.18)$$

A minimização da ECE é realizada calculando-se as derivadas parciais de 2.18 em relação aos coeficientes a, b, c e d e igualando-as a zero. Desta forma os coeficientes calculados corresponderão àqueles para qual a ECE é mínima. Realizando este cálculo obtemos um sistema de quatro equações e quatro incógnitas, representado matricialmente abaixo:

$$\begin{bmatrix} 2,225 & -0,64 & 0,45 & -0,2 \\ -0,64 & 2,225 & -0,64 & 0,45 \\ 0,45 & -0,64 & 2,225 & -0,64 \\ -0,2 & 0,45 & -0,64 & 2,225 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

A solução do sistema acima é o filtro inverso pelos mínimos quadrados da ondaleta

$w1$. Esta é apresentada na equação abaixo:

$$\begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,9969 \\ 0,2491 \\ -0,1294 \\ 0,002 \end{bmatrix}. \quad (2.20)$$

O delta produzido utilizando o filtro $d1eqm$ na equação acima é:

$$d1eqm * w1 = (0,9969, -0,0001, 0,0077, -0,0155, -0,0513, 0,0133, -0,0002)$$

Para comparar este resultado com o obtido pela expansão em série de potências do inverso da ondaleta, a energia do erro entre o delta desejado e o produzido utilizando os filtros inversos é útil. A energia do erro é 0,0035 utilizando o primeiro método ($d1$ calculado anteriormente) e 0,0031 utilizando o FIMQ.

A diferença entre os erros é pequena, mas observa-se que o último obteve melhor resultado. Para comprovar isto o mesmo processo será realizado para a ondaleta $w2$ uma vez que o delta produzido pela convolução desta com seu filtro inverso $d2$, calculado anteriormente, não apresentou similaridade alguma com o desejado. O sistema associado à minimização do ECE neste caso será:

$$\begin{bmatrix} 2,225 & -0,3 & 0,46 & -0,05 \\ -0,3 & 2,225 & -0,3 & 0,46 \\ 0,46 & -0,3 & 2,225 & -0,3 \\ -0,05 & 0,46 & -0,3 & 2,225 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,5 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (2.21)$$

A solução do sistema acima é:

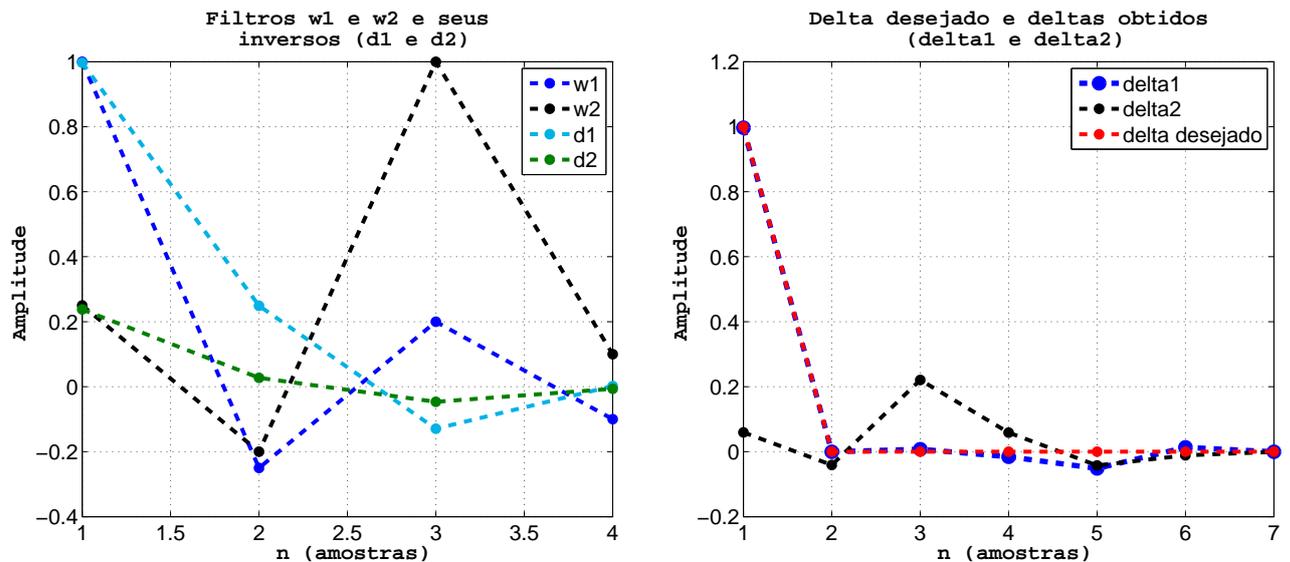
$$d2eqm = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,2378 \\ 0,0272 \\ -0,0464 \\ -0,0065 \end{bmatrix}. \quad (2.22)$$

O delta produzido utilizando o filtro da equação acima é:

$$d2eqm * w2 = (0,0595, -0,0408, 0,2208, 0,0586, -0,0424, -0,0112, -0,0007)$$

A energia do erro utilizando somente o inverso da ondaleta ($d2$) é 773,8059 enquanto utilizando mínimos quadrados é 0,9404. Nota-se, comparando figura abaixo com a figura 4 e pelos valores das energias dos erros, que o filtro obtido por mínimos quadrados obtém resultados muito melhores.

Figura 5 – Ondaletas, seus inversos por mínimos quadrados e a saída obtida



Fonte: O autor

Pela discrepância entre a energia do erro, principalmente para $w2$, nos exemplos analisados acima para as duas ondaletas, observa-se que o cálculo do filtro inverso por mínimos quadrados obtém melhores resultados que utilizar, simplesmente, coeficientes da expansão em série de potências do inverso da ondaleta no domínio Z para o cálculo do filtro, além de obter resultados muito melhores quando a ondaleta é de fase mínima.

Apesar da observação de que converter a ondaleta em um delta de atraso zero utilizando FIMQ apresenta melhores resultados que a conversão por série de potências, nem sempre o objetivo é esse delta. Filtros capazes de converter a ondaleta para outra forma são introduzidos no trabalho clássico de Wiener (1966) e serão discutidos na subseção seguinte.

2.2.2 Filtros Ótimos de Wiener

De acordo com a teoria desenvolvida em Wiener (1966) surgiram as técnicas de deconvolução de Wiener (como Deconvolução *spiking* e deconvolução preditiva). Nesse mesmo trabalho, o autor mostra que seu método é ótimo para a minimização da energia do erro entre a saída desejada e a obtida, de modo que o único parâmetro estatístico que

se exige da série temporal analisada são os coeficientes de autocorrelação da série. Através deste método então, é possível obter um filtro inverso ótimo no sentido de minimização da energia do erro utilizando a autocorrelação do dado temporal, neste caso o dado sísmico, o qual será empregado na deconvolução para obter uma estimativa da refletividade.

Como colocado em Yilmaz (2001) e mostrado abaixo, existe uma relação entre os filtros inversos por mínimos quadrados e os filtros de Wiener, uma vez que os dois são gerados levando em consideração a minimização da energia do erro quadrático. De fato é observado que os primeiros são um caso especial dos segundos.

No trabalho de Wiener acima citado, ele coloca que é necessário saber os coeficientes da autocorrelação do dado temporal que se analisa, neste caso o sismograma. Mais a frente, será apresentada a relação entre a autocorrelação do sismograma e o filtro inverso utilizado para deconvolução. Com propósito de melhor entendimento, vamos observar a relação entre a autocorrelação das ondaletas $w1$ e $w2$ e o filtro inverso por mínimos quadrados.

A equação 2.11 mostra como calcular a autocorrelação de um sinal (ou série temporal). Os resultados utilizando essa equação para a autocorrelação das ondaletas $w1$ e $w2$ são, respectivamente: $\alpha w1 = (1, 1125, -0,32, 0,225, -0,1)$ e $\alpha w2 = (1, 1125, -0,15, 0,23, 0,025)$.

Vamos observar agora as equações utilizadas para calcular os filtros inversos por mínimos quadrados. Dividindo os dois lados das equações 2.19 e 2.21 por 2 temos:

$$\begin{bmatrix} 1,1125 & -0,32 & 0,225 & -0,1 \\ -0,32 & 1,1125 & -0,32 & 0,225 \\ 0,225 & -0,32 & 1,1125 & -0,32 \\ -0,1 & 0,225 & -0,32 & 1,1125 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

$$\begin{bmatrix} 1,1125 & -0,15 & 0,23 & 0,025 \\ -0,15 & 1,1125 & -0,15 & 0,23 \\ 0,23 & -0,15 & 1,1125 & -0,15 \\ -0,025 & 0,23 & -0,15 & 1,1125 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,25 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

Observando o lado esquerdo das duas equações e os resultados da autocorrelação das ondaletas, nota-se que a primeira coluna das matrizes possui os mesmos valores que a autocorrelação da ondaleta associada a equação. Esta observação também é feita em um exemplo estudado em Yilmaz (2001), onde é colocado também que o lado direito das equações acima corresponderá a correlação cruzada entre o impulso desejado (ao qual se deseja que a ondaleta seja convertida) e a ondaleta. Os valores da correlação cruzada são obtidos a partir da equação 2.7, substituindo a segunda função dentro do somatório pela que se deseja correlacionar. Os resultados obtidos pela correlação cruzada, para

atrasos maiores ou iguais a zero, entre o impulso desejado e as ondaletas $w1$ e $w2$ são, respectivamente: $\phi1 = (1, 0, 0, 0)$ e $\phi2 = (0, 25, 0, 0)$.

É fácil notar que todos os valores existentes nas matrizes das equações 2.23 e 2.24 são iguais aos valores existentes nas autocorrelações $\alpha w1$ e $\alpha w2$. A partir desta observação conclui-se que sabendo a autocorrelação das ondaletas e sua correlação cruzada com o delta desejado é possível utilizar a filtragem inversa por mínimos quadrados para encontrar o filtro a ser utilizado na deconvolução.

Os filtros de Wiener são derivados levando em consideração as observações feitas acima. A forma matricial fundamental das equações para o cálculo dos filtros é apresentada na equação abaixo adaptada de Robinson e Treitel (2000).

$$\begin{bmatrix} \alpha_0 & \alpha_1 & \alpha_2 & \dots & \alpha_m \\ \alpha_1 & \alpha_0 & \alpha_1 & \dots & \alpha_{m-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \alpha_m & \alpha_{m-1} & \alpha_{m-2} & \dots & \alpha_0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} d_0 \\ d_1 \\ \vdots \\ d_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_0 \\ \phi_1 \\ \vdots \\ \phi_m \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

Na equação acima α_i são os valores da autocorrelação do sinal temporal analisado, d_i são os coeficientes do filtro de Wiener e ϕ_i são os valores da correlação cruzada entre o sinal temporal e o sinal temporal desejado.

No caso dos filtros inversos por mínimos quadrados o sinal temporal é a ondaleta sísmica e o sinal desejado é um delta de Kronecker com atraso zero. Observa-se então que os filtros de Wiener que convertem a ondaleta em um delta com atraso zero são o mesmo que os filtros FIMQ.

Os filtros desenvolvidos por Wiener em seu trabalho, como pode ser visto na equação 2.25 acima, não se atêm somente a saídas desejadas com a forma de deltas como nos exemplos, mas aceitam que estas possuam qualquer forma. Os filtros que visam converter a ondaleta associando uma forma arbitrária a esta, como os Wiener, são classificados como filtros de forma (ROBINSON; TREITEL, 1967).

Um desenvolvimento matemático conciso levando a equação acima pode ser encontrado em Robinson e Treitel (1967) ou Yilmaz (2001).

Em conclusão, observa-se a superioridade de derivar os filtros inversos utilizados na deconvolução através da teoria desenvolvida no trabalho de Wiener e aqui apresentada, uma vez que a forma em que se deseja converter a ondaleta não é limitada a um delta de atraso zero.

2.2.3 Conclusões

Em sumário nesta seção foi introduzido o conceito de filtros inversos, primeiro através da abordagem mais simples, a expansão em série de potências do inverso da ondaleta no domínio Z . Em seguida foi introduzido o conceito de filtros inversos por mínimos quadrados como forma introdutória para a teoria dos filtros de Wiener, a qual foi apresentada por último. Apesar de apresentados como uma alternativa, as técnicas de filtragem inversa aqui apresentadas não são as únicas existentes. Para uma discussão mais a fundo a respeito de filtros ótimos e filtragem adaptativa os trabalhos Anderson e Moore (1979) e Haykin (1996) são uma alternativa, disponibilizando um desenvolvimento matemático além de algoritmos computacionais de diversos métodos existentes. Para filtros Wiener analisados de um ponto de vista geofísico diversos trabalhos existem, vale citar: Robinson e Treitel (1967), Claerbout (1985), Robinson e Treitel (2000) e Yilmaz (2001).

2.3 Métodos de otimização do tipo Gradiente

O objetivo deste capítulo como o título já diz é apresentar métodos de otimização para solução o problema de inversão sísmica. A discussão a respeito de cada método terá caráter introdutório de forma que provas e desenvolvimentos matemáticos, serão, na medida do possível, evitados.

Zhdanov (2002) refere-se aos métodos baseados no gradiente como pertencentes a família que representa os métodos de otimização não-linear mais poderosos. Tarantola (2005) aponta que a vantagem na utilização destes está no fato de que quando eles funcionam, eles o fazem de forma bastante eficiente; por outro lado este cita que como desvantagem, as propriedades locais da função otimizada não serão propriamente consideradas, de modo que estas não devem ser o interesse ao se utilizar este tipo de otimização, considerando uma função significativamente complexa.

Observando a linearidade do problema aqui tratado, é comum encontrar na literatura métodos que utilizam das técnicas de otimização aqui apresentadas para a resolução deste. As aqui tratadas são: Gradiente descendente, do inglês *Steepest descent*; Quasi-Newton (aqui tratando da técnica BFGS, se referindo às iniciais dos autores que descobriram esta) e Gradiente conjugado, do inglês *Conjugate Gradient*.

Para as discussões a seguir realizadas considere uma função objetivo $\mathbf{J}(\mathbf{q})$ onde \mathbf{q} representa os parâmetros que se busca estimar. Os métodos aqui tratados, como pode ser visto pelo título da seção, utilizam o gradiente desta função objetivo em relação aos parâmetros \mathbf{q} para encontrar a direção ótima no sentido busca do mínimo desta função. O

gradiente citado pode ser ilustrado pela equação seguinte:

$$\nabla \mathbf{J} = \frac{\partial \mathbf{J}}{\partial \mathbf{q}_k}, \quad \text{para } k = 1, 2, 3, \dots, n. \quad (2.26)$$

2.3.1 Gradiente Descendente - *Steepest Descent*

O primeiro método de otimização discutido é o Gradiente Descendente, considerado por Zhdanov (2002) como o de maior importância, ao mesmo tempo que de mais fácil compreensão dentre os métodos baseados no gradiente. Nash (1990) por sua vez, o coloca como o mais simples dentre os métodos descendentes, os quais utilizam o mesmo algoritmo básico de passo iterativo:

$$\mathbf{q}_k = \mathbf{q}_{k-1} - \eta \mathbf{T} \nabla \mathbf{J}, \quad k = \text{passo iterativo}. \quad (2.27)$$

Na equação acima, η representa o tamanho do passo (a distância percorrida na direção de otimização - para melhor entendimento uma discussão é realizada ao fim da seção) e \mathbf{T} representa uma transformação do gradiente, a qual definirá o método descendente utilizado. Para o método desta subseção temos: $\mathbf{T} = 1$.

É importante observar que o sinal negativo na frente de η na equação 2.27 garante uma direção descendente, de onde surge o nome do método.

A direção descendente, na qual se baseia o método aqui discutido, apresenta a vantagem de que para seu cálculo não é necessário o cálculo de derivadas de segunda ordem, somente do gradiente. No entanto, Nocedal e Wright (1999) colocam que a otimização com esta direção, pode se tornar extremamente lenta para problemas complexos.

Seguindo o trabalho Vogel (2002), abaixo é apresentado o algoritmo fundamental para implementação do método de otimização discutido nesta subseção.

Algorithm 1 Algoritmo para o método do Gradiente Descendente

```

 $k \leftarrow 0$ 
 $\mathbf{q}_k \leftarrow q_{inicial}$  {Modelo inicial}
for  $k = 1$  to  $Maxnumit$  do {Maxnumit = Número máximo de iterações}
     $\mathbf{G}_k \leftarrow -\nabla \mathbf{J}(\mathbf{q}_{k-1})$ ;
     $\eta_k \leftarrow \underset{\eta > 0}{\operatorname{argmin}} \mathbf{J}(\mathbf{q}^k + \eta \mathbf{G}_k)$ ; {Busca do tamanho do passo que minimiza  $\mathbf{J}$ }
     $\mathbf{q}_k \leftarrow \mathbf{q}_{k-1} + \eta_k \mathbf{G}_k$ ; {Atualização do modelo}
end for

```

2.3.2 Quasi - Newton

Nocedal e Wright (1999) cita que qualquer direção não ortogonal ao negativo do gradiente (direção que faz um ângulo menor que 90° com o negativo do gradiente),

garantido que o tamanho do passo η é suficientemente pequeno, conseguira minimizar \mathbf{J} . A partir desta afirmação é possível definir uma direção de busca diferente de $-\nabla\mathbf{J}$. Esta é calculada pelo método de Newton, a partir do qual se define o Quasi-Newton.

A fim de introduzir o método Quasi-Newton retoma-se a equação 2.27, de forma que agora teremos $\mathbf{T} = \mathbf{H}^{-1}$, para \mathbf{H} positiva definida, onde \mathbf{H} refere-se a Hessiana (equivalente a matriz de derivadas parciais de segunda ordem) da função objetivo, definida como:

$$H_{(l,m)} = \nabla\nabla\mathbf{J} = \frac{\partial^2\mathbf{J}(\mathbf{q})}{\partial\mathbf{q}_l\partial\mathbf{q}_m}. \quad (2.28)$$

O método de Newton possui uma rápida convergência local, tipicamente quadrática, de forma que quando na vizinhança da solução, uma convergência com precisão é atingida em poucas iterações (NOCEDAL; WRIGHT, 1999). No entanto, é consenso que o custo envolvido no cálculo da Hessiana é, na maioria das vezes, alto.

A partir do problema da Hessiana introduz-se a técnica de otimização não-linear Quasi-Newton, utilizando a mesma transformação associada a \mathbf{T} , exceto que neste caso a Hessiana será aproximada utilizando o gradiente calculado a cada iteração (NASH, 1990). Nocedal e Wright (1999) adiciona que mesmo não realizando o cálculo da Hessiana este possui uma taxa superlinear de convergência.

A aproximação da Hessiana pode ser realizada utilizando várias fórmulas, todas baseadas no gradiente, em Nocedal e Wright (1999) duas são apresentadas, a *Symmetric-rank-one* e a BFGS.

O algoritmo fundamental representando o método discutido é apresentado abaixo, adaptado de Vogel (2002).

Algorithm 2 Algoritmo para o método Quasi-Newton

```

 $k \leftarrow 0$ 
 $\mathbf{q}_k \leftarrow q_{inicial}$  {Modelo inicial}
 $\mathbf{H}_k \leftarrow$  Modelo inicial para Hessiana {O Modelo inicial pode ser determinado pelo usuário}
 $\mathbf{G}_k \leftarrow \nabla\mathbf{J}(\mathbf{q}_k)$  {Gradiente Inicial}
for  $k = 1$  to  $Maxnumit$  do {Maxnumit = Número máximo de iterações}
   $\mathbf{P}_k \leftarrow -\mathbf{H}_{k-1}^{-1}\mathbf{G}_{k-1}$ ;
   $\eta_k \leftarrow argmin_{\eta>0}\mathbf{J}(\mathbf{q}_k + \eta\mathbf{P}_k)$ ; {Busca do tamanho do passo que minimiza  $\mathbf{J}$ }
   $\mathbf{q}_k \leftarrow \mathbf{q}_{k-1} + \eta_k\mathbf{P}_k$ ; {Atualização do modelo}
   $\mathbf{G}_k \leftarrow \nabla\mathbf{J}(\mathbf{q}_k)$  {Novo gradiente}
   $\mathbf{H}_k \leftarrow$  Nova aproximação da Hessiana
end for

```

2.3.3 Gradiente Conjugado - *Conjugate Gradient*

Continuando a apresentação dos métodos de otimização, o último a ser apresentado é o Gradiente Conjugado (GC).

Scales, Smith e Treitel (2001) colocam que o CG é o mais utilizado para solução de grandes sistemas lineares, em adição Nocedal e Wright (1999) colocam que este também pode ser utilizado na otimização de problemas não-lineares. Em comparação com o Gradiente Descendente Nocedal e Wright (1999) colocam que as direções de otimização utilizadas pelo CG são muito mais efetivas que as direções do Gradiente Descendente, ao mesmo tempo que possuem praticamente a mesma facilidade de cálculo. Em comparação com os métodos Newton e Quasi-Newton anteriormente discutidos, tanto Nash (1990) quanto Nocedal e Wright (1999) citam que a vantagem do aqui discutido reside no fato de não ser necessário o armazenamento de uma matriz a cada iteração, apesar de não possuir a mesma velocidade de convergência dos anteriormente citados.

A fim de fornecer uma breve discussão a respeito da teoria por trás do método define-se a forma matricial do sistema linear de equações que se pretende otimizar como:

$$\mathbf{A}\mathbf{q} = \mathbf{m},$$

onde \mathbf{q} representa o vetor de parâmetros para os quais se deseja otimizar.

No caso geral de métodos de direções conjugadas, define-se um conjunto de vetores não nulos, os qual é classificado como *conjugado* com relação a \mathbf{A} , considerando esta uma matriz simétrica positiva definida, caso para todos os seus elementos a seguinte relação seja válida (NOCEDAL; WRIGHT, 1999; SCALES; SMITH; TREITEL, 2001; VOGEL, 2002; TARANTOLA, 2005):

$$\mathbf{P}_l^T \mathbf{A} \mathbf{P}_k = 0, \quad \text{para } k \neq l.$$

Esta relação define um tipo de ortogonalidade, garantida pela matriz \mathbf{A} .

Para a técnica de otimização discutida neste capítulo, refere-se ao método de direções conjugadas onde a direção de otimização na iteração k pode ser encontrada sabendo-se somente a direção anterior, com garantia que a nova direção é conjugada a todas as direções anteriores. Define-se então a equação representando o algoritmo básico de passo iterativo:

$$\mathbf{P}_{k+1} = \nabla \mathbf{J}_{k+1} + \beta_{k+1} \mathbf{P}_k, \quad (2.29)$$

onde β representa os coeficientes, calculados a cada iteração, capazes garantir ortogonalidade entre as direções.

Finalizando a discussão a respeito do método GC, coloca-se que β pode ser obtido a partir de um número signficante de fórmulas. Para maior aprofundamento teórico em relação ao método e conseqüentemente às fórmulas utilizadas para o cálculo de β refere-se a bibliografia citada ao longo de toda a seção, principalmente o trabalho de Nocedal e Wright (1999) e Scales, Smith e Treitel (2001).

Baseado em Vogel (2002), um algoritmo para implementação do método GC é apresentado abaixo, organizando de forma resumida as principais idéias a respeito do funcionamento da otimização.

Algorithm 3 Algoritmo para o método Gradiente Conjugado

```

 $k \leftarrow 0$ 
 $\mathbf{q}_k \leftarrow \mathbf{q}_{inicial}$  {Modelo inicial}
 $\mathbf{G}_k \leftarrow \nabla \mathbf{J}(\mathbf{q}_k)$  {Gradiente Inicial}
 $\mathbf{P}_k \leftarrow -\mathbf{G}_k$  {Direção de busca inicial}
for  $k = 1$  to  $Maxnumit$  do {Maxnumit = Número máximo de iterações}
   $\eta_k \leftarrow \text{argmin}_{\eta > 0} \mathbf{J}(\mathbf{q}_k + \eta \mathbf{P}_k)$ ; {Busca do tamanho do passo que minimiza  $\mathbf{J}$ }
   $\mathbf{q}_k \leftarrow \mathbf{q}_{k-1} + \eta_k \mathbf{P}_k$ ; {Atualização do modelo}
   $\mathbf{G}_k \leftarrow \nabla \mathbf{J}(\mathbf{q}_k)$ ; {Novo gradiente}
   $\beta_k \leftarrow \text{Novo cálculo de } \beta \text{ utilizando fórmula desejada}$ 
   $\mathbf{P}_k \leftarrow -\mathbf{G}_k + \beta_k \mathbf{P}_{k-1}$ ;
end for

```

2.3.4 Métodos de busca - *Line Search*

Método de busca diz respeito a escolha do tamanho do passo associado à direção de otimização. Para cada nova direção é necessário se definir um tamanho de passo ótimo para o qual a função objetivo será minimizada. Desta forma o método de busca para o passo ótimo η que garantirá minimização pode ser representado como a busca pelo mínimo da função:

$$\mathfrak{J}(\eta) = \mathbf{J}(\mathbf{q}_k + \eta \mathbf{P}_k). \quad (2.30)$$

Nocedal e Wright (1999) colocam que encontrar o mínimo desta função é uma tarefa muito expensiva, mesmo a determinação de mínimos locais necessita cálculo da função objetivo diversas vezes.

Em geral os métodos de busca podem ser implementados assumindo soluções que gerem redução significativa na função objetivo, ao mesmo tempo que um custo mínimo.

Uma solução óbvia seria encontrar um η que garantisse $\mathbf{J}(\mathbf{q}_k) < \mathbf{J}(\mathbf{q}_{k-1})$, no entanto Nocedal e Wright (1999) e Vogel (2002) discutem que esta não é uma solução apropriada, de forma que o valor do passo não forneceria redução suficiente na função objetivo e, possivelmente, convergiria para um mínimo diferente do buscado.

Para garantir que o passo calculado obtenha bons resultados, duas desigualdades são comumente utilizadas, estas são intituladas condições de Wolfe e são apresentadas abaixo:

$$\mathbf{J}(\mathbf{q}_k) \leq \mathbf{J}(\mathbf{q}_{k-1}) + c_1 \eta_{k-1} \nabla \mathbf{J}(\mathbf{q}_{k-1}^T) \mathbf{P}_{k-1}, \quad (2.31a)$$

$$\nabla \mathbf{J}(\mathbf{q}_k)^T \mathbf{P}_{k-1} \geq c_2 \nabla \mathbf{J}(\mathbf{q}_{k-1}^T) \mathbf{P}_{k-1}, \quad 0 < c_1 < c_2 < 1. \quad (2.31b)$$

A primeira desigualdade garante que um decréscimo suficiente será atingido, a segunda previne que passos muito pequenos sejam utilizados.

Nocedal e Wright (1999) cita que em prática, os métodos de busca utilizados (comumente referidos como inexatos) são realizados em dois passos, o primeiro visa determinar um intervalo de passo com tamanhos aceitáveis, o último utiliza o método da bisecção ou uma interpolação para encontrar o passo que garante melhores resultados entre os contidos no intervalo.

Em Nocedal e Wright (1999) e Vogel (2002) métodos de busca são apresentados assim como provas matemáticas e discussões mais completas a respeito do assunto são realizadas. Desta forma, uma melhor compreensão a respeito do assunto aqui discutido pode ser alcançada pela leitura dos trabalhos citados.

2.3.5 Conclusões

Nesta seção foram apresentados métodos de otimização iterativos como proposta para minimização da função objetivo associada ao problema de inversão tratado neste trabalho. A própria deconvolução, tratada no próximo capítulo, pode incorporar um dos métodos apresentados.

Apesar da apresentação dos métodos aqui realizada ter um caráter muito introdutório, não entrando muito em detalhes teóricos a respeito dos métodos, a compreensão de como a implementação destes é realizada é possível, sendo isto, condição suficiente para compreensão dos métodos de inversão apresentados a frente. Para aprofundamento no assunto, as referências citadas são uma opção.

2.4 Conclusão

Neste capítulo buscou-se introduzir conceitos fundamentais para as discussões realizadas nos próximos capítulos, além de apresentar a teoria por trás do modelo adotado para representação da Terra.

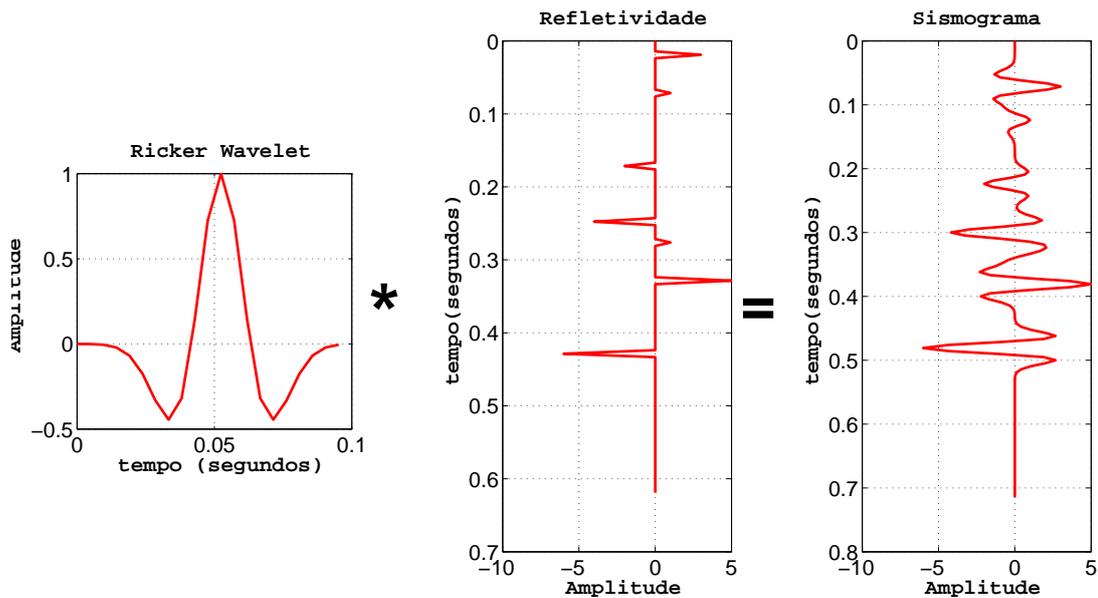
O primeiro capítulo tratou de discutir a respeito do modelo convolucional e as implicações para sua validade. Já o segundo capítulo focou na discussão de filtros inversos, teoria base para os métodos de deconvolução introduzidos no próximo capítulo. Por último, o terceiro capítulo apresentou métodos de otimização utilizados na resolução de problemas lineares e não-lineares, os quais podem ser utilizados tanto para deconvolução quanto para inversão de dados sísmicos, temas mais a frente discutidos.

Finalizada a introdução de conceitos teóricos fundamentais para as discussões realizadas nos próximos capítulos, a próxima parte do trabalho trata do problema de deconvolução, o problema de estimar a refletividade a partir do dado sísmico.

3 Deconvolução

A refletividade do interior da Terra é uma das informações que se deseja do dado sísmico. Esta é utilizada em algoritmos de inversão do traço capazes de estimar um modelo de impedância acústica para a subsuperfície. Como pode ser visto na figura 6 abaixo, a convolução faz com que a forma da ondaleta obscureça os pulsos (coeficientes de reflexão) associados as interfaces geológicas (SCHOEPP, 1998). Em Yilmaz (2001) a deconvolução é descrita como o processo capaz de comprimir a ondaleta relacionada com o sismograma e atenuar reverberações e múltiplas de pequeno período, garantindo assim uma maior resolução temporal e proporcionando uma estimativa da refletividade.

Figura 6 – Modelo convolucional representando a filtragem de uma ondaleta do tipo Ricker com um modelo de refletividade sintético. Destaque para as reflexões obscurecidas devido a pequena separação entre os deltas.



Fonte: O autor

Russell (1988) divide os métodos de deconvolução em duas classes, a primeira diz respeito aos métodos que supõem alguma restrição a respeito da fase da ondaleta e podem ser considerados como verdadeiras técnicas de processamento da ondaleta somente quando estas suposições são consistentes e aceitáveis, englobando os métodos: deconvolução *spiking*, deconvolução preditiva, deconvolução de fase zero e deconvolução consistente em superfície; a segunda diz respeito aos métodos que não pressupõem nada a respeito da fase da ondaleta e são considerados como verdadeiras técnicas de processamento da ondaleta, englobando os métodos: Estimativa da ondaleta utilizando dados de poço (Deconvolução

estratigráfica) e deconvolução por máxima verossimilhança. O Processamento da ondaleta, de acordo com Yilmaz (2001), diz respeito ao processo de estimar a ondaleta sísmica, derivar algum filtro do tipo Wiener *Shaping* para converter-la para a forma desejada e então aplicar o filtro no sismograma. Outra forma se refere ao processamento onde a forma desejada da ondaleta é a fase zero possuindo o mesmo espectro que a ondaleta original.

Apesar da divisão proposta em Russell (1988), a mais adotada diz respeito ao conhecimento ou não da ondaleta, classificando os métodos de deconvolução em determinísticos -quando a ondaleta é conhecida- e estatísticos -quando não se possui conhecimento a respeito da ondaleta.

Nas próximas seções serão apresentados alguns métodos de deconvolução. Continuando a discussão anterior a respeito dos filtros de Wiener, os primeiros métodos de deconvolução apresentados serão os baseados nestes filtros.

3.1 Deconvolução Wiener

Os métodos de deconvolução baseados nos filtros inversos de Wiener são aqueles que utilizam das suposições apresentadas no capítulo anterior para estimar a refletividade. A principal suposição para garantir o sucesso destes métodos de deconvolução é a 6 (a refletividade é um processo aleatório).

Em geral os filtros inversos associados a estes métodos garantem um espectro de amplitude inverso semelhante ao da ondaleta que se deseja converter, no entanto não garantem nada a respeito da fase caso as suposições necessárias para performance ideal não sejam satisfeitas.

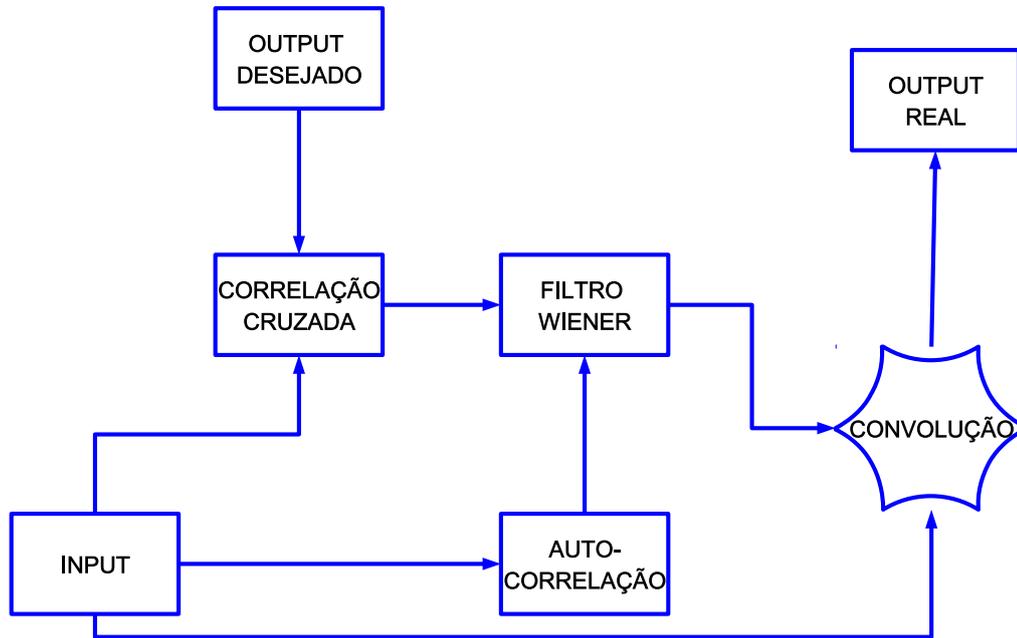
O principal objetivo destes métodos é aumentar a banda de frequências do sismograma através da compressão da ondaleta sísmica, levando à maior resolução vertical e possivelmente à atenuação de múltiplas.

Uma representação esquemática da deconvolução Wiener é apresentada na figura 7. Dois métodos de deconvolução Wiener serão apresentados nas subseções seguintes.

3.1.1 Deconvolução *spiking*

Quando utilizando a equação 2.25 com saída desejada igual a um impulso unitário em zero, o filtro Wiener desejado é o conhecido como filtro de deconvolução *spiking*. A

Figura 7 – Representação esquemática da deconvolução Wiener



Fonte: O autor

equação 2.25 pode ser reescrita como:

$$\begin{bmatrix} \alpha_0 & \alpha_1 & \alpha_2 & \dots & \alpha_m \\ \alpha_1 & \alpha_0 & \alpha_1 & \dots & \alpha_{m-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \alpha_m & \alpha_{m-1} & \alpha_{m-2} & \dots & \alpha_0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} d_0 \\ d_1 \\ \vdots \\ d_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (3.1)$$

para ϕ_0 igual ao valor inicial da ondaleta.

Esta deconvolução, para que obtenha êxito em converter a ondaleta em um delta, exige desta a propriedade de fase mínima. Utilizando esse método é possível estimar um operador de deconvolução cujo inverso do espectro de amplitude é semelhante ao da ondaleta, independente da propriedade de fase mínima ser satisfeita. Por sua vez, o inverso do espectro de fase deste, quando a ondaleta não é de fase mínima, não apresenta a similaridade desejada.

Ondaletas de fase mista são as mais comuns em dados sísmicos (HENRY, 1997), neste caso o operador de deconvolução *spiking* estimará a ondaleta de fase mínima cujo espectro de amplitude é semelhante ao espectro de amplitude da ondaleta de fase mista processada; no entanto, como discutido acima, uma boa estimativa do espectro de fase

não será possível.

Este método de deconvolução é explorado com a finalidade de comprimir a ondaleta do sismograma e pode ser utilizado principalmente em situações, como a fonte de dinamite, em que a ondaleta é aproximadamente de fase mínima.

3.1.2 Deconvolução preditiva

Em geral é comum encontrar um ruído correlacionável e com uma característica periódica no sismograma. Uma das alternativas para a remoção deste será aqui discutida, a deconvolução preditiva. Esta envolve a estimativa de um filtro inverso Wiener com a saída desejada sendo um forma avançada no tempo da entrada, sugerindo um processo relacionado a predição de valores futuros associados a entrada. Predizer valores, implica que sua atenuação é possível; continuando nessa linha de pensamento, abaixo é apresentada uma introdução ao processo de deconvolução preditiva.

Considerando uma entrada $x(t)$ desejamos que o sinal de saída do sistema seja $x(t + n)$. (ROBINSON; TREITEL, 1967) e Robinson e Treitel (2000) mostram que para essa situação a equação 2.25 para estimar os filtros de Wiener será reescrita da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} \alpha_0 & \alpha_1 & \alpha_2 & \dots & \alpha_m \\ \alpha_1 & \alpha_0 & \alpha_1 & \dots & \alpha_{m-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \alpha_m & \alpha_{m-1} & \alpha_{m-2} & \dots & \alpha_0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} d_0 \\ d_1 \\ \vdots \\ d_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_n \\ \alpha_{n+1} \\ \vdots \\ \alpha_{n+m} \end{bmatrix}. \quad (3.2)$$

Yilmaz (2001) destaca que a deconvolução *spiking* é apenas um caso especial da deconvolução preditiva quando n (atraso preditivo) é igual a 1.

Considerando o filtro desejado, $d = (d_0, d_1, d_2, \dots, d_m)$, o filtro de predição do erro capaz de calcular o erro entre a saída desejada e a calculada poder ser representado, de acordo com Robinson e Treitel (2000), como:

$$(1, 0, 0, \dots, 0, -d_0, -d_1, \dots, -d_m) \quad \text{para } n - 1 \text{ zeros.}$$

A convolução do filtro de predição do erro com a entrada (o traço sísmico), produzirá uma série associada aos valores que não podem ser previstos, os quais de acordo com a suposição 6, representarão a refletividade, uma vez que esta é um processo aleatório e valores futuros não podem ser previstos com base em valores passados.

Existem então, duas formas de se estimar a refletividade através da deconvolução preditiva. A primeira envolve calcular o filtro preditivo, convolver com o traço sísmico, atrasar o filtro por n e subtrair o resultado do traço sísmico; a segunda envolve calcular o

filtro preditivo e, a partir partir deste, o filtro de predição do erro e, por fim, convolver o último com o traço sísmico.

Os eventos do sismograma que serão filtrados (retirados) através da deconvolução preditiva com $n > 1$ serão aqueles relacionados a processos periódicos os quais são possíveis de se prever. Desta forma a deconvolução preditiva será responsável por dois processos: converter a ondaleta em um impulso unitário de atraso zero quando n igual a 1 e atenuar múltiplas através da remoção da energia associada a processos de reverberação no sismograma, para n maior que 1 (YILMAZ, 2001).

O método de deconvolução descrito nesta seção é amplamente utilizado na indústria de óleo nos dados de reflexão sísmica (ULRYCH; SACCHI, 2005), no entanto ele depende das suposições de que a ondaleta é de fase mínima e que a refletividade é relacionada a um processo aleatório, onde a última é fundamental para atenuação de múltiplas. Todavia estas suposições não podem ser verdadeiras (ZIOLKOWSKI, 1991), mas são adotadas com propósitos práticos, permitindo bons resultados.

3.1.3 Pré-branqueamento e Deconvolução com ruído

A fim de garantir uma estabilidade numérica (prevenindo possível divisão por zero) para o cálculo do filtro inverso o processo de pré-branqueamento é introduzido (DEY, 1999; YILMAZ, 2001; ULRYCH; SACCHI, 2005; SPADINI, 2012). Este é responsável pela introdução de ruído aleatório artificial ao dado antes da deconvolução, de forma que, para o caso em que o operador é derivado através da equação 2.25, uma constante será adicionada a diagonal principal da matriz de autocorrelação, como mostrado na equação abaixo. Para o caso geral do problema inverso associado a deconvolução teremos a adição da constante associada ao ruído na diagonal principal da matriz de sensibilidade.

$$\begin{bmatrix} \gamma\alpha_0 & \alpha_1 & \alpha_2 & \dots & \alpha_m \\ \alpha_1 & \gamma\alpha_0 & \alpha_1 & \dots & \alpha_{m-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \alpha_m & \alpha_{m-1} & \alpha_{m-2} & \dots & \gamma\alpha_0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} d_0 \\ d_1 \\ \vdots \\ d_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_0 \\ \phi_1 \\ \vdots \\ \phi_m \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

Em geral as técnicas de deconvolução anteriormente descritas exigem a supressão do ruído aleatório existente no sismograma para que a suposição 4 seja satisfeita, uma vez que a presença de ruído levará a instabilidade no cálculo do filtro inverso. Caso o ruído fosse perfeitamente aleatório ele seria interpretado na matriz de autocorrelação da mesma forma que o ruído associado ao pré-branqueamento. No entanto Yilmaz (2001) coloca que o ruído influenciará aditivamente, ainda que em pequena quantidade, os outros elementos da matriz.

Considerando o ruído não-correlacionável aditivo no dado sísmico teremos a mesma

representação matricial para o sistema de equações utilizados para o cálculo do filtro de Wiener em 3.3, no entanto a constante associada ao ruído γ possuirá duas componentes. Uma diz respeito ao ruído aleatório no sismograma e a outra ao ruído introduzido pelo pré-branqueamento a fim de estabilizar o resultado, agindo como um regularizador no processo de inversão equivalente a deconvolução.

Representando a componente aditiva do ruído aleatório mais o ruído do pré-branqueamento por $\kappa = \gamma\sigma^2$ onde σ^2 é a estimativa da variância do ruído, a forma matricial compacta de 3.3 será:

$$\mathbf{d} = (\mathbf{R}_w + \kappa\mathbf{I})^{-1}\mathbf{C}_w^T\boldsymbol{\delta} \quad (3.4)$$

A equação acima foi adaptada de (ULRYCH; SACCHI, 2005). O desenvolvimento levando a ela vem da minimização por mínimos quadrados, quando sujeita a condição de κ representar um ruído aleatório (não-correlacionável) e levando em consideração as suposições abaixo:

$$w(t) * d(t) \approx \delta(t) \quad (3.5a)$$

$$d(t) * n(t) \approx 0 \quad (3.5b)$$

Nas equações acima \mathbf{C}_w é a matriz convolucional associada a ondaleta, $\boldsymbol{\delta}$ é o vetor associado a saída desejada, \mathbf{d} é o filtro calculado e \mathbf{R}_w representa a matriz de autocovariância da ondaleta ou, assumindo a suposição 6, do sismograma. A matriz de autocovariância é sinônimo da matriz de autocorrelação, apresentada anteriormente, de forma que \mathbf{R}_w é igual a $\mathbf{C}_w^T\mathbf{C}_w$. Em 3.5a e 3.5b os símbolos seguem o padrão deste trabalho.

Observando κ acima é possível entender melhor porque o ruído aleatório trabalhará no sentido de garantir a estabilidade do cálculo, impedindo que divisões por zero ocorram, entretanto a vantagem ocorre somente dentro de um padrão aceitável para os valores do ruído. Ulrych e Sacchi (2005) colocam que para valores pequenos de κ a saída gerada é próxima de um impulso unitário, no entanto para valores maiores deste, a saída se torna um sinal de banda cada vez mais limitada. A ausência de frequências influencia negativamente na inversão da impedância acústica, assim, garantir uma maior banda de frequências, em especial em relação as baixas frequências, influenciará positivamente no resultado da inversão, introduzindo informação sobre a geologia que não está presente no sismograma (RUSSELL, 1988).

Conclui-se que a atenuação do ruído se faz necessária precedendo a deconvolução, ao mesmo tempo que sua introdução através do processo de pré-branqueamento garante a estabilidade no cálculo do filtro inverso. Uma discussão a respeito do ruído no dado sísmico

foi realizada anteriormente e mais a frente, na seção de processamento pré-inversão, será discutido sobre como atenuar seus efeitos.

3.1.4 Conclusão

Os métodos de deconvolução apresentados nesta seção são os conhecidos métodos clássicos, e assim serão referidos até o fim deste trabalho, desenvolvidos com base na teoria dos filtros de Wiener. Uma introdução geral foi feita a respeito dos métodos, com alguns exemplos a fim de clarificar o tema estudado. Ao final o efeito do ruído no processo deconvolucional foi mostrado em conjunto com a técnica de pré-branqueamento, que visa estabilizar a solução da deconvolução.

A próxima seção introduzirá outra classe de métodos de deconvolução, os quais, segundo Russell (1988), de um ponto de vista da inversão sísmica, são mais vantajosos em relação aos métodos clássicos apresentados acima.

3.2 Deconvolução Sparse-Spike

Nesta seção uma abordagem diferente do problema da deconvolução será realizada. Serão introduzidos os métodos de deconvolução *Sparse-Spike* que, segundo Ulrych e Sacchi (2005), buscam uma solução de deltas esparsos que seja consistente com o dado, enquanto os métodos clássicos, apresentados anteriormente, buscam uma solução que “branqueie” o espectro, aumentando a banda de frequências.

Os métodos aqui tratados são relativamente mais recentes, ao mesmo tempo que mais apropriados que os apresentados na seção anterior, pois a restrição adicional de que a refletividade seja uma série esparsa (deltas esparsos) possibilita uma estimativa de toda a banda de frequências desta (RUSSELL, 1988). Os clássicos, por outro lado, possuem a propriedade de banda limitada associada a refletividade estimada (DEBEYE; RIEL, 1990) o que refletirá negativamente na inversão.

Dentre os métodos existentes, Russell (1988) destaca três: (1) Deconvolução por máxima verossimilhança, (2) deconvolução pela norma L1 e (3) deconvolução por mínima entropia. Uma introdução a respeito destes será feita nas subseções seguintes.

3.2.1 Deconvolução por mínima entropia (MED)

O método aqui discutido foi inicialmente proposto em Wiggins (1978) como forma de encontrar uma solução mais adequada ao problema da deconvolução buscando a combinação de um menor número de deltas que represente a refletividade de forma consistente com o dado.

Para realização da MED, diferente das clássicas, as suposições 6 e 7 não são necessárias. Concentra-se em buscar um operador linear, através da maximização de uma norma de entropia em relação aos coeficientes deste, que, quando aplicado, converterá o traço sísmico em uma série, a qual conterá o mínimo possível de deltas esparsamente distribuídos capazes de representar o traço sísmico deconvolvido.

Wiggins (1978) destaca que diferente da deconvolução preditiva que, frequentemente, amplifica excessivamente o ruído, o MED atenua bandas de frequência onde a razão sinal-ruído é baixa ao mesmo tempo que acentua as bandas com uma razão alta.

O trabalho de Wiggins (1978) expõe a teoria por trás do método e em Sacchi, Velis e Comínguez (1994) a versão no domínio da frequência do MED (daqui pra frente intitulada FMED) é introduzida. Vale ressaltar que a FMED apresenta uma alternativa mais robusta em comparação ao MED como será mostrado em 8.2.

O FMED trabalha com a restrição:

$$E(\omega) = \hat{E}(\omega) \quad \text{para} \quad \omega \in [\omega_L, \omega_H] ,$$

implicando que a banda limitada por ω_L e ω_H da refletividade não será alterada durante o processo iterativo que representa a deconvolução.

A equação 3.6 abaixo, adaptada de Sacchi, Velis e Comínguez (1994) representa de forma clara o processo iterativo associado a FMED:

$$E_n^{(k)} = B_n^{(k-1)} \cdot H_n + \hat{E}_n , \quad (3.6)$$

onde B é a transformada de Fourier da equação B.6c, H é um filtro rejeita-faixa (corta banda, ou em inglês *stop band*).

Observa-se que B será responsável pela adição tanto de altas quanto baixas frequências no espectro da refletividade estimada.

Um importante detalhe a respeito destes métodos é que eles não levam em consideração nenhuma informação *a priori* da ondaleta, desta forma, invertendo-se o filtro calculado pode-se estimar a ondaleta do dado.

No apêndice **A** o algoritmo de Wiggins é apresentado para melhor compreensão do funcionamento do método. Como será visto, de forma similar aos métodos clássicos, o filtro será calculado invertendo uma matriz de Toeplitz, no entanto, para o MED, devido ao cálculo do filtro ser realizado iterativamente, esta matriz será invertida k vezes. (WIGGINS, 1978; SACCHI; VELIS; COMÍNGUEZ, 1994; ULRYCH; SACCHI, 2005).

Para aprofundamento em relação ao FMED refere-se à bibliografia citada nesta seção.

3.2.2 Deconvolução por máxima verossimilhança (MLD)

Nesta subseção o MLD será introduzido, mostrando suas diferenças em relação aos métodos anteriores e possíveis vantagens.

Diferente dos métodos clássicos, este método supõe que a refletividade é composta por um pequeno número de deltas de grande amplitude, associados a eventos mais significativos, sobrepostos a um conjunto de deltas de pequenas amplitudes com características gaussianas, relacionados a eventos menos significativos (RUSSELL, 1988; GOUTSIAS; MENDEL, 1986).

Em geral, por tratar-se de um problema inverso, a solução do problema de deconvolução será dada pela minimização de uma função objetivo, ou função de verossimilhança. Esta minimização, por sua vez, produzirá a solução mais provável, de acordo com os parâmetros do modelo utilizado, para a deconvolução.

O modelo utilizado, explicado acima, consiste em uma representação esparsa de deltas possuindo uma distribuição gaussiana (CHI; MENDEL; HAMPSON, 1984).

Um dos trabalhos pioneiros na aplicação do MLD para estimativa da refletividade é o Özdemir (1985) onde o autor compara a performance do método por mínimos quadrados em relação a este, utilizando os algoritmos de otimização Gauss-Newton e Newton-Raphson para obter as estimativas por MLD e mínimos quadrados. Os resultados apontaram a favor do MLD para aplicação a dados sísmicos devido a dependência do Mínimos Quadrados da suposição 6.

Além do trabalho de Özdemir, vários outros surgiram, propondo técnicas para deconvolução MLD. Em um deles, o trabalho de Chi, Mendel e Hampson (1984), é desenvolvido um método de deconvolução MLD capaz de simultaneamente realizar uma estimativa da ondaleta e parâmetros estatísticos, detectar a localização de refletores significantes e deconvolver o dado. Os resultados obtidos por estes autores obtiveram bons resultados tanto para dados sintéticos quanto reais.

Outros trabalhos existem, onde um entendimento mais aprofundado do método é possível, dentre eles cita-se: Kormylo e Mendel (1982), Kormylo e Mendel (1983), Chi e Mendel (1985) e Chi, Goutsias e Mendel (1985). Em Ursin e Holberg (1985) um trabalho, em certa forma semelhante a Özdemir (1985) é apresentado.

Como exemplo de técnica para solução do problema por MLD, abaixo será mostrada a função objetivo apresentada em Russell (1988) e uma descrição rápida do método apresentado neste.

O trabalho modela a refletividade como uma sequência Bernoulli-Gaussiana seguindo a ideia de Kormylo e Mendel (1982). Este método estimará simultaneamente a

refletividade e a ondaleta, através da minimização da função objetivo:

$$K = \sum_{i=1}^m \frac{\epsilon(i)^2}{R^2} + \sum_{i=1}^m \frac{n(i)^2}{\sigma^2} - 2N \ln(v) - 2(m - N) \ln(1 - v)$$

ϵ = coeficiente de reflexão
 N = número de reflexões
 m = número de amostras total
 n = ruído
 σ^2 = variância do ruído
 v = Probabilidade que uma amostra represente uma reflexão
 R = tamanho RMS dos deltas de maior amplitude

(3.7)

v controlará o número de deltas diferentes de zero a partir da suposição que a refletividade é esparsa. A partir destes parâmetros a solução buscada é a que possui o menor número de deltas ao mesmo tempo que uma em que a presença do ruído seja menor.

Uma representação esquemática do funcionamento deste método é apresentada na figura 8. Inicia-se com uma estimativa da ondaleta e a partir dela a estimativa da refletividade. A cada iteração a ondaleta é ajustada buscando o mínimo na função objetivo.

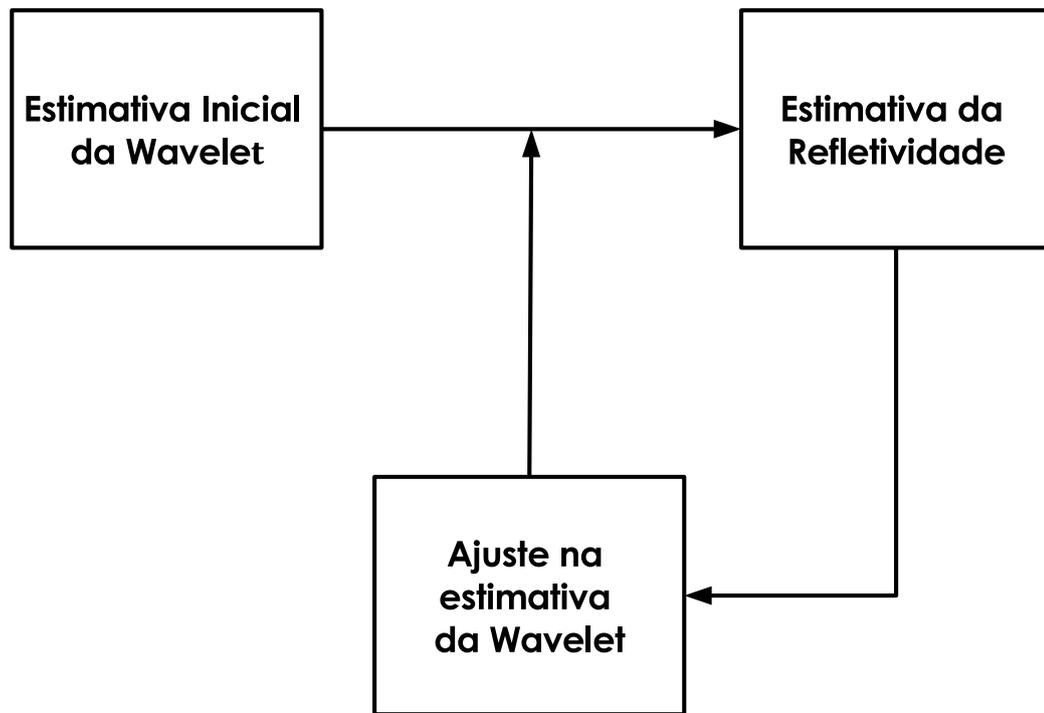
A refletividade é construída através do algoritmo SMLA (Adição única mais provável) de forma que a cada iteração um delta ótimo é adicionado. Exemplos podem ser encontrados no trabalho original, uma vez que o objetivo aqui é somente passar uma ideia do funcionamento.

Em geral a maioria dos trabalhos utilizando MLD registram uma boa performance deste. Em Goutsias e Mendel (1986) seis técnicas de MLD são comparadas a fim de estabelecer um padrão aceitável, duas foram classificadas como recomendadas, uma delas diz respeito ao trabalho acima citado Kormylo e Mendel (1982), a outra é apresentada em Chi, Goutsias e Mendel (1985).

Segundo Goutsias e Mendel (1986) a maior vantagem, em comparação com os outros métodos *sparse spike*, é que MLD consegue resolver eventos com uma separação muito pequena, sendo assim classificado como um método de alta-resolução, independente do dado utilizado ser de banda limitada.

Finalizando, observa-se que um número significativo de trabalhos focam na resolução do problema da deconvolução utilizando MLD, mostrando quão promissor este método tem se mostrado em relação aos aqui apresentadas.

Figura 8 – Representação esquemática da deconvolução por máxima verossimilhança



Fonte: Adaptado de Russell (1988)

3.2.3 Deconvolução pela norma $L1$

O método de deconvolução aqui apresentado, como o próprio nome coloca, se baseia na minimização da norma $L1$ (RUSSELL, 1988). Para entendimento dos diferentes tipos de norma, a equação seguinte mostra como é obtida a norma Lp de um sinal. A norma $L1$ para o traço sísmico é definida como a soma dos valores absolutos de cada amostra do traço sísmico, quando $p = 1$.

$$Lp = \sqrt[p]{\sum_{i=1}^m |x_i|^p} \quad (3.8)$$

É consenso entre vários autores que a norma $L1$ favorece a suposição de uma refletividade esparsa, produzindo assim, melhores resultados para a deconvolução. Debye e Riel (1990) colocam que considerando uma refletividade representada por deltas esparsamente distribuídos com ruído gaussiano aditivo de média zero, o problema seria resolvido da melhor forma, ao se minimizar a norma $L0$ da refletividade e a $L2$ do ruído. No entanto a norma $L0$ apresenta maior grau de dificuldade quanto a sua implementação e por isso, em prática, utiliza-se a norma $L1$ para refletividade e a $L2$ para o ruído.

Em Barrodale, Zala e Chapman (1984) uma comparação entre a norma $L1$ e $L2$ para deconvolução é apresentada; em Yarlagadda, Bednar e Watt (1985) esta comparação envolve as normas para $1 \leq p \leq 2$; já Debeye e Riel (1990) utilizam uma combinação de minimização de normas, uma para a refletividade e outra para o ruído.

Dois métodos para solução do problema da deconvolução através da minimização na norma $L1$ são mais comuns, estes são: (1) O método de programação linear e (2) o método autoregressivo. Taylor, Banks e McCoy (1979) desenvolveram a abordagem por programação linear no domínio do tempo e Levy e Fullagar (1981) no domínio da frequência. Em Oldenburg, Scheuer e Levy (1983) a abordagem utilizando tanto (1) quanto (2) são comparados para dados sintéticos, de forma que ambos apresentaram bons resultados para inversão do traço sísmico.

Em Sacchi (1997) (reapresentado em Ulrych e Sacchi (2005)), o problema da deconvolução proposto nesta seção (assumindo uma refletividade esparsa) é regularizado utilizando os critérios de Huber e Cauchy onde o primeiro, em condições específicas, equivale a regularização pela norma $L1$ discutida nesta subseção. A função objetivo é minimizada através do método dos mínimos quadrados redistribuídos iterativo, do inglês: *Iterative Re-weighted Least Squares* (IRLS). Relembrando a afirmação acima a respeito da combinação, na prática, da norma $L1$ para a refletividade e a $L2$ para o ruído, a função objetivo proposta possui esta característica, contanto que a regularização pelo critério de Huber possa ser aproximada por uma norma $L1$.

Outro método que vale ser citado é o apresentado em Wang (2011), onde o autor combina, da mesma forma que o método discutido acima, a norma $L1$ para refletividade e a $L2$ para o ruído. No entanto, ao invés da minimização através do IRLS, esta é realizada utilizando o método do gradiente descendente. O problema é regularizado utilizando uma técnica *a posteriori* envolvendo a variação de forma geométrica de um valor predeterminado.

Mais recentemente, e também utilizando o IRLS na minimização da função objetivo, Oliveira e Lupinacci (2013) propõem um método de deconvolução considerando um modelo convolucional associado a um meio com atenuação ou seja, não estacionário. A função objetivo utilizada adota a norma $L1$ tanto para a refletividade quanto para o ruído.

Vale destacar, para propósitos de melhor entendimento, que a minimização, seja por qualquer norma, do ruído, significa, no contexto de inversão, a minimização da diferença entre o dado original e o estimado (a convolução da ondaleta sísmica com a refletividade estimada).

Nota-se que diversas opções de métodos de deconvolução envolvendo não só a norma $L1$ existem, cabe saber considerar o mais adequado para o problema em mãos. Uma análise mais a fundo do problema de deconvolução pela norma $L1$ pode ser encontrada na bibliografia citada acima. Vale ressaltar, no entanto, a sua vantagem frente aos métodos

baseados na minimização dos quadrados dos erros (Norma L_2), como os métodos clássicos. De fato em Levy e Fullagar (1981) uma comparação entre estes métodos foi realizada, o que comprovou a superioridade do aqui apresentado em relação aos clássicos.

3.2.4 Conclusão

Nesta seção foram apresentadas as técnicas de deconvolução *sparse-spike*. Estas, em geral, apresentam resultados mais satisfatórios em relação aos métodos clássicos discutidos na seção anterior.

A distinção mais notável dos métodos aqui apresentados, em relação aos anteriores, é que estes não dependem das suposições 6 e 7 (ondaleta de fase mínima e refletividade associada a um processo aleatório), mas sim da suposição da refletividade ser composta por deltas esparsamente distribuídos.

Em geral são métodos mais recentes e que são utilizados em conjunto com técnicas de inversão do traço, as conhecidas técnicas de inversão *sparse-spike*, para estimativa da impedância acústica de subsuperfície. Estas são amplamente difundidas, geralmente sob o nome *Constrained Sparse-Spike Inversion* (CSSI). A exemplo de aplicação, cita-se Sancevero, Remacre e Portugal (2006).

Até este ponto os métodos de deconvolução se mostraram capazes de obter uma estimativa da refletividade considerando um modelo convolucional estacionário. É importante observar que a estacionariedade, como falado no capítulo anterior, não é, em realidade, uma propriedade condizente com a realidade. O trabalho Oliveira e Lupinacci (2013) acima citado apresenta uma solução para este problema. De toda forma, uma breve introdução a respeito de outras soluções objetivando resolver o problema de deconvolução, considerando um modelo não estacionário, será feita na seção seguinte.

3.3 Não-estacionariedade da ondaleta

Nesta seção uma discussão a respeito da não-estacionariedade da ondaleta sísmica será realizada, apresentando alguns métodos comumente utilizados para correção destes efeitos (não-estacionários), discutidos no capítulo 1. Como não é o objetivo deste trabalho, a discussão a seguir possui um caráter introdutório, não entrando muito a fundo neste tema.

A primeira parte da seção discute as técnicas mais comuns utilizadas para compensar pelos efeitos não-estacionários presentes no dado sísmico enquanto a segunda apresenta uma breve introdução sobre os métodos de deconvolução não-estacionária.

3.3.1 Deconvolução variante no tempo (NSD)

Como alternativa para corrigir o efeito não-estacionário característico da ondaleta em dados sísmicos, é discutida em Yilmaz (2001) a deconvolução utilizando janelas temporais. Operadores de deconvolução são derivados de acordo com cada janela temporal e aplicados a suas janelas correspondentes (YILMAZ, 2001; CHOPRA; MARFURT; MISRA, 2010).

Uma análise desta técnica é realizada em Yilmaz (2001) onde ele destaca que, apesar de ser uma solução para a não-estacionariedade, um problema prático é encontrado em relação ao tamanho das janelas de análise. A fim de obter bons resultados estatísticos na estimativa da autocorrelação, o tamanho do operador é limitado, de modo que esta técnica pode não ser efetiva na remoção de reverberações e múltiplas de curto período. Em relação ao número de janelas analisadas, Chopra, Marfurt e Misra (2010) colocam que em prática é comum escolher entre duas e três janelas temporais, garantindo que elas se sobreponham para evitar surgimento de artefatos.

Baan (2008) destaca que este método representa uma alternativa para o de filtragem inversa Q , apresentada mais a frente. O mesmo autor em um trabalho de 2012, Baan (2012), comparando estes dois, aponta vantagens e desvantagens na utilização destes e ao fim coloca que os melhores resultados são obtidos quando utilizando ambos em sequência.

O próximo método é uma solução para o problema prático relacionado ao tamanho da janela de análise.

3.3.2 Branqueamento espectral variante no tempo

A descrição deste método pode ser encontrada em diversos trabalhos, dentre eles cita-se Lee (1986), Yilmaz (2001) e Chopra, Marfurt e Misra (2010). Em resumo o método consiste em determinar filtros passa-banda individuais, no sentido que a banda de um não sobreponha a de outro, e aplicar ao dado sísmico. A partir disto a taxa de decréscimo associada a cada banda pode ser determinada e funções de ganho (decrécimo) específicas podem ser calculadas. Por fim, o inverso dessas funções de ganho é aplicado a sua banda respectiva e então todos os resultados são somados.

Yilmaz (2001) cita que a principal diferença entre este e os métodos de deconvolução clássicos é que o primeiro obtém melhores resultados branqueando o espectro de amplitude, podendo apresentar distinção significativa em relação aos resultados pelos métodos clássicos, considerando dados de banda larga.

Em Lee (1986) este método é analisado no domínio da frequência. O autor destaca que: (1) para a situação específica em que a ondaleta associada ao dado sísmico é de fase zero e a suposição 6 é considerada, este método pode ser utilizado como um método de deconvolução; (2) este apresenta bons resultados na compressão da ondaleta, independente

da fase associada a esta; (3) pode ser utilizado para aumentar a razão sinal-ruído, especialmente quando o ruído apresenta uma banda limitada; (4) a não ser que a ondaleta seja de fase zero, a interpretação pode ser comprometida utilizando este método; e (5) este não é capaz de atenuar múltiplas adequadamente. Em relação as duas primeiras afirmações acima, Yilmaz (2001) diz que uma prova matemática comprovando-as não existe, mas da mesma forma que Lee, nota que elas são verdadeiras na prática.

Com o método aqui estudado é possível realizar o branqueamento a fim de corrigir os efeitos da não-estacionariedade, além disto este não apresenta a limitação associada ao da subseção anterior. Entretanto, como desvantagem, Chopra, Marfurt e Misra (2010) destacam que por ser um processo aplicado traço a traço, este não é apropriado para utilização em dados AVO.

Os métodos apresentados até agora obtém soluções para corrigir a não-estacionariedade levando em consideração somente a informação contida no dado sísmico, sem estimar nenhum modelo para os processos responsáveis por essa. Neste sentido a próxima subseção apresenta um método que utiliza um modelo, a filtragem inversa Q .

3.3.3 Filtragem inversa Q

A filtragem inversa Q é uma alternativa determinística para o problema da não-estacionariedade, no sentido que um modelo é pressuposto para os efeitos responsáveis por esta.

O modelo é baseado no fator de atenuação Q . De fato, vários modelos existem para este, no entanto, como já falado, uma forma analítica não.

Baan (2012) cita que a correção utilizando este método é promissora no sentido que aumenta a resolução ao expandir a banda de frequências, mas que o desenvolvimento dos algoritmos se torna um problema devido a dependência de uma boa estimativa de Q .

Após definir o modelo para Q , a filtragem inversa é realizada. Esta removerá os efeitos relacionados a não-estacionariedade da ondaleta aumentando a banda do dado pela correção da perda das altas frequências (CHOPRA; MARFURT; MISRA, 2010). Após a correção destes efeitos, métodos de deconvolução tanto estatísticos quanto determinísticos podem ser utilizados (GELIUS, 1987).

Quanto ao uso dos métodos de deconvolução após a filtragem inversa Q , Schoepp (1998) cita que, de fato, é fundamental que os dois métodos sejam utilizados em conjunto, no entanto ela coloca que a ordem em que os dois devem ser aplicados é uma questão a ser estudada, e vai variar de acordo com a situação. Em Yilmaz (2001) um fluxo de processamento para a deconvolução é proposto com a afirmação de que teoricamente este produzirá um resultado ótimo. Neste fluxo a filtragem inversa Q é aplicada antes da deconvolução.

A correção utilizando o método desta subseção pode ser aplicada com o intuito de corrigir efeitos na fase, na amplitude ou os dois simultaneamente (GELIUS, 1987; SCHOEPP, 1998; BAAN, 2008; BAAN, 2012). No entanto van der Baan em seus trabalhos, Baan (2008) e Baan (2012), coloca que o método aplicado à correção somente da amplitude é suscetível a acentuar o ruído, diminuindo a razão sinal-ruído do dado e apresentando resultados instáveis. Quanto a correção somente da fase, por sua vez, é verificado que esta produz resultados estáveis.

Como conclusão o método apresentado aqui é uma boa correção para o problema da não-estacionariedade de modo que sua possível vantagem em relação aos métodos acima é ser um método determinístico. Esta conclusão se baseia na afirmação em Yilmaz (2001): “A ideia é realizar o máximo de deconvolução determinística”. Entretanto como concluído em Baan (2012) e já falado, utilizar o método desta subseção seguido do apresentado em 3.3.1 pode representar uma alternativa que trará resultados superiores.

Para um melhor aprofundamento, as referências citadas são recomendadas, em especial Gelius (1987), Schoepp (1998), Baan (2012) e o mais recente Zhang et al. (2014).

Em geral os métodos utilizados até este ponto supõem um modelo convolucional estacionário. Todos buscam corrigir a não-estacionariedade mas nenhum supõe um modelo com esta característica. Neste sentido, o próximo tópico tem a finalidade de introduzir o conceito de deconvolução não-estacionária (SCHOEPP, 1998).

3.3.4 Deconvolução não-estacionária

Nesta subseção o tópico de deconvolução não-estacionária será introduzido. Primeiramente será apresentado de forma rápida o conceito de filtragem não-estacionária (MARGRAVE, 1998), em seguida o modelo utilizado como extensão do convolucional estacionário para o caso aqui tratado será introduzido e por último a deconvolução não-estacionária (SCHOEPP, 1998) e alguns dos métodos de deconvolução considerando a não-estacionariedade serão brevemente citados.

3.3.4.1 Filtragem não-estacionária

A filtragem não-estacionária e sua base matemática são apresentados em Margrave (1998). A base desta filtragem se encontra na convolução não-estacionária e a representação deste processo no domínio do tempo é apresentada na equação abaixo adaptada de Margrave (1998):

$$x(t) = \int \epsilon(t - \tau, \tau)w(\tau)d\tau , \quad (3.9)$$

onde $x(t)$ é o traço sísmico, $\epsilon(t)$ a refletividade e $w(t)$ a ondaleta. A equação acima representa o processo convolucional onde o filtro varia com o tempo de entrada do sinal no

sistema. O resultado do processo modelado por 3.9 é uma superposição de versões escaladas da resposta impulsional do filtro não-estacionário, que para o caso dos dados sísmicos será a ondaleta.

Além de uma representação temporal da filtragem aqui introduzida, a representação no domínio da frequência e nos dois domínios simultaneamente foram formuladas em (MARGRAVE, 1998). As adaptações de 3.9 para estas situações são mostradas abaixo.

No domínio da frequência temos:

$$X(\omega) = \int W(F)E(\omega, \omega - F)dF , \quad (3.10)$$

onde $X(\omega)$ e $W(F)$ representam as transformadas de Fourier de $x(t)$ e $w(t)$, respectivamente e $E(\omega, F)$ é a transformada de Fourier 2D de $\epsilon(t, \tau)$.

A representação simultânea nos dois domínios é feita pela equação abaixo:

$$X(\omega) = \int \Omega(\omega, \tau)w(\tau)e^{-j\omega\tau} d\tau . \quad (3.11)$$

Ω é chamada função de transferência não-estacionária e é definida como:

$$\Omega(\omega, \tau) = \int \epsilon(t, \tau)e^{-i\omega\tau} dt . \quad (3.12)$$

No caso da deconvolução estudada nesta subseção, o filtro buscado é formulado como o operador convolucional capaz de retirar os efeitos da ondaleta e da atenuação (SCHOEPP, 1998).

Schoepp (1998) destaca que determinar o operador de deconvolução nos dois domínios simultaneamente pode ser mais fácil uma vez que assim ele poderá ser analisado tanto na frequência quanto no tempo. Desta forma Ω pode ser obtido utilizando métodos que proporcionam a análise conjunta no tempo e na frequência.

Ainda em Schoepp (1998), vários métodos de análise conjunta são apresentados dentre eles o $|TVS|$ (espectro de amplitude variante no tempo), o qual pode ser calculado utilizando a transformada de Fourier de tempo curto (STFT) ou mesmo a transformada Wavelet. O considerado mais apropriado para NSD é o primeiro acima citado, no entanto é destacado que o segundo é um bom candidato para substituir o primeiro uma vez que este fornece maior resolução no tempo e na frequência. Exemplos de métodos de deconvolução não-estacionária, utilizando a transformada wavelet, aplicados a imagens podem ser encontrados em Neelamani, Choi e Baraniuk (1999) e Rivaz e Kingsbury (2001). A teoria por trás destes métodos de análise pode ser encontrada em Mertins (1999).

A determinação do operador de deconvolução utilizado no método introduzido em Schoepp (1998) adota $|TVS|$ como técnica de análise conjunta no tempo e na frequência, a partir daí o conceito de NSD é desenvolvido.

O próximo tópico a ser introduzido é a extensão do modelo convolucional apresentado no primeiro capítulo para a situação em que efeitos não-estacionários estão presentes.

3.3.4.2 Modelo convolucional não-estacionário

O modelo convolucional não-estacionário, variante com o tempo e a frequência, associado a um traço sísmico é modelado em Schoepp (1998) como:

$$X(t, \omega) = E(t, \omega)M(t, \omega)W(\omega)e^{-\frac{a(t, \omega)\omega t}{2} + j\phi(t, \omega)} \quad (3.13)$$

Neste modelo o pulso sísmico é caracterizado por duas componentes, uma relacionada a ondaleta $w(t)$ e a outra às múltiplas $m(t)$. Desta forma, na equação acima, $E(t, \omega)$ é relativo ao espectro da refletividade, $M(t, \omega)$ ao espectro das múltiplas e $W(\omega)$ ao da ondaleta. $a(t, \omega)$ diz respeito a uma função associada aos efeitos de atenuação, ou seja, uma função dependente de Q ; e $\phi(t, \omega)$ é o espectro de fase associado a estes efeitos. Em geral, os espectros apresentados acima possuem características não-estacionárias, isto é, variantes no tempo.

Uma explicação mais detalhada a respeito do modelo aqui apresentado pode ser encontrada em Schoepp (1998) e Schoepp e Margrave (1998).

Agora que o modelo convolucional foi alterado para considerar efeitos não-estacionários e o conceito de filtragem não-estacionária foi introduzido, resta falar sobre a NSD.

3.3.4.3 O método NSD

Até este ponto toda a teoria a respeito da NSD foi baseada nos trabalhos Margrave (1998) e Schoepp (1998), desta forma, o método de deconvolução exposto abaixo, seguindo esta linha de desenvolvimento, descreverá o apresentado em Schoepp (1998) e resumido em Schoepp e Margrave (1998).

O primeiro passo do algoritmo descrito consiste em aplicar um ganho exponencial a fim de prevenir falseamento durante o cálculo da STFT, utilizada para gerar o TVS .

O segundo passo, após o cálculo do TVS , envolve a estimativa de Q através de um modelo específico a fim de retirar os efeitos da atenuação do dado, produzindo uma versão suavizada deste. Este processo é intitulado *smoothing* ou em português, suavização. Baseado na suposição discutida anteriormente (a tendência geral do espectro de amplitude do sismograma é associada ao espectro da ondaleta, enquanto as rápidas variações dizem

respeito a refletividade) o espectro de amplitude da refletividade é separado do espectro da ondaleta.

O espectro de fase é calculado através da transformada de Hilbert do logaritmo natural do espectro de amplitude e, desta forma, uma representação complexa da ondaleta é calculada.

O último passo envolve calcular o filtro inverso da ondaleta utilizando a teoria de filtros não-estacionários (MARGRAVE, 1998) e, por fim, aplicar este ao dado.

Utilizando este algoritmo para deconvolução NSD Schoepp (1998) mostrou sua validade. Schoepp e Margrave (1998) nomeiam o método representado pelo algoritmo acima de TVSD (Inversão Espectral Variante no Tempo) e comparam sua performance com a dos métodos clássicos, comprovando a superioridade do primeiro em relação aos segundos.

3.3.4.4 Conclusão

O método de deconvolução não-estacionária apresenta uma solução superior aos métodos de deconvolução estacionária (SCHOEPP; MARGRAVE, 1998) para os efeitos associados a não-estacionariedade atuantes na ondaleta que se propaga no interior da Terra. Ao mesmo tempo esse representa um método de maior complexidade e seu cálculo depende de um maior número de parâmetros, como a estimativa de um modelo para Q e a filtragem inversa não-estacionária.

Nesta subseção o método introduzido em Schoepp (1998) foi apresentado, no entanto, outros métodos de deconvolução não-estacionária aplicados a dados sísmicos podem ser encontrados na literatura, podendo citar Margrave et al. (2002), Margrave e Lamoureux (2010), Li et al. (2013) e o mais recente Li et al. (2014).

3.4 Conclusão

Este capítulo foi dedicado a introdução geral a respeito do processo de deconvolução e alguns dos métodos existentes.

Na primeira parte os métodos clássicos baseados na filtragem de Wiener foram apresentados, especificamente a deconvolução preditiva e spiking. Por fim uma discussão a respeito do ruído na deconvolução e da técnica de pré-branqueamento, utilizada a fim de estabilizar os resultados do cálculo do filtro foi realizada.

A segunda parte tratou dos métodos de deconvolução *Sparse-Spike*, os mesmos citados em Russell (1988), os quais são: Deconvolução por mínima entropia, Deconvolução por máxima verossimilhança e Deconvolução pela norma L1. Em geral foi destacado que estes apresentam melhores resultados do que os métodos clássicos, assumindo uma

refletividade representada por deltas esparsos e não como uma sequência aleatória. A possibilidade de introduzir restrições alterando a função objetivo de acordo com o problema torna, estes, possivelmente, os métodos de inversão acústica mais difundidos atualmente.

A terceira e última parte tratou da não-estacionariedade associada a ondaleta sísmica, apresentando soluções práticas para este problema, dentre estas, a deconvolução não-estacionária é aparentemente a mais apropriada.

Apresentados os métodos de deconvolução o tema da estimativa da ondaleta será tratado no próximo capítulo com o intuito de promover uma compreensão introdutória a respeito do tema e exibir alguns métodos existentes.

4 Estimativa da ondaleta

Uma das propostas deste trabalho é o estudo da influência de uma boa estimativa da ondaleta sísmica no processo de inversão, ou seja, a análise de sensibilidade da estimativa da impedância acústica em relação a estimativa da ondaleta. Neste sentido, nesta seção uma introdução aos métodos de estimativa e extração da ondaleta será feita, primeiro através de uma revisão de alguns métodos existentes e então, a apresentação dos aqui utilizados.

Em geral, é convenção na maior parte dos trabalhos nesta área, que os métodos da estimativa da ondaleta são divididos em duas categorias: métodos determinísticos e métodos estatísticos. Os métodos determinísticos neste trabalho, se referem àqueles que utilizam de dados de poço; os métodos estatísticos por sua vez, dizem respeito aos que fazem suposições a respeito das características da ondaleta e da resposta impulsional da Terra, gerando um modelo estatístico para esta, fazendo uso, assim, de métodos puramente baseados em ferramentas matemáticas que abordam estatisticamente o problema da estimativa da ondaleta. O termo estimativa da ondaleta será empregado quando o método para calcular a ondaleta do sismograma é estatístico; o termo extração por sua vez, será empregado quando se utiliza de informação de dados de poço.

Agora que que uma introdução sem grandes pormenores foi realizada, uma revisão dos trabalhos desenvolvidos até o momento será realizada, a fim de apresentar algumas possibilidades existentes.

4.1 Revisão bibliográfica dos métodos de estimativa da ondaleta

Uma gama imensa de trabalhos existem, tanto utilizando métodos estatísticos quanto determinísticos. Em Osman e Robinson (1996), a maioria das pesquisas relacionadas a estimativa da ondaleta sísmica, até a data de publicação do trabalho, são apresentadas. Este promove uma visão dos diversos métodos desenvolvidos, apresentando técnicas que buscam uma aproximação tanto estatística quanto determinística para o problema da estimativa da ondaleta sísmica.

Com o propósito de apresentar alguns métodos existentes e demonstrar o imenso número de possibilidades para resolução do problema tratado nesta seção, alguns trabalhos serão brevemente descritos, criando uma relação entre o tempo e o aumento da complexidade. Para maior aprofundamento cita-se Osman e Robinson (1996) e os trabalhos originais.

Em Robinson (1954) e Robinson (1957) o problema da estimativa da ondaleta

sísmica é atacado utilizando o método de Kolmogorov (conhecido também como método da Transformada Hilbert). A estimativa se baseia na suposição de fase mínima para a ondaleta, de forma que o espectro de fase pode ser obtido calculando-se a Transformada Hilbert do logaritmo natural (neperiano) do espectro de amplitude estimado para a ondaleta.

Dois dos trabalhos iniciais relacionados ao problema aqui tratado, Ulrych (1971) e Tribolet e Oppenheim (1977), buscam a solução do problema utilizando a teoria de sistemas homomórficos, desenvolvida em Oppenheim (1965). A vantagem deste método reside no fato que as suposições 6 e 7 não precisam ser satisfeitas.

Em White e O'Brien (1974) três métodos são analisados para obtenção do espectro de fase da ondaleta. O primeiro diz respeito ao método dos trabalhos Robinson (1954) e Robinson (1957) acima descrito; o segundo utiliza da Transformada Z e o terceiro envolve a inversão do filtro estimado para deconvolução utilizando técnicas clássicas (Deconvolução *spiking*). Esta última técnica, também apresentada em Robinson (1954) e Robinson (1957) é, as vezes, citada na literatura como inversão dupla Wiener-Levinson, do inglês *Wiener Levinson double inverse*.

Em Oldenburg, Levy e Whittall (1981) os autores mostram como construir uma ondaleta suave a partir de uma estimativa, possivelmente “pobre” da refletividade ou um filtro inverso aproximado para a ondaleta sísmica; o objetivo do trabalho é recuperar a ondaleta e a refletividade quando possuindo somente o dado sísmico e algum conhecimento a respeito do ruído; três métodos foram utilizados e ambos obtiveram bons resultados para dados gerados com ondaletas possuindo diferentes características. Vale citar que um dos métodos utilizados envolve calcular o filtro inverso do estimado utilizando MED, técnica referida anteriormente em 3.2.1.

Em Weglein e Secrest (1990) os autores apresentam um método de estimativa da ondaleta, determinístico e multidimensional, assumindo um modelo elástico ou acústico para a Terra; o método consegue predizer o espectro da ondaleta quando as posições da fonte são conhecidas e, para o caso da fonte ser desconhecida, o método prediz o campo de onda gerado pela fonte.

O trabalho Velis e Ulrych (1996) busca uma solução para o problema aqui discutido utilizando uma estratégia baseada em um algoritmo de *simulated annealing*.

Em Lu (2005) um algoritmo para estimativa de ondaletas que não possuem fase mínima é proposto. Neste, o espectro de fase e amplitude são estimados utilizando, respectivamente, as estatísticas de segunda ordem dos traços sísmicos e o momento de terceira ordem das ondaletas o qual por sua vez será estimado através do dado sísmico.

Trabalhos mais recentes buscam novos métodos apropriados, ao mesmo tempo que, de certa forma, utilizando técnicas mais complexas, para a estimativa da ondaleta. Citam-se como exemplo de métodos mais recentes: Zheng et al. (2013), Yi et al. (2013)

e Wang, Zhang e Gao (2014). No primeiro, um novo método é proposto, baseado na transformada S e no método dos mínimos quadrados. No segundo uma comparação entre quatro métodos de estimativa da ondaleta é realizada; o primeiro envolve a extração da ondaleta a partir do sinal refletido no fundo marinho; o segundo envolve um método puramente estatístico, capaz de estimar o espectro de amplitude da ondaleta assumindo a refletividade como um processo aleatório (Suposição 6); o terceiro é conhecido como um método híbrido, combinando uma estimativa estatística com uma determinística, de modo que a amplitude será estimada estatisticamente e a fase através de perfis de poço; o quarto método baseia-se no algoritmo *Iterated Window Maximization* (IWM) para deconvolução *sparse-spike*. No terceiro trabalho, publicado recentemente, os autores construíram um novo critério baseado na divergência-Rényi para utilizar na estimativa da fase de ondaletas sísmicas com baixas frequências dominantes, um método puramente estatístico.

Uma observação que deve ser feita é que a complexidade dos métodos só tem aumentado com o tempo, o que é um reflexo direto da complexidade do problema em mãos. Além disso, o aumento de poder computacional tem aumentado, garantindo que métodos mais complexos possam ser buscados.

Uma vez que uma revisão bibliográfica foi realizada, a próxima seção tratará de explicar mais a fundo os métodos de estimativa da ondaleta utilizados neste trabalho.

4.2 Métodos de estimativa utilizados

Para o presente trabalho quatro métodos foram adotados: O da Transformada Hilbert (método de Kolmogorov), a inversão dupla Wiener-Levinson, o método de deconvolução homomórfica (filtragem cepstral) e a suavização do espectro de amplitude combinado com o algoritmo de correção de fase proposto em Levy e Oldenburg (1987). Uma breve descrição destes será realizada nas subseções seguintes a fim de demonstrar introdutoriamente os métodos.

4.2.1 Método da Transformada Hilbert (Método de Kolmogorov)

A base teórica para compreensão deste método envolve os conceitos expostos em 2 e 3. Uma descrição detalhada a respeito deste pode ser encontrada em Robinson (1954), Robinson (1957) e Robinson e Treitel (2000). O método será apresentado de um ponto de vista introdutório discutindo conceitos sem um maior aprofundamento quanto a matemática associada ao problema. No entanto, mesmo que com caráter introdutório, é suficiente para o entendimento.

Iniciando a discussão, retoma-se as suposições realizadas no capítulo 2, supondo o traço sísmico como uma composição de ondaletas de amplitudes determinadas por uma série aleatória, a qual, por sua vez, é composta por impulsos com diferentes magnitudes.

Observando novamente a equação 2.7 e lembrando a discussão realizada na subseção associada a esta (2.1.4), tem-se que a autocorrelação do sinal sísmico será igual a autocorrelação da ondaleta escalada por um fator igual a energia total da refletividade.

Como afirmado em Robinson e Treitel (2000), o cálculo da densidade espectral de um sinal pode ser realizado através da Transformada de Fourier da autocorrelação deste, de forma que a densidade espectral é igual ao quadrado da magnitude da Transformada de Fourier de um sinal. Esta afirmação pode ser melhor compreendida observando-se a equação A.4. Em Claerbout (1985) uma prova para a afirmação acima é, de certa forma, realizada ao considerar-se domínios discretos. Organizando os conceitos acima introduzidos e, considerando, continuando com a mesma convenção de símbolos do trabalho, a autocorrelação do sismograma como α_x , pode-se escrever:

$$|\mathfrak{F}(\alpha_x)| = \Phi(\omega) = |W(\omega)|^2, \quad (4.1)$$

de onde é possível estimar o espectro de amplitude da ondaleta sísmica, tendo em mente a afirmação acima de que a autocorrelação do sismograma é igual a autocorrelação da ondaleta escalada, como a raiz quadrada positiva da densidade espectral do sismograma, ou do espectro de frequência da autocorrelação do sismograma. Para garantir o entendimento vale ressaltar que \mathfrak{F} na equação 4.1 acima refere-se ao operador da Transformada de Fourier.

Das observações acima é possível estimar o espectro de amplitude da Transformada de Fourier da ondaleta, no entanto, resta a estimativa da fase associada. A estimativa desta pode ser realizada utilizando a equação abaixo:

$$\angle W(\omega) = -2 \sum_1^{\infty} [\sin(\omega t)] \left[\frac{1}{2\pi} \int_0^{\pi} \cos \omega t \ln |W(\omega)| d\omega \right]. \quad (4.2)$$

O desenvolvimento matemático por trás da equação acima foi desenvolvido em Robinson (1954), a tese de doutorado do autor. Comumente é referido o trabalho Robinson (1967) onde as mesmas derivações matemáticas e teóricas são apresentadas. Para um maior entendimento referem-se os trabalhos supracitados.

Uma observação importante a respeito da equação 4.2 é feita em Lines e Ulrych (1977). Neste os autores colocam que esta equação pode ser derivada como a Transformada Hilbert do logaritmo do espectro de amplitude da ondaleta. Desta afirmação surge o nome do método. No apêndice C esta relação é brevemente discutida após uma introdução formal a respeito da Transformada de Hilbert. Para aprofundamento maior refere-se Lines e Ulrych (1977).

4.2.2 Inversão dupla Wiener-Levinson

O método discutido nesta subseção utiliza da teoria apresentada nos capítulos 2.2 e 3.1.1. Possivelmente é o que apresenta menos complexidades, apresentando maior facilidade em questão de implementação e custo computacional.

Como discutido em 3.1.1, a deconvolução *spiking* exige a propriedade de fase mínima para que obtenha êxito em estimar um operador de deconvolução. A partir desta afirmação observa-se que as ondaletas estimadas a partir do método aqui discutido serão limitadas a ondaletas de fase mínima.

A base do método reside em calcular o operador de deconvolução *spiking* e então estimar o inverso deste através da mesma equação (3.1) utilizada em seu cálculo.

Seguindo a idéia acima, a estimativa da ondaleta se resumirá ao problema de determinar os tamanhos do operador de deconvolução e seu inverso, a ondaleta. White e O'Brien (1974) colocam que melhores estimativas podem ser alcançadas ao aumentar o tamanho dos filtros calculados. Uma discussão matemática aprofundada pode ser encontrada em Robinson (1954), Robinson (1957) e Robinson e Treitel (2000).

Como o cálculo computacional é sujeito a erros de arredondamento, sugere-se que após a estimativa da ondaleta realize-se uma busca da fase ideal a fim de corrigir a ondaleta. Possuindo-se uma estimativa da refletividade, obtida aplicando o operador de deconvolução calculado ou mesmo o FMED ou MED, os quais não dependem de estimativa da ondaleta para deconvolução, pode-se buscar uma ondaleta com a fase ideal no sentido de minimizar o erro do sintético calculado e o sismograma original.

Apesar de o método aqui discutido tratar somente de ondaletas de fase mínima, em Lines e Ulrych (1977) é colocado que possuindo uma estimativa dos primeiros n pontos da ondaleta que se deseja estimar, pode-se utilizar a equação 3.2 para estimar uma ondaleta com fase diferente de mínima (fase mista ou fase máxima). Em prática, no entanto, é comum se satisfazer com a estimativa de fase mínima.

Vale ressaltar que o método apresentado nesta subseção depende das suposições de estacionariedade (3), de ausência de ruído (4), da refletividade ser um processo aleatório (6) e como discutido acima, da ondaleta ser de fase mínima (7). Apesar de todas essas limitações, estimando-se a ondaleta em uma janela temporal em tempos pequenos (pequenas profundidades) em um dado sísmico real pode fornecer uma boa estimativa da ondaleta gerada pela fonte, uma vez que nestas amostras temporais, teoricamente, os efeitos não-estacionários ainda não possuem influência tão significativa quanto amostras temporais de partes centrais ou mesmo finais do dado.

Por último, em termos de comparação com o método apresentado anteriormente, Lines e Ulrych (1977) colocam que estes estimam ondaletas bastante similares, uma vez que ambos utilizam uma estimativa da autocorrelação e dependem da condição de fase

mínima.

4.2.3 Filtragem Cepstral

Como citado na seção acima, utilizando da teoria a respeito de sistemas homomórficos desenvolvida em Oppenheim (1965), dois trabalhos iniciais buscaram aplicação dos conceitos lá desenvolvidos para o problema sísmico de estimativa da ondaleta e deconvolução, estes, como anteriormente citado, foram: Ulrych (1971) e Tribolet e Oppenheim (1977). Entitulado nestes trabalhos de deconvolução homomórfica, este método não exige as suposições 6 e 7. A fim de maior compreensão da teoria por trás dos métodos cita-se as referências acima citadas e em adicional Oppenheim, Schafer e Stockham T.G. (1968), um trabalho que compacta todas a teoria ao mesmo tempo que fornece aplicações esclarecedoras.

Iniciando a discussão teórica a respeito do método é necessário colocar que o caráter da discussão a ser realizada é introdutório, expondo de forma breve a matemática envolvida.

Dando sequência, resume-se o método como: Transformação do dado para um domínio, filtragem neste domínio e transformação inversa para o domínio temporal. Importante ressaltar que filtragem aqui não refere-se ao conceito de filtragem comumente interpretado como será mostrado mais a frente. Os conceitos teóricos a seguir apresentados seguirão a ordem dos passos acima descritos, explicando cada um a fim de uma melhor compreensão.

Como primeiro conceito apresentado, define-se o Cepstrum Complexo (Comumente refere-se somente como Cepstrum, Oppenheim, Schafer e Stockham T.G. (1968) introduz essa nomenclatura a fim de enfatizar o uso da Transformada de Fourier e logaritmo complexos em seu cálculo) de um sinal como sendo a Transformada de Fourier inversa do logaritmo natural da Transformada de Fourier deste sinal. Assumindo o sinal digital (discreto) $x(t)$ têm-se a seguinte equação associada ao cepstrum complexo \mathfrak{C} deste:

$$\mathfrak{C} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \left\{ \ln \left(\sum_{k=-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\omega k} \right) \right\} e^{j\omega t} d\omega. \quad (4.3)$$

A transformação para o domínio cepstral é equivalente a filtragem com um sistema capaz de transformar um espaço convolucional em um aditivo (ULRYCH, 1971), este sistema é entitulado por Oppenheim (1965) como sistema homomórfico. Para observar a transformação citada, calcula-se o logaritmo natural dos dois lados da equação 2.5, obtendo-se:

$$\begin{aligned} \ln(X(\omega)) &= \ln(W(\omega)) + \ln(E(\omega)) \quad \implies \\ \mathfrak{C} = \mathfrak{F}^{-1}(\ln(X(\omega))) &= \mathfrak{F}^{-1}(\ln(W(\omega))) + \mathfrak{F}^{-1}(\ln(E(\omega))). \end{aligned} \quad (4.4)$$

Observando a equação acima é fácil notar que a operação de convolução no tempo é representada por uma adição no domínio cepstral (vale adicionar que em inglês este domínio é intitulado *quefreny domain*, traduções para o português não são comumente encontradas).

É importante colocar que o cálculo do cepstrum de um sinal deve levar em consideração alguns fatores. Uma discussão a respeito destes fatores e quais são eles é realizada em todos os trabalhos citados nesta subseção, com exceção de (ULRYCH, 1971) onde estes são, de forma breve, discutidos.

Iniciando a discussão sobre como realizar a separação entre ondaleta e refletividade coloca-se, com base em discussões realizadas nos trabalhos citados, que a componente cepstral associada a refletividade aparece como picos periodicamente dispostos. Adiciona-se que a contribuição da ondaleta no cepstrum está localizada próxima a amostra $n = 0$ deste, de forma que o inverso é afirmado para a contribuição da refletividade, enfatizando-se que estas contribuições são bem separadas (ULRYCH, 1971). Em todas as citações desta subseção uma derivação matemática é realizada considerando as afirmações acima, por isso, para a prova, refere-se os trabalhos citados.

Apresentadas todas as considerações necessárias, volta-se a discussão do processo de filtragem citado. Refere-se a este como *liftering*, traduzindo literalmente lifteragem, e pode-se representá-lo como uma multiplicação do sinal lifterado por uma caixa com amplitude igual a 1 para as amostras que se deseja preservar e 0 para as que não se deseja. Desta forma e lembrando os conceitos do parágrafo anterior, a ondaleta pode ser estimada selecionando-se os valores de k tal que $k < |n|$, onde n representa o valor de corte abaixo do qual assume-se que as amostras são associadas a contribuição cepstral da ondaleta. Oppenheim, Schafer e Stockham T.G. (1968) e Ulrych (1971) colocam que o ideal seria retirar somente a parte relativa a contribuição periódica representando a refletividade, no entanto o mais comum é que isso seja inviável.

A respeito da estimativa da refletividade, Ulrych (1971) e Lines e Ulrych (1977) discutem que, devido a problemas de ruído associados a dados reais, é mais seguro realizar a estimativa da ondaleta por este método e, a partir desta, calcular um filtro inverso capaz de deconvolver o dado.

A fim de encerrar a discussão a respeito deste método, abaixo é apresentada a operação de transformação cepstral inversa. A inversa do cepstrum é calculada pela Transformada de Fourier da inversa da exponenciação da Transformada de Fourier do cepstrum, como na equação:

$$x(t) = \int_{-\pi}^{\pi} e^{\tilde{\delta}(\omega)} d\omega. \quad (4.5)$$

4.2.4 Suavização e Correção automática de fase (APC)

Esta técnica de estimativa da ondaleta é, sem dúvida, a mais simples aqui utilizada, também a teoricamente menos "carregada", onde a base para seu entedimento encontra-se no capítulo 2. Mesmo simples não deixa de ser utilizada, com excessão da parte relativa a adição da APC, mesmo em trabalhos recentes (OLIVEIRA; LUPINACCI, 2013). Por esse fato escolheu-se utiliza-lo. Ressalta-se que a APC foi adicionada neste trabalho para garantir menor erro de estimativa associada a ondaleta utilizada como entrada para os algoritmos de deconvolução e inversão do traço.

Como discutido anteriormente na seção 2.1.4, exceto pelas rápidas variações apresentadas no espectro de amplitude do sismograma, existe uma similaridade entre os espectros deste e da ondaleta. O núcleo do método reside nesta afirmação. Tendo isto em mente, o método pode ser descrito como: O espectro de amplitude da ondaleta é aproximado através da suavização (possivelmente a filtragem com uma média móvel) do espectro do sismograma. A fase desta é testada para a suposição de mínima, zero ou máxima e a partir daí a APC é aplicada para encontrar o sintético, gerado pela convolução da ondaleta estimada com uma refletividade, estimada por métodos que não necessitam desta, como o MED, FMED ou *spiking*, é o mais próximo possível do sismograma real.

A APC, refere-se a técnica apresentada em Levy e Oldenburg (1987) onde a fase da ondaleta é rotacionada e um sintético calculado para cada rotação. Utilizando a norma de entropia mostrada na equação B.3, a ondaleta selecionada refere-se àquela para qual esta norma é maximizada. Para maiores informações indica-se o trabalho citado. Neste trabalho calculou-se, além da norma citada a norma do erro entre os sismogramas a fim de garantir uma maior certeza na escolha da ondaleta.

Apesar de parecer limitado, é esperado que para dados sintéticos este método obtenha resultados satisfatórios.

4.3 Conclusão

Neste capítulo tratou-se do problema da estimativa da ondaleta sísmica. Na primeira parte foi realizada uma revisão bibliográfica incluindo diversos métodos existentes, criando um paralelo entre o tempo e o aumento da complexidade destes, devido, possivelmente, ao aumento de poder computacional. Na segunda parte, apresentou-se brevemente os métodos utilizados neste trabalho.

A respeito da utilização somente de métodos estatísticos de estimativa da ondaleta, justifica-se a escolha em função do tipo de dado utilizado no trabalho, uma vez que dados de poço não fizeram parte deste. Em relação a métodos que utilizam de medição direta da fonte, justifica-se a sua não utilização por questões de praticidade e, como citado em

Lines e Ulrych (1977), uma vez que a propagação da ondaleta no interior da Terra não é um fenômeno estacionário, medidas diretas da resposta impulsional da fonte sísmica são raramente utilizadas com o objetivo de deconvolver o dado ou, conseqüentemente, de inverter este. Além disso, a escolha dos métodos aqui utilizados considerou a praticidade de implementação assim como o baixo custo computacional na utilização destes.

Como será falado mais a frente, o modelo utilizado não considera fenômenos não-estacionários, desta forma, em teoria, os métodos utilizados conseguirão estimar a ondaleta com erro somente devido a aproximações computacionais. A discussão sobre performance destes é realizada na seção 8.1 mais a frente.

5 Processamento pré-inversão

Antes de entrar no tema de inversão é importante discutir a respeito do processamento sísmico. Esse é necessário como etapa preliminar a fim de garantir maior acurácia nas estimativas associadas ao processo de inversão.

5.1 Considerações a respeito do processamento

Em Russell (1988) os problemas relacionados ao processamento são agrupados em quatro categorias apresentadas e explicadas a seguir.

A primeira categoria diz respeito à recuperação das amplitudes verdadeiras, uma vez que a propagação da onda sísmica é influenciada pelos fenômenos de divergência esférica e absorção onde a última, como explicado em 2.1.1, é função dos mecanismos de transferência de calor para o meio e a perda de energia por transmissão ou partição na interface entre duas camadas.

Como falado em 2.1.1 funções de ganho podem ser utilizadas para recuperar as amplitudes verdadeiras no dado sísmico associadas a perdas de energia por divergência esférica. De fato, Yilmaz (2001) propõe em seu fluxo de deconvolução, como estágio inicial, a aplicação de correção do espalhamento geométrico, relacionada a uma função de ganho, para a correção do efeito esférico de propagação da frente de onda.

Em Yilmaz (2001) é destacado que por alterar as amplitudes no sinal, o ganho deve ser aplicado com cuidado uma vez que o caráter do sinal pode ser comprometido.

Exemplos de correções de ganho são: AGC instantâneo, AGC de amplitude RMS, correção estática e o balanceamento relativo de traços. Yilmaz (2001) destaca que a última correção citada é comumente aplicada após a deconvolução.

A segunda categoria destacada em Russell (1988) é relacionada a busca de melhorar a resolução vertical do dado sísmico. O processo de deconvolução descrito no capítulo 3 é utilizado com este intuito.

Yilmaz (2001) destaca que a deconvolução pré-empilhamento busca esse aumento na resolução temporal através da compressão da ondaleta sísmica para a forma de um delta. No entanto a deconvolução pós-empilhamento também é uma alternativa uma vez que aumentará ainda mais o espectro do sinal destacando mais as reflexões nas interfaces. Métodos de deconvolução foram apresentados no capítulo 3.

A influência da estimativa da ondaleta também deve ser destacada neste ponto, devendo ser realizada com precisão (KRUEGER, 2014).

A terceira categoria relativa a problemas buscados pelo processamento sísmico diz respeito a resolução horizontal. O aumento da resolução horizontal, também conhecida como resolução espacial, é buscado no sentido de remover os efeitos de difração causados por descontinuidades horizontais relacionadas a mudanças bruscas de geologia, como falhas, domos de sal, intrusões máficas, dobramentos (anticlinais e sinclinais) e vales incisos. No registro sísmico o efeito da difração é representado pelos “bowties”, refletores em formas hiperbólicas geralmente se cruzando.

A técnica utilizada no aumento da resolução espacial é a migração. Esta colapsa as difrações, mapeando os eventos difratários para suas posições supostamente verdadeiras (YILMAZ, 2001).

Russell (1988) destaca que apesar de melhorar a resolução espacial, nem todos os efeitos podem ser corrigidos pela migração. Neste sentido Yilmaz (2001) coloca que a migração é uma deconvolução espacial, de forma que o objetivo é corrigir os efeitos da difração, no entanto a remoção total destes é algo impossível (RUSSELL, 1988).

A última categoria utilizada por Russell (1988) diz respeito à redução do ruído no dado sísmico. Este tema foi discutido em 2.1.3, onde foi dito que o ruído se divide em coerente e aleatório (ou não-correlacionável). Algumas técnicas envolvendo a atenuação do primeiro são: filtragem F-K, filtragem preditiva e transformada Karhunen-Loeve. Para remoção do segundo tipo citou-se em 2.1.3 as técnicas baseadas nas transformadas Wavelet e Curvelet.

No capítulo de resultados é observada a influência do ruído em alguns algoritmos de inversão do traço, cita-se Krueger (2014) como referência em teste de ruído em algoritmos de inversão do traço.

5.2 Conclusão

Aqui foram expostos os problemas visados pela etapa de processamento sísmico pré-inversão, tendo como objetivo a remoção completa destes a fim de obter as melhores estimativas possíveis ao inverter os dados. Algumas técnicas associadas a solução dos problemas em todas as categorias, segundo Russell (1988), destes, foram destacadas.

Agora que toda a informação necessária antes da inversão foi apresentada, o capítulo seguinte seguirá com a discussão a respeito da inversão sísmica, realizando inicialmente uma introdução a respeito do tema e após apresentando alguns métodos.

6 Teoria da inversão e inversão acústica

A teoria da inversão aborda o estudo de problemas inversos e como resolvê-los. Tendo em vista a resolução deste tipo de problemas, a inversão pode ser vista como o processo capaz de construir um modelo físico que se adeque, o melhor possível, em relação a alguma medida de erro, aos dados obtidos por medidas diretas (TREITEL; LINES, 2001).

O experimento sísmico ou aquisição sísmica visa obter informações da subsuperfície utilizando ondas sísmicas, comumente as P e S, que se propagam no interior da Terra. Inferir propriedades físicas a partir da informação contida nos dados sísmicos envolve a utilização de métodos de inversão sísmicos.

Os algoritmos de inversão utilizados pelos métodos de inversão sísmica buscam a solução do problema inverso considerando tanto meios acústicos quanto meios elásticos.

Neste trabalho a abordagem do problema inverso na sísmica será feita considerando um meio acústico e, desta forma, métodos de inversão acústica do traço sísmico serão apresentados. No entanto, antes de tratar dos métodos, uma rápida discussão a respeito dos problemas inversos será realizada para, enfim, apresentar alguns métodos.

6.1 Análise dos problemas inversos

Os problemas inversos são, em sua essência, os problemas voltados a estimativa de parâmetros de interesse (impedância acústica no caso deste trabalho) a partir da medição indireta destes, através de um conjunto de técnicas matemáticas e relações físicas apropriadas para modelagem destes (MENKE, 1989; ULRICH; SACCHI, 2005).

A análise do problema inverso pode ser realizada considerando um conjunto de observações \mathbf{d} e um conjunto de parâmetros \mathbf{m} , relacionados ao modelo direto associado ao problema investigado. Define-se G como uma matriz que relaciona \mathbf{d} e \mathbf{m} , como mostrado na equação abaixo,

$$\mathbf{d} = G\mathbf{m} . \quad (6.1)$$

Seguindo a abordagem matemática em Menke (1989), Zhdanov (2002), Ulrich e Sacchi (2005) e Almeida (2013) associa-se a resolução do problema inverso apresentado na equação acima como a estimativa dos parâmetros \mathbf{m} a partir de \mathbf{d} e G .

Finalizando a discussão cabe distinguir problema direto e problema inverso. Este último foi explicado acima, o primeiro, por sua vez, diz respeito a modelar um conjunto

de observações \mathbf{d} a partir de um conjunto \mathbf{m} de parâmetros do modelo.

Hadamard (1902 apud ZHDANOV, 2002) classificou o problema inverso em bem-posto e mal-posto, onde a satisfação de três condições determinam esta classificação. As três condições são: (1) a existência da solução, (2) o fato de ser única e (3) a estabilidade desta, a qual está diretamente relacionada a quantidade de ruído contida nas observações, de modo que o modelo inverso estimado pode não condizer fisicamente com o modelo inverso real. Problemas bem-postos são os que satisfazem estas três soluções, os mal-postos são os que não satisfazem ao menos uma das condições .

Na geofísica, como destacado em Almeida (2013), a maior parte dos problemas inversos se classificam como mal-postos . A exemplo, Treitel e Lines (2001) citam a situação em que a fonte sísmica não conseguiu iluminar uma determinada região – a exemplo, o problema comum de se “enxergar” abaixo do sal em busca de óleo, onde diversas soluções são buscadas, como as apresentadas em Huang et al. (2010) e Davidson, Jones e Waltham (2013)- de forma que esta não poderá ser estimada pelos dados sísmicos. A inversão do dado estimará vários modelos possuindo o mesmo erro de estimativa para a região não iluminada, de forma que várias soluções serão possíveis.

A solução para os problemas mal-postos ainda é possível, mesmo que não satisfazendo as condições acima. Na literatura, a exemplo em Zhdanov (2002) e Ulrych e Sacchi (2005), a solução é buscada através de regularizadores para o problema, os quais limitarão o número de soluções. A regularização do problema implica que este será aproximado, não sendo mais o original. Uma discussão sobre regularização de problemas não é objetivo deste trabalho, para isto indicam-se os trabalhos Menke (1989), Zhdanov (2002), Tarantola (2005) e Ulrych e Sacchi (2005).

Introduzidos os principais conceitos a respeito dos problemas inversos, vale adicionar que estes podem ser lineares ou não-lineares, dependendo da matriz G , que agora pode ser vista como um operador, ser ou não linear.

A fim de exemplificar a próxima seção trata da resolução de problemas inversos lineares por mínimos quadrados.

6.2 Inversão linear por mínimos quadrados

O problema de inversão linear aparece na geofísica, tipicamente, em problemas gravimétricos e magnetométricos (ZHDANOV, 2002), associados a medições de variações no campo gravitacional e magnético na Terra, respectivamente. Uma solução comumente utilizada é a pelos mínimos quadrados. Nesta situação G estabelecerá uma relação linear entre os parâmetros do modelo e as medições.

A minimização dos quadrados dos erros entre observações e valores do modelo foi,

de certa forma, apresentada no capítulo 1 quando filtros inversos por mínimos quadrados foram discutidos. Relembrando o desenvolvimento apresentado lá, queremos reduzir o erro entre os valores medidos \mathbf{d} e os valores esperados, os quais podem ser representados como o lado direito da equação 6.1, $G\mathbf{m}$.

Como anteriormente falado, é necessário, quando buscando uma minimização, igualar a derivada da função minimizada a zero. Desta forma teremos:

$$\min \{(\mathbf{d} - G\mathbf{m})^T(\mathbf{d} - G\mathbf{m})\}$$

ou

$$\frac{\partial}{\partial \mathbf{m}}(\mathbf{d} - G\mathbf{m})^T(\mathbf{d} - G\mathbf{m}) = 0 .$$

Resolvendo em função de \mathbf{m} teremos que o valor estimado, $\widehat{\mathbf{m}}$, para este será:

$$\widehat{\mathbf{m}} = (G^T G)^{-1} G^T \mathbf{d} . \quad (6.2)$$

O método de mínimos quadrados representa o mais simples método de inversão que pode ser aplicado e é amplamente utilizado em problemas em que se deseja realizar uma regressão ou ajuste de um conjunto de dados observados, estabelecendo a melhor relação linear, no sentido dos mínimos quadrados, que possa representar o modelo.

6.3 Métodos de inversão acústica

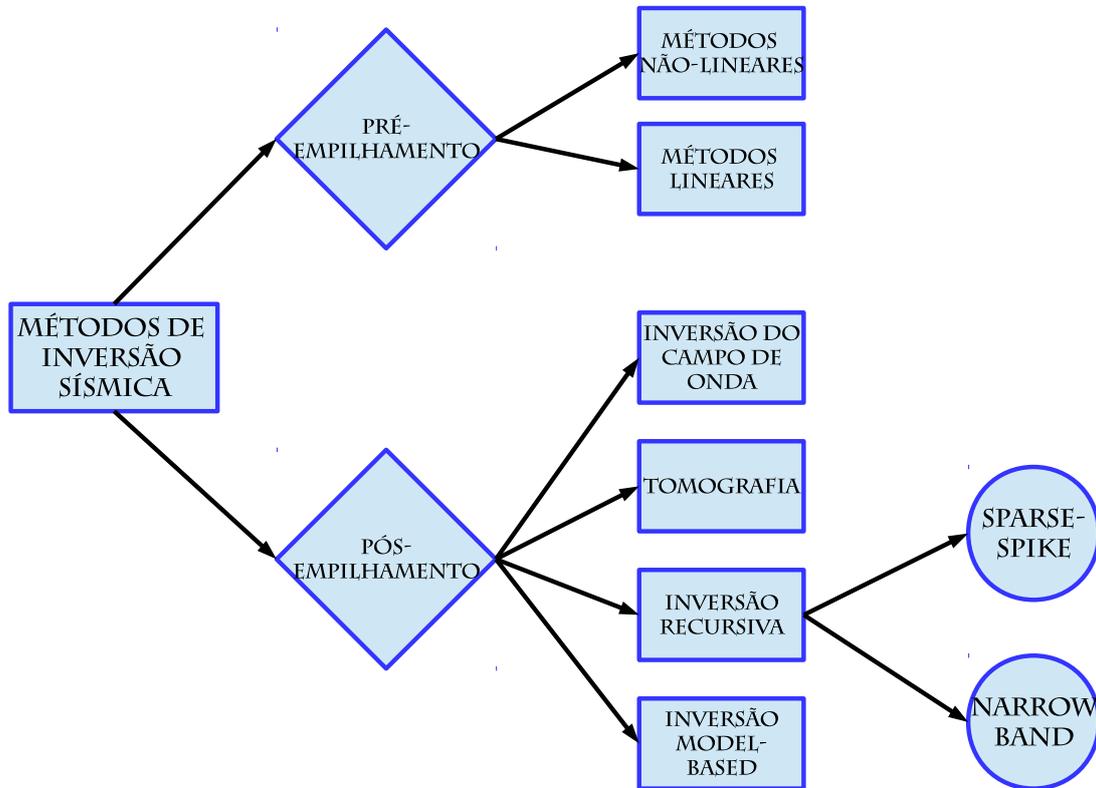
A inversão, como discutido anteriormente, envolve a estimativa dos parâmetros do modelo que se deseja representar a partir de um conjunto de medidas.

Neste trabalho os métodos de inversão utilizados buscam estimar um modelo de impedância acústica $\widehat{\mathbf{m}}$ para a subsuperfície a partir do conjunto de medidas representado como o dado sísmico \mathbf{d} .

Em geral, os métodos de inversão aqui utilizados são aplicados a dados pós-empilhamento, onde o ruído já foi reduzido e o processamento sísmico, discutido no capítulo anterior, já foi realizado. Russell (1988) divide os métodos de inversão sísmica em métodos pré-empilhamento e pós-empilhamento. Esta divisão é mostrada na figura 9.

A fim de promover um melhor entedimento do tema tratado, a subseção a seguir apresentará o método de inversão recursiva *narrow band*. Por ser um método mais simples um desenvolvimento das suas equações será realizado. As duas subseções em seguida discutirão brevemente os métodos de inversão dos tipos *sparse-spike* e *model-based*, apresentando métodos a fim de exemplificação. Vale ressaltar que dois dos três tipos apresentados necessitam da estimativa da refletividade, a qual pode se feita pelas técnicas

Figura 9 – Métodos de inversão sísmica.



Fonte: Adaptado de Russell (1988)

de deconvolução previamente apresentadas. Desta forma a implementação dos algoritmos de inversão envolverá implementar técnicas de deconvolução e, para que um dos objetivos deste trabalho seja satisfeito, obter uma estimativa para a ondaleta que seja consistente com o dado sísmico invertido.

6.3.1 Inversão Recursiva *Narrow Band*

Este método de inversão, também conhecido na literatura como SEISLOG ou VERILOG, representa a forma mais simples de inversão sísmica e, de acordo com Cooke e Schneider (1983) e Russell (1988), a mais popular.

A inversão recursiva é realizada através da equação obtida reescrevendo a equação 2.2 em função de Z_2 ou iterativamente em função de Z_{i+1} . O desenvolvimento abaixo, com base em Russell (1988), leva a esta equação.

Primeiramente adaptemos a equação 2.2 de forma a representar um processo

iterativo:

$$\epsilon_i = \frac{Z_{i+1} - Z_i}{Z_{i+1} + Z_i}. \quad (6.3)$$

Neste ponto vale falar que todos os símbolos deste trabalho são mantidos, a não ser quando especificado após a introdução do mesmo, de modo que um mesmo símbolo nunca possuirá dois significados. Com isso em mente podemos partir para o próximo passo, analisar $1 + \epsilon_i$ e $1 - \epsilon_i$:

$$1 + \epsilon_i = \frac{2Z_{i+1}}{Z_{i+1} + Z_i},$$

$$1 - \epsilon_i = \frac{2Z_i}{Z_{i+1} + Z_i}.$$

Acima, dividindo a primeira igualdade pela segunda, teremos:

$$\frac{Z_{i+1}}{Z_i} = \frac{1 + \epsilon_i}{1 - \epsilon_i} \Rightarrow Z_{i+1} = Z_i \frac{1 + \epsilon_i}{1 - \epsilon_i}. \quad (6.4)$$

Observando a equação acima pode-se afirmar que, possuindo uma estimativa da refletividade e sabendo a impedância acústica da primeira camada, é possível estimar os valores de impedância acústica para as outras camadas.

Esta equação é a base para inversão recursiva, a qual, como pode ser visto na figura 6, envolve os métodos *sparse spike* e a inversão *narrow band*. Nesta subseção será discutido a respeito do último.

Apesar de apresentar uma solução para o problema de inversão sísmica, a inversão recursiva *narrow band*, em prática, não apresenta bons resultados devido principalmente a presença de ruído. Cooke e Schneider (1983) colocam que cinco condições devem ser satisfeitas para que a refletividade seja estimada sem nenhum erro pela deconvolução: (1) a ondaleta deve ser removida, (2) o ruído deve ser totalmente removido do dado sísmico, (3) todas as múltiplas devem ser removidas, (4) todos os fenômenos de absorção e atenuação devem ser compensados e (5) todos os fenômenos multidimensionais ou fora do modelo devem ser ignorados. Visto que estas condições não são totalmente satisfeitas, em prática é esperado que resultados utilizando métodos recursivos produzam estimativas com erros proporcionais a influência dos efeitos citados nas condições acima.

Lindseth (1979) discute a respeito da propriedade de banda limitada associada aos sinais sísmicos e sua influência na inversão *narrow band*. Uma vez que este método de inversão supõe que a série de coeficientes de reflexão foi perfeitamente reconstruída, ele ignora os efeitos da ondaleta sísmica, a qual é a maior responsável pela limitação da banda de frequências. Desta forma o resultado da inversão não conterá componentes de alta e

baixa frequências, ignorando, assim, informação importante sobre a geologia (RUSSELL, 1988).

Em Oldenburg, Scheuer e Levy (1983) e Russell (1988) discute-se que, devido a perda das baixas frequências, informação geológica significativa é perdida. Esmaeili e Margrave (2014) colocam que a determinação das componentes de baixa frequência para inversão acústica *narrow band* é um dos maiores problemas quando da utilização deste método. Estes propõem a recuperação das baixas frequências a partir do dado sísmico, abordando o problema utilizando uma combinação de branqueamento espectral e deconvolução no domínio da frequência. Lindseth (1979) propõe recuperar as baixas frequências através da análise de velocidades enquanto outra alternativa para o problema é citada em Russell (1988). Neste, o autor coloca que perfis sônicos de poço podem ser úteis na solução deste problema. Para mais informações a respeito dos procedimentos falados, refere-se a bibliografia apresentada.

A principal diferença dos métodos recursivos *Narrow Band* e *Sparse Spike* reside nas técnicas de deconvolução utilizadas. O primeiro utiliza técnicas clássicas, enquanto o segundo utiliza técnicas de deconvolução do tipo *sparse spike*.

Dando continuidade a introdução dos métodos de inversão, a próxima subseção tratará do método de inversão recursiva *sparse spike*.

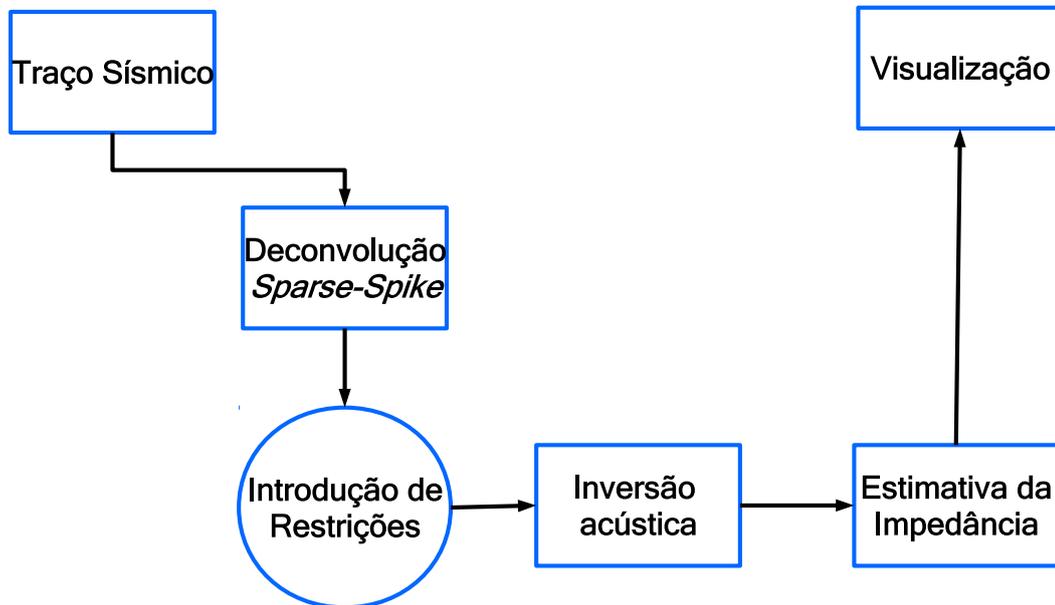
6.3.2 Inversão *Sparse Spike*

Devido ao problema da banda limitada do sinal sísmico, acima discutido, onde tanto baixas quanto altas frequências associadas a refletividade são retiradas da banda sísmica pela filtragem com a ondaleta, técnicas de inversão que não dependam da introdução das baixas frequências, as quais podem ser obtidas a partir da estimativa realizada por métodos específicos discutidos acima, são buscadas.

A equação 6.4 acima é utilizada para encontrar o modelo de impedância acústica, para o caso em que a refletividade for estimada utilizando algum dos métodos descritos na seção de deconvolução *sparse spike*.

Russell (1988) coloca que a vantagem destes métodos reside na sua eficácia em estimar a banda espectral completa da refletividade, característica não apresentada por métodos clássicos, os quais visam o “branqueamento” do espectro assumindo uma refletividade aleatória e, assim, não conseguindo uma estimativa da banda espectral completa da refletividade.

Devido ao número de métodos existentes, não é possível entrar em detalhes a respeito de todas as abordagens existentes. No entanto, o fluxo apresentado na imagem 10, organiza as idéias principais por trás da grande parte dos métodos de inversão *Sparse Spike*.

Figura 10 – Fluxo para inversão *sparse spike*.

Fonte: Adaptado de Russell (1988)

Como citado anteriormente, os métodos discutidos nesta subseção realizam algum tipo de deconvolução *sparse spike* seguida de inversão recursiva. Neste ponto vale adicionar que para alguns métodos esta afirmação não está inteiramente correta. Por exemplo o método apresentado em Ulrych e Sacchi (2005) realiza uma estimativa para a impedância a cada iteração, simultaneamente a estimativa da refletividade (deconvolução). Considerando métodos como o citado e o fluxograma apresentado, é possível descrever a inversão *sparse spike* como o processo capaz de estimar a impedância acústica, considerando a restrição de esparsidade em conjunto com restrições introduzidas na forma de conhecimento *a priori* a respeito do modelo. Ressalta-se que esta informação *a priori* é a responsável pela introdução de baixa frequência na inversão, considera-se a informação sobre a tendência geral do modelo por exemplo (um modelo suavizado como modelo inicial).

A fim de exemplificação, dois métodos serão apresentados, o método de Ulrych e Sacchi (2005), intitulado Inversão Bayesiana e o método de Wang (2011) referido em 3.2.3.

6.3.2.1 Inversão Bayesiana

A inversão *Sparse Spike*, como anteriormente falado, é amplamente utilizada, às vezes sob o nome de *Constrained Sparse Spike* (CSSI) onde a inversão permite a introdução

de restrições. Estas podem ser na forma de informação de poço, análise de velocidade, fruto da interpretação ou qualquer informação a respeito da geologia disponível. Estas restrições ajudarão a minimizar o efeito de banda limitada nos algoritmos de inversão, comportando-se como introdução de baixa frequência no dado sísmico para inversão.

O método discutido nesta parte do trabalho considera a minimização de uma função objetivo (a qual será mais a frente introduzida) capaz de honrar a suposição de esparsidade para a refletividade, o sismograma invertido e as restrições inseridas na inversão. Desta forma, este método pode ser descrito como uma inversão do tipo CSSI.

O método aqui descrito foi introduzido em Ulrych e Sacchi (2005) de forma que é onde uma descrição mais detalhada sobre este pode ser encontrada.

Para análise do método discutido uma relação é fundamental e pode ser facilmente encontrada considerando as equações de impedância e refletividade para variáveis contínuas. Esta relação é apresentada na equação abaixo:

$$\mathfrak{R}_k = \frac{1}{2} \ln\left(\frac{Z_k}{Z_0}\right) = \sum_{l=1}^{n_k} \epsilon_l . \quad (6.5)$$

A variável \mathfrak{R} na equação 6.5 acima representa a relação entre impedância acústica e coeficiente de reflexão em uma interface (no caso deste trabalho, geológica).

As equações utilizadas para encontrar a função objetivo do método de inversão aqui discutido são a 6.5 acima representada e a equação do modelo convolucional com adição de ruído 2.4. Estas são abaixo reescritas em forma matricial:

$$\mathbf{W}\boldsymbol{\epsilon} = \mathbf{x} + \mathbf{n}, \quad (6.6)$$

$$\mathbf{C}\boldsymbol{\epsilon} = \mathfrak{R} + \boldsymbol{\zeta}. \quad (6.7)$$

Nas equações acima, \mathbf{W} representa a matrix convolucional associada a ondaleta, \mathbf{C} representa um operador de integração (uma matriz tridiagonal inferior onde todos os elementos diferentes de 0 são 1) e $\boldsymbol{\zeta}$ representa a incerteza associada às restrições. Tanto a incerteza nas medidas quanto nas restrições são consideradas como distribuições Gaussianas.

Ulrych e Sacchi (2005) desenvolvem, a partir das equações acima, a função objetivo para o método aqui analisado. Utilizando o Teorema de Bayes eles constroem uma distribuição de probabilidade *a posteriori* para o modelo, de modo que possuindo esta é possível obter a solução máxima *a posteriori* através da minimização da seguinte função:

$$\mathbf{J} = \kappa \mathbf{J}_c + \frac{1}{2} \left\| \frac{1}{\sigma} (\mathbf{W}\boldsymbol{\epsilon} - \mathbf{x}) \right\|^2 + \frac{1}{2} \left\| \mathbf{S}^{-1} (\mathbf{C}\boldsymbol{\epsilon} - \mathfrak{R}) \right\|^2, \quad (6.8)$$

onde σ representa o desvio padrão do ruído no dado e \mathbf{S} é uma matriz diagonal tal que $\mathbf{S}_{(k,k)} = \sigma_{r_k}$. Observa-se que \mathbf{S} será responsável pela introdução de restrições na inversão, de modo que deve-se ponderar a respeito da confiança na informação introduzida, se deve-se associar grandes (pouca confiança) ou pequenos valores (grande confiança) para σ_{r_k} . A variável κ diz respeito a ponderação do nível de esparsidade introduzida na inversão, enquanto o termo \mathbf{J}_c é o termo regularizador, responsável por garantir esparsidade na estimativa da inversão.

Quatro critérios são utilizados no trabalho original, aqui serão citados três. Estes são: Critério da norma L_p , Critério da norma de Huber e Critério da norma de Cauchy. As equações associadas a estas normas são, nesta ordem, apresentadas:

$$\mathbf{J}_p = \frac{1}{p} \sum_k |\mathbf{q}_k|^p, \quad (6.9)$$

$$\mathbf{J}_{Huber} = \sum_k \begin{cases} \frac{\mathbf{q}_k^2}{2} & \text{se } |\mathbf{q}_k| \leq \mathbf{q}_c \\ a|\mathbf{q}_k| - \frac{\mathbf{q}_c}{2} & \text{se } |\mathbf{q}_k| > \mathbf{q}_c \end{cases}, \quad (6.10)$$

$$\mathbf{J}_{Cauchy} = \frac{1}{2} \sum_k \ln\left(1 + \frac{\mathbf{q}_k^2}{\sigma_{r_k}^2}\right). \quad (6.11)$$

Analisando novamente a equação 6.8, é possível notar que o primeiro termo desta diz respeito a esparsidade inserida na solução, o segundo termo garante que o sismograma sintético se aproximará do observado (real) e o último garante que as restrições inseridas serão relevantes na inversão.

A inversão, ou seja, a minimização da função objetivo, é realizada utilizando a técnica de otimização do Gradiente Conjugado. Esta técnica foi discutida na seção 2.3.

Como último detalhe do método vale ressaltar que uma escolha cuidadosa do parâmetro κ , das restrições σ_c e no caso da norma de Huber, do parâmetro a deve ser feita. Discussões a respeito desta escolha não serão realizadas, no entanto vale falar que a escolha de κ é ligada a medida de semelhança entre o sintético e o real enquanto na norma de Huber, Ulrych e Sacchi (2005) colocam que $a = v\sigma r$, para $0 < v < 1$.

Em geral, este método atua bem, mesmo para níveis de ruído altos, estimando um modelo de impedância o mais aproximado possível do modelo desejado de "blocos".

Para um melhor aprofundamento a respeito do método, cita-se o trabalho original. Exemplos da utilização deste serão apresentados mais a frente em 8.3.3.

6.3.2.2 Inversão com regularização pela norma L1

Nesta parte será apresentado o método discutido em Wang (2011) para inversão da impedância acústica. Anteriormente, em 3.2.3, foi discutido que este utiliza uma combinação

de normas para estimar um modelo de refletividade, representando assim, um método de deconvolução. A introdução do passo de inversão recursiva a partir da refletividade estimada, classifica o método aqui tratado como uma inversão recursiva *sparse spike*.

O método aqui discutido apresenta a solução para o problema da inversão de uma forma simples e que produz resultados satisfatórios, a idéia é similar ao método anteriormente apresentado, introduzir regularizações na função objetivo para garantir melhores resultados. A regularização aqui vem através da norma L_1 . No método anterior esta regularização foi apresentada sobre o nome de norma L_p , a qual é uma generalização de todas as possíveis normas, nota-se desta forma que o método aqui discutido possui uma função objetivo representando um caso específico do anterior, quando $p = 1$ para a norma e quando restrições não foram introduzidas. A função objetivo do método aqui tratado é apresentada na equação abaixo:

$$\mathbf{J}(\boldsymbol{\epsilon}) = \kappa \|\boldsymbol{\epsilon}\|_{l_1} + \|\mathbf{W}\boldsymbol{\epsilon} - \mathbf{x}\|_{l_2}^2. \quad (6.12)$$

A técnica de otimização utilizada na minimização da função objetivo também difere do método anterior, Wang (2011) propõe a utilização de dois métodos anteriormente discutidos, o Gradiente Descendente e o Quasi-Newton. Vale ressaltar que a diferença entre os dois estará na fórmula utilizada para determinar a direção de otimização (ou direção de descida). Outra opção para a direção de otimização é apresentada pelo autor, baseada na idéia de cocientes Rayleigh. Abaixo são apresentadas as opções de direção propostas no trabalho citado, relacionadas a seu método correspondente:

$$\begin{aligned} & \text{Gradiente Descendente} \\ = & \left\{ \begin{array}{l} \eta_k^{GD1} = \frac{(\boldsymbol{\epsilon}_k - \boldsymbol{\epsilon}_{k-1}) \cdot (\boldsymbol{\epsilon}_k - \boldsymbol{\epsilon}_{k-1})}{(\boldsymbol{\epsilon}_k - \boldsymbol{\epsilon}_{k-1}) \cdot (\mathbf{g}_k - \mathbf{g}_{k-1})} \\ \eta_k^{GD2} = \frac{(\boldsymbol{\epsilon}_k - \boldsymbol{\epsilon}_{k-1}) \cdot (\mathbf{g}_k - \mathbf{g}_{k-1})}{(\mathbf{g}_k - \mathbf{g}_{k-1}) \cdot (\mathbf{g}_k - \mathbf{g}_{k-1})} \end{array} \right. , \end{aligned} \quad (6.13a)$$

$$\begin{aligned} & \text{Quasi-Newton} \\ = & \left\{ \begin{array}{l} \eta_k^{QN1} = \frac{(\mathbf{g}_{k-1}) \cdot (\mathbf{g}_{k-1})}{(\mathbf{g}_{k-1}) \cdot (\mathbf{H}_k \mathbf{g}_{k-1})} \\ \eta_k^{QN2} = \frac{(\mathbf{g}_{k-1}) \cdot (\mathbf{H}_k \mathbf{g}_{k-1})}{(\mathbf{g}_{k-1}) \cdot (\mathbf{H}_k^T \mathbf{H}_k \mathbf{g}_{k-1})} \end{array} \right. , \end{aligned} \quad (6.13b)$$

$$\begin{aligned} & \text{Quasi-Newton com passo por critério de Rayleigh} \\ = & \left\{ \eta_k^{\text{Rayleigh}} = \beta_1 \frac{(\mathbf{g}_{k-1}) \cdot (\mathbf{g}_{k-1})}{(\mathbf{g}_{k-1}) \cdot (\mathbf{H}_k \mathbf{g}_{k-1})} + \beta_2 \frac{(\mathbf{g}_{k-1}) \cdot (\mathbf{H}_k \mathbf{g}_{k-1})}{(\mathbf{g}_{k-1}) \cdot (\mathbf{H}_k^T \mathbf{H}_k \mathbf{g}_{k-1})} \right. . \end{aligned} \quad (6.13c)$$

O sinal “.” nas equações acima representa o produto interno entre os dois vetores, \mathbf{g} é o gradiente da função objetivo, \mathbf{H} a hessiana e β_1 e β_2 valores positivos escolhidos.

Observando o número de opções acima apresentados vê-se que o desempenho do método dependerá da otimização e desta forma, este será diretamente relacionado ao desempenho da direção de otimização escolhida. Ressalta-se que o tamanho do passo de otimização escolhido também influencia o resultado.

Finalizando a discussão sobre este método é necessário falar sobre κ , o parâmetro de regularização. No método anterior ele é calculado utilizando uma medida da semelhança entre o dado sintético e o real. No método aqui tratado, κ assumirá valores de acordo com uma regra geométrica:

$$\kappa_k = \kappa_0 \mathfrak{x}^{k-1}, \quad \text{para } \mathfrak{x} \in [0, 1],$$

onde κ_0 é um valor inicial de entrada no algoritmo de inversão.

6.4 Inversão baseada no modelo (*Model Based*)

As últimas duas subseções trataram da inversão recursiva, onde métodos de deconvolução foram utilizados para estimar um modelo de refletividade o qual é utilizado como entrada nos algoritmos de inversão. Nesta subseção, a técnica de deconvolução não é utilizada como passo da inversão, uma vez que a aqui tratada utiliza de um modelo inicial de impedância para calcular o sismograma sintético, através da modelagem direta, e comparar com o original (COOKE; CANT, 2010).

Para propósitos de compreensão do tipo de inversão aqui discutida, dois métodos são discutidos, o GLI (Inversão Linear Generalizada) introduzido por Cooke e Schneider (1983) e o SLIM (Método de Litologia Sísmica) introduzido por Gelfand e Larner (1983). Em Russell (1988) uma breve discussão, ao mesmo tempo que bastante esclarecedora, é realizada a respeito destes dois métodos.

Além da vantagem de não ser necessário a introdução do passo de deconvolução, Veeken e Silva (2004) discutem que a inversão *model based* produz resultados satisfatórios tanto quando não se possui informações de poço como quando a qualidade do dado sísmico invertido é ruim. Quanto a possíveis desvantagens ou problemas associados a utilização deste método, Russell (1988) discute sobre a não unicidade da solução. De toda forma, é consenso que os métodos aqui tratados obtêm resultados superiores quando comparados aos anteriormente discutidos.

Quanto aos métodos citados acima (GLI e SLIM), a idéia central deles reside na perturbação de um modelo inicial até que o ajuste com o dado medido possua um erro de estimativa aceitável (RUSSELL, 1988). Apesar de o método SLIM ser fechado (Os detalhes de seu algoritmo não são liberados), é possível observar pela comparação dos trabalhos Gelfand e Larner (1983) e Cooke e Schneider (1983), que ambos possuem o mesmo fluxo

de trabalho, ajustando o modelo e a ondaleta até o melhor ajuste ser atingido (dentro dos padrões de erro permitidos pelo usuário).

Como falado acima, o SLIM é fechado, assim uma discussão mais detalhada a respeito deste não será realizada. O GLI por sua vez, será discutido sob um ponto de vista introdutório baseado no trabalho original.

6.4.1 Inversão Linear Generalizada para dados sísmicos (GLI)

Iniciando a discussão relativa ao funcionamento do GLI, introduz-se a teoria por trás da Inversão Linear Generalizada aplicada ao problema de dados sísmicos, seguindo o desenvolvimento em Cooke e Schneider (1983).

Como primeiro passo, representemos o modelo convolucional como:

$$F(\mathbf{Z}) = \mathbf{W}\boldsymbol{\epsilon}. \quad (6.14)$$

A equação acima representa um problema não-linear, desta forma para linearizá-lo uma alternativa é aproximá-lo de sua série de Taylor truncada considerando um modelo de impedância inicial $\hat{\mathbf{Z}}$:

$$F(\mathbf{Z}) = F(\hat{\mathbf{Z}}) + \frac{\partial F(\hat{\mathbf{Z}})(\mathbf{Z} - \hat{\mathbf{Z}})}{\partial \hat{\mathbf{Z}}} + \frac{\partial^2 F(\hat{\mathbf{Z}})(\mathbf{Z} - \hat{\mathbf{Z}}^2)}{\partial \hat{\mathbf{Z}}^2 2!} + \dots \quad (6.15)$$

Na equação acima, $\frac{\partial F(\hat{\mathbf{Z}})}{\partial \hat{\mathbf{Z}}}$ é uma matriz de derivadas parciais ou matriz sensibilidade. Truncando a equação 6.15 a fim de linearizar o problema obtém-se:

$$F(\mathbf{Z}) = F(\hat{\mathbf{Z}}) + \frac{\partial F(\hat{\mathbf{Z}})(\mathbf{Z} - \hat{\mathbf{Z}})}{\partial \hat{\mathbf{Z}}}, \quad (6.16)$$

resolve-se então em função de $(\mathbf{Z} - \hat{\mathbf{Z}})$.

A solução é realizada utilizando o método apresentado em Marquardt (1963), conhecido por *Damped Least Squares* ou Algoritmo de Levenberg-Marquardt e um aprofundamento nos conceitos envolvidos pode ser encontrado em diversos trabalhos, Nocedal e Wright (1999) por exemplo.

A solução é encontrada iterativamente através de:

$$\hat{\mathbf{Z}}_k = \hat{\mathbf{Z}}_{k-1} + \mathfrak{D}_k, \quad (6.17)$$

onde \mathfrak{D} representa o erro da estimativa de \mathbf{Z} e será calculado, como anteriormente discutido, pelo Algoritmo de Levenberg-Marquardt. A equação é apresentada abaixo:

$$\mathfrak{D}_k = (\mathbf{S}_\partial^T \mathbf{S}_\partial + \kappa \mathbf{I})^{-1} \mathbf{S}_\partial^T [F(\mathbf{Z}) - F(\hat{\mathbf{Z}})] \quad . \quad (6.18)$$

Na equação acima, $\mathbf{S}_\partial = \frac{\partial F(\hat{\mathbf{Z}})}{\partial \hat{\mathbf{Z}}}$, \mathbf{I} é a matriz identidade e κ é um parâmetro da inversão que de acordo com Cooke e Schneider (1983) reflete a linearidade local da superfície de erro. Ainda de acordo com o trabalho citado, o cálculo deste último pode ser realizado de duas formas, de uma maneira empírica, buscando um valor que minimize o erro quadrático médio entre o dado real e o sintético ou como discutido em Marquardt (1963). O cálculo de \mathbf{S}_∂ por sua vez, pode ser realizado através de uma técnica de diferenças finitas.

Utilizando as equações acima introduzidas é possível obter uma boa estimativa da impedância no caso em que a ondaleta é conhecida e o ruído é ausente. O cálculo, no entanto, é demorado, uma vez que a inversão é realizada para todos os parâmetros. Cooke e Schneider (1983) em seu método propõem uma parametrização do modelo de impedância, supondo este como um modelo de blocos com ou sem gradiente de impedância. Para evitar o problema do não conhecimento da ondaleta, os autores propõem resolver para ela também de modo que além da estimativa de impedância o GLI calculará a ondaleta associada ao dado, mais uma vantagem frente aos anteriores que necessitam da ondaleta estimada como parâmetro de entrada.

Para melhor entender a questão de parametrização do modelo, suponha que todos os gradientes de impedância sejam iguais a zero, desta forma para um modelo com, por exemplo, 5 camadas, vai ser preciso inverter somente para as interfaces das camadas. Para um dado sísmico de 1 segundo medido com intervalo amostral de 2 milissegundos tem-se 500 amostras, supondo que temos somente 5 camadas geológicas associadas ao dado, ao invés de inverter para 500 parâmetros por traço sísmico, a inversão pode ser realizada para 5.

No início desta sessão foi citado a respeito da não unicidade associada a inversão *Model Based*. Para evitar este tipo de problema, informação sobre o modelo deve ser introduzida ou seja, restrições do modelo. Ressalta-se que a simples parametrização do modelo introduz baixa e alta frequência na inversão, o que favorece a unicidade do resultado da inversão. Determinar um modelo inicial fixando valores de impedância, como proposto por Cooke e Schneider (1983) ajuda a restringir o resultado da inversão ao mesmo tempo que diminuirá o número de parâmetros para o qual se inverte.

Em geral os resultados para inversão utilizando GLI, quando o modelo inicial encontra-se na região de convergência da solução, ou seja, as restrições asseguram a unicidade da solução, são muito superiores aos outros métodos além de a convergência ser

muito rápida. Uma discussão prática será realizada mais a frente em 8.3.5.

6.5 Conclusão

Neste capítulo foram discutidos, de forma introdutória e simplificada, os métodos de inversão acústica do traço utilizados neste trabalho.

Iniciou-se com uma discussão sobre problemas inversos, seguida da teoria por trás da inversão linear por mínimos quadrados, a qual como já falado, representa uma das técnicas de inversão mais simples. Por fim, tratou-se dos métodos de inversão.

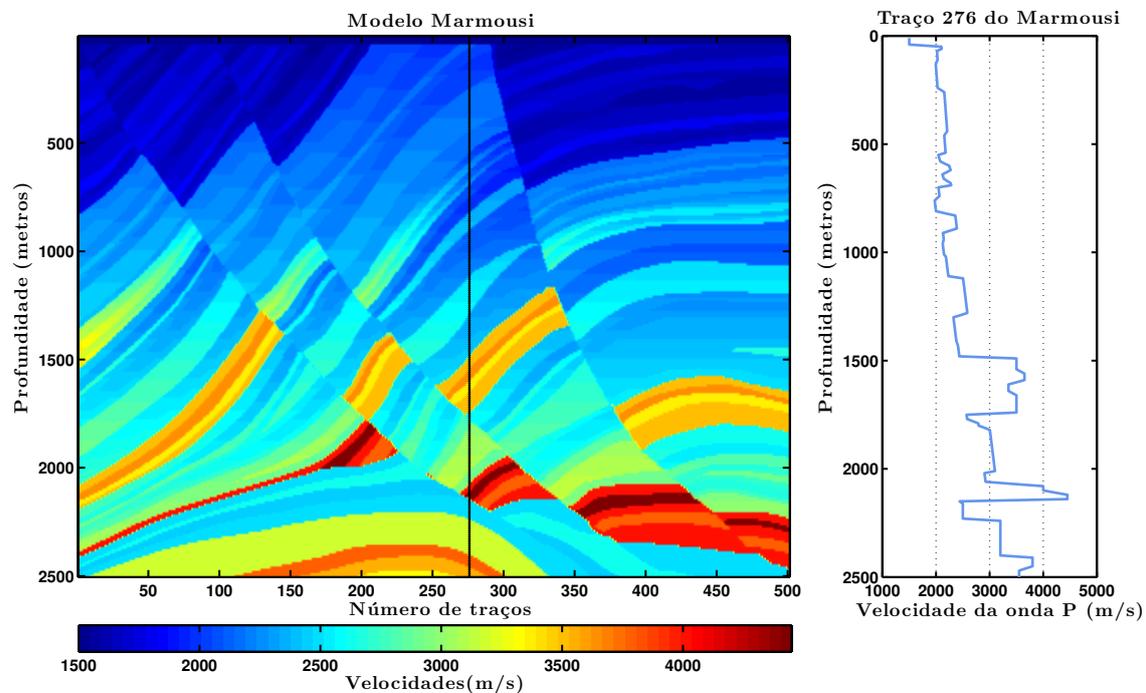
Uma vez que toda a teoria necessária para o entedimento do trabalho foi exposta, os capítulos seguintes tratarão da metodologia de trabalho, análise dos resultados e conclusões a respeito destes.

7 Metodologia

Neste trabalho realizou-se a implementação de algoritmos para estimativa da ondaleta, deconvolução e inversão sísmica, a fim de compreender como a influência da ondaleta afeta os algoritmos de inversão. De maneira a compreender mais ainda a sensibilidade dos algoritmos de inversão aqui utilizados, testou-se o comportamento destes em relação a presença de ruído, uma variável presente em qualquer tipo de dado real.

Para testar os algoritmos de inversão um modelo sintético com comportamento conhecido é necessário antes que dados reais sejam utilizados. Diversas opções de modelos existem, Krueger (2014) por exemplo utiliza o modelo de cunha. Neste trabalho, a fim de observar os algoritmos de inversão quando sujeitos a um modelo com certa complexidade geológica, optou-se pela utilização do Marmousi. Este foi criado em 1988 pelo Instituto Francês de Petróleo (Institut Français du Pétrole), com geologia baseada em um perfil na bacia de Cuanza na Quenguela Norte. A exemplos de trabalhos utilizando este modelo cita-se Moreira et al. (2014). A figura 11 abaixo mostra o modelo Marmousi e o traço 276 deste.

Figura 11 – Modelo Marmousi e o traço número 276 deste. Este modelo foi utilizado para análise da performance dos algoritmos de inversão.



Fonte: O autor

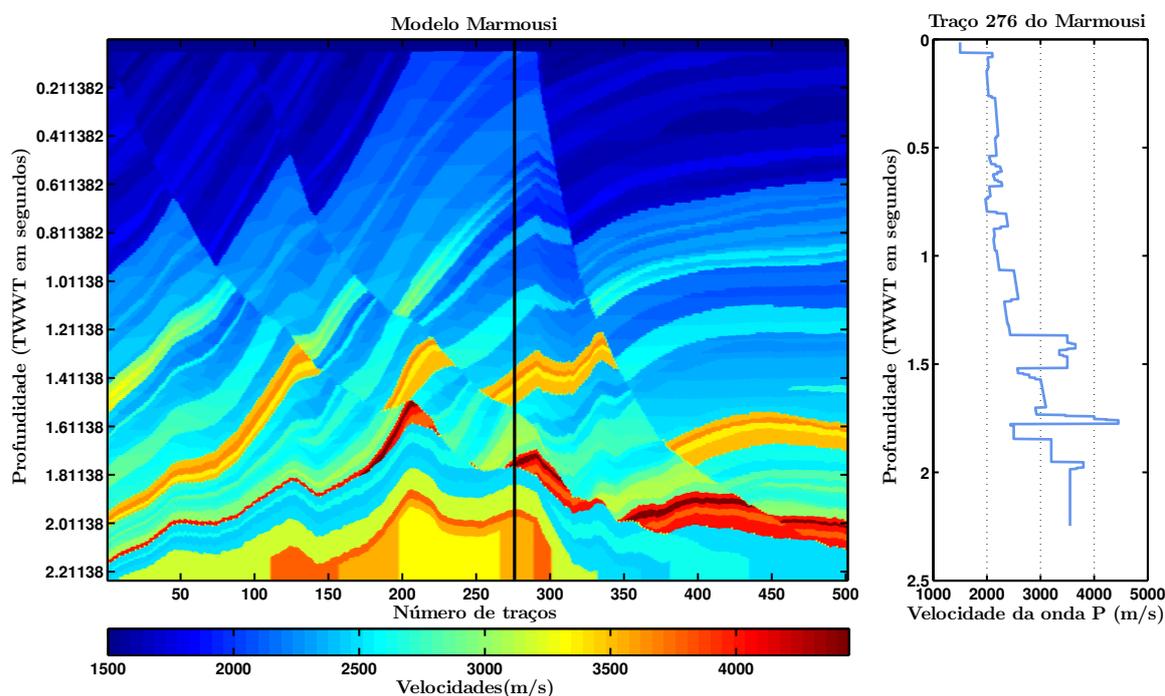
As vantagens em se utilizar o Marmousi vem da complexidade apresentada pelo modelo, de forma que é intuitivo concluir que se o algoritmo resolve para um modelo

complexo ele resolverá para um modelo simples.

Uma exceção a regra tratada neste trabalho será a inversão GLI. No trabalho original, Cooke e Schneider (1983), o método foi validado para inversão de perfis de impedância 1D sem tratar do problema em duas dimensões, desta mesma forma foi realizado aqui. Assim sendo, para esta inversão em específico o modelo utilizado será outro, um modelo sem complexidades estruturais. Uma discussão mais aprofundada a respeito da escolha do segundo modelo será feita na subseção correspondente. O modelo é mostrado na figura 13.

O modelo acima apresentado é um modelo na profundidade, entretanto, para fazer a modelagem e gerar o sismograma sintético necessita-se de um modelo temporal. Sendo assim, o primeiro passo foi criar uma função capaz de transformar qualquer modelo de profundidade em um temporal. Tendo convertido o modelo para o tempo uma distorção na disposição das camadas será observada, o que não influenciará os resultados da inversão, uma vez que a distorção não acarreta perda de informação. A figura abaixo mostra o modelo da figura 11 convertido para o tempo.

Figura 12 – Modelo Marmousi e o traço número 276 deste convertidos para o tempo. Este modelo foi o utilizado para cálculo do simograma sintético e posterior análise da performance dos algoritmos de inversão.



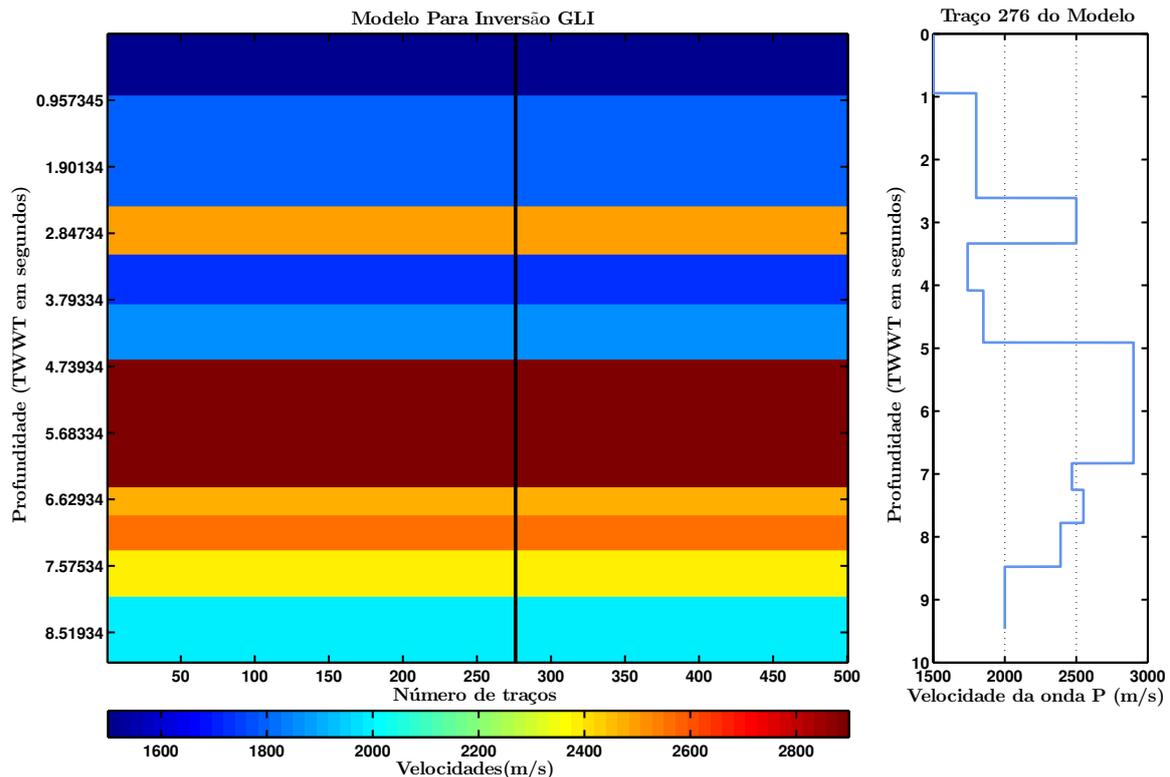
Fonte: O autor

Para gerar o sismograma sintético a partir do modelo na figura acima é necessário definir a ondaleta a ser utilizada. Três ondaletas mais comuns foram implementadas, Ricker, Ormsby e Klauder. Além de calcular estas, suas correspondentes de fase mínima foram calculadas a fim de gerar modelos que satisfaçam a suposição 7. Para discussão a respeito

das ondaletas citadas refere-se Henry (1997).

Possuindo o sismograma calculado foi possível começar a analisar os problemas de estimativa, deconvolução e inversão.

Figura 13 – Modelo de camadas paralelas e o traço número 276 deste convertidos para o tempo. Este modelo foi o utilizado para cálculo do simograma sintético e posterior análise da performance do algoritmo de inversão GLI.



Fonte: O autor

Para a estimativa da ondaleta utilizaram-se os métodos discutidos em 4.2, estes são: Método da Transformada de Hilbert, Método da Inversão dupla Wiener-Levinson, Filtragem Cepstral (Deconvolução Homomórfica) e Suavização do espectro de amplitude seguido de Correção APC.

Para a deconvolução utilizaram-se alguns dos métodos discutidos em 3, buscando envolver todos os tipos de métodos discutidos naquele capítulo. Vale ressaltar que, ainda que métodos de deconvolução por Máxima Verossimilhança e as Não-Estacionárias tenham sido discutidas, não foram implementados algoritmos de deconvolução associados a estes. Resumindo, os métodos implementados e analisados mais a frente foram: Deconvolução *spiking*, MED e FMED e método apresentado em Sacchi (1997) utilizando IRLS. De certa forma o método de Wang (2011) também foi implementado, no entanto, este será tratado como método de inversão.

Para a inversão, diversos métodos foram utilizados. Para representar a inversão

Narrow Band, a combinação de deconvolução por filtros de Wiener com inversão recursiva foi utilizada. Para representar as técnicas *Sparse Spike* utilizou-se: A combinação da deconvolução utilizando IRLS com inversão recursiva, o método de Wang (2011) e o método de Inversão Bayesiana, com todas as três normas citadas em 6.3.2.1. Para representar as técnicas baseadas na perturbação de um modelo inicial (*Model Based*) utilizou-se a GLL.

Apesar de tantos métodos *Sparse Spike* terem sido implementados, não é prático inverter o sismograma completo utilizando todos os métodos, principalmente devido ao custo computacional. Por isso, o primeiro passo da análise dos métodos consistiu em avaliar quais apresentavam melhores resultados na inversão do traço 276 do Marmousi. A partir daí os métodos selecionados foram utilizados para inverter o sismograma completo.

7.1 Conclusão

Este capítulo tratou da metodologia utilizada ao longo do trabalho, destacando os métodos de estimativa da ondaleta, de deconvolução e de inversão utilizados.

Os modelos utilizados para avaliação dos métodos aqui implementados também foram apresentados, assim como as ondaletas utilizadas para modelagem, as quais espera-se estimar utilizando os métodos apropriados.

Dando continuidade ao trabalho, o próximo capítulo tratará da discussão a respeito dos resultados obtidos.

8 Análise dos Resultados

Nos capítulos 2, 3, 4 e 6 e nos apêndices, toda a teoria envolvida neste trabalho foi devidamente discutida. Este capítulo por sua vez, vem colocar em prática todos os métodos discutidos, fazendo comparações e buscando os extremos da sensibilidade dos métodos estudados.

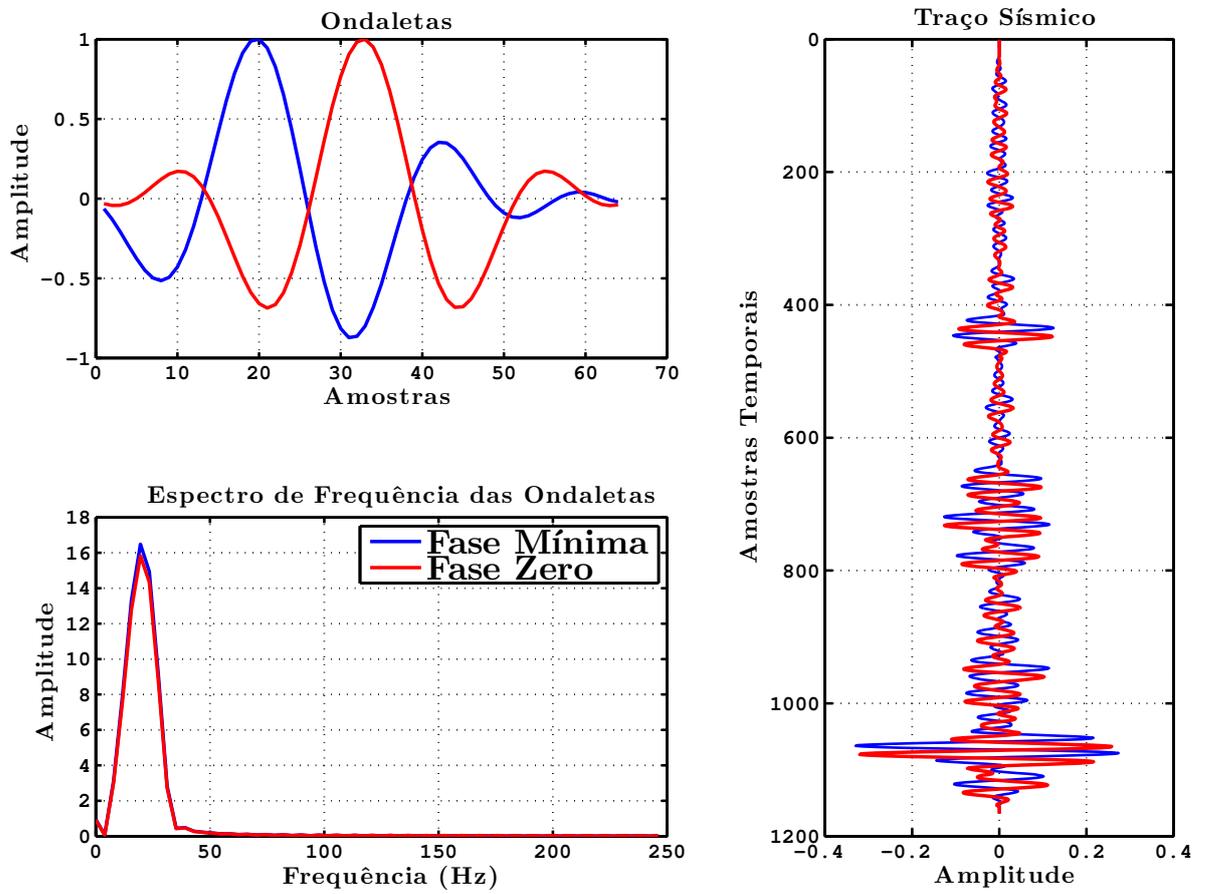
A primeira parte deste é voltada às técnicas de estimativa da ondaleta sísmica, a segunda as de deconvolução e por fim às de inversão. Finalizando o capítulo, uma breve discussão a fim de comparação dos métodos será realizada.

8.1 Estimativa da Ondaleta

Como citado anteriormente, a maioria dos métodos de estimativa aqui tratados supõe uma ondaleta de fase mínima associada ao dado sísmico. Desta forma, caso a ondaleta associada seja de fase diferente de mínima, a forma estimada para esta não irá condizer com a realidade e o método falhará. Por outro lado, o espectro de amplitude estimado será próximo ao desejado. A fim de corrigir esta diferença na fase (no caso em que a ondaleta de fato não for mínima) aplica-se a correção APC para determinar uma ondaleta adequada para o dado. Os resultados são apresentados a frente.

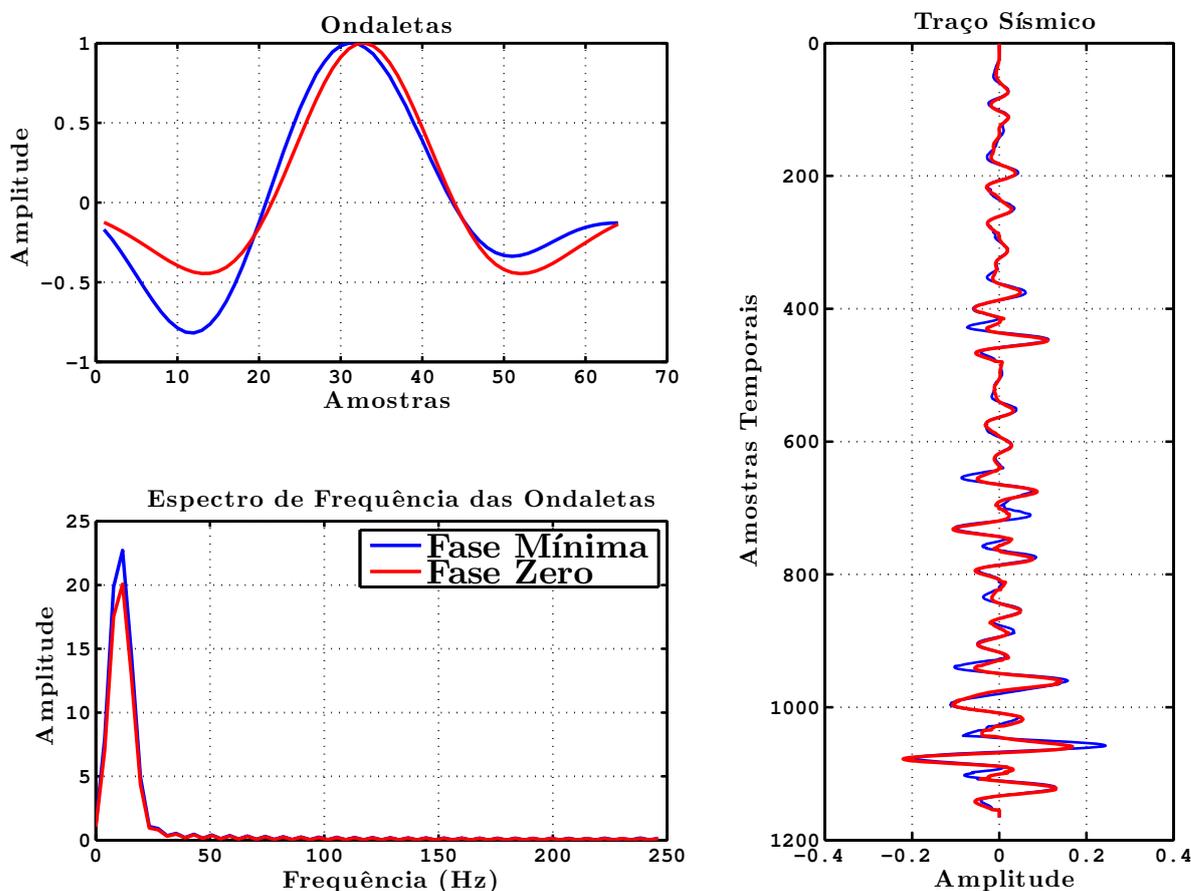
Antes de iniciar a avaliação de performance dos métodos, o traço 276 do modelo Marmousi é mostrado para quatro situações: Cálculado com Ricker de fase mínima e de fase zero (mista) e com Ormsby para as mesmas duas situações. Estes quatro traços serão os utilizados na análise dos métodos durante toda esta seção. Os traços e as ondaletas são apresentadas nas figuras 14 e 15.

Figura 14 – Ondas Ormsby de fase zero, sua fase mínima correspondente, seus espectros de frequência e os traços gerados com elas. Observa-se o deslocamento gerado pela mudança na fase.



Fonte: O autor

Figura 15 – Ondaletas Ricker de fase zero, sua fase mínima correspondente, seus espectros de frequência e os traços gerados com elas. Observa-se o pequeno deslocamento, em comparação com a Ormsby, gerado pela mudança na fase.



Fonte: O autor

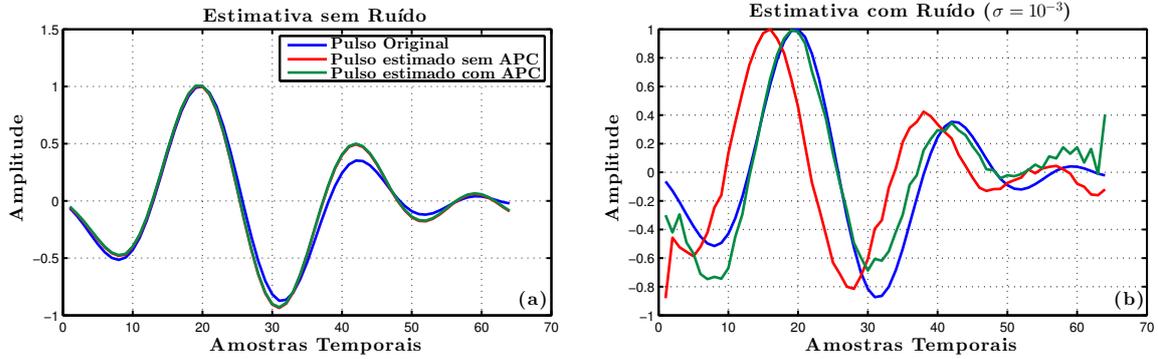
Além dos testes com variação das ondaletas originais, um ruído aleatório com desvio padrão 10^{-3} foi adicionado ao sismograma a fim de observar a sensibilidade dos métodos ao ruído. Buscando obter melhores resultados, após cada estimativa a correção APC foi aplicada, garantindo maior robustez às estimativas.

8.1.1 Análise do método da Transformada de Hilbert

Os primeiros testes foram realizados utilizando o método da Transformada de Hilbert. Os resultados da utilização deste método são apresentados nas figuras 16, 17, 18 e 19. Observando os resultados é claramente nítida a sua dependência com a suposição 7. Nota-se que antes da correção APC as ondaletas calculadas estão atrasadas em relação as reais, característica associada a esta dependência. Resultados melhores são obtidos quando a ondaleta real possui fase mínima, pois até mesmo na presença de ruído o método consegue convergir para a solução, apesar de que a correção APC é necessária para corrigir o atraso observado. Com relação a questões práticas de implementação deste, cita-se que a escolha

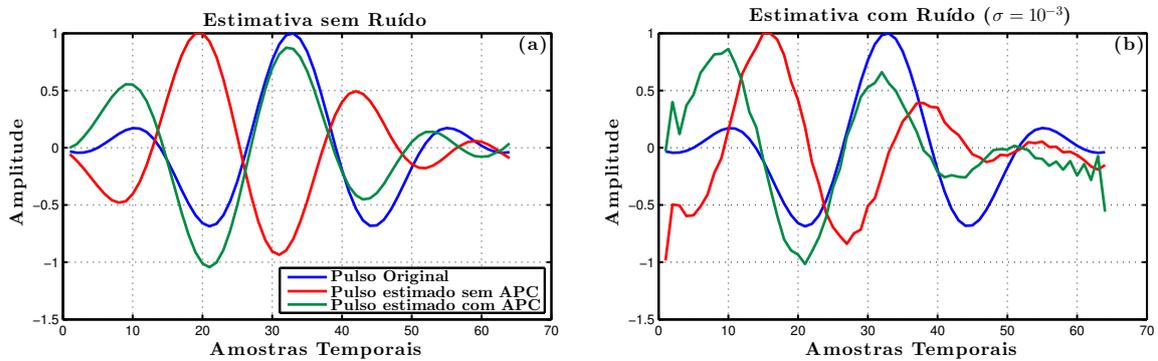
do tamanho da ondaleta estimada influencia o produto final da estimativa. Desta forma, garantindo que o tamanho esteja aproximado ao da ondaleta real já é condição suficiente para uma boa performance do método.

Figura 16 – Estimativa da ondaleta Ormsby de fase mínima com método da Transformada de Hilbert. (a) Estimativa sem ruído e (b) com ruído.



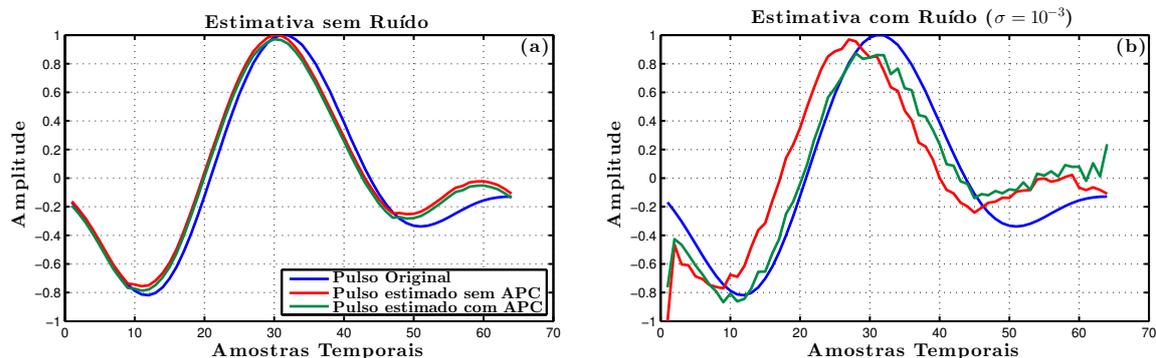
Fonte: O autor

Figura 17 – Estimativa da ondaleta Ormsby de fase zero com método da Transformada de Hilbert. (a) Estimativa sem ruído e (b) com ruído.



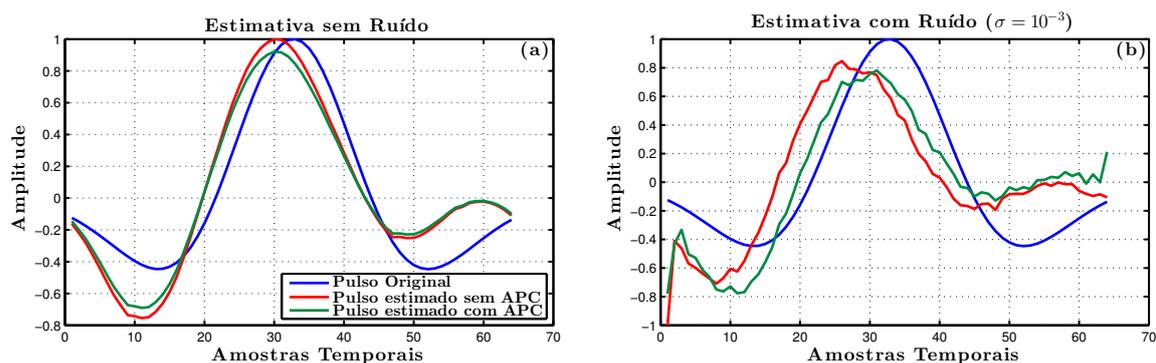
Fonte: O autor

Figura 18 – Estimativa da ondaleta Ricker de fase mínima com método da Transformada de Hilbert. (a) Estimativa sem ruído e (b) com ruído.



Fonte: O autor

Figura 19 – Estimativa da ondaleta Ricker de fase zero com método da Transformada de Hilbert. (a) Estimativa sem ruído e (b) com ruído.



Fonte: O autor

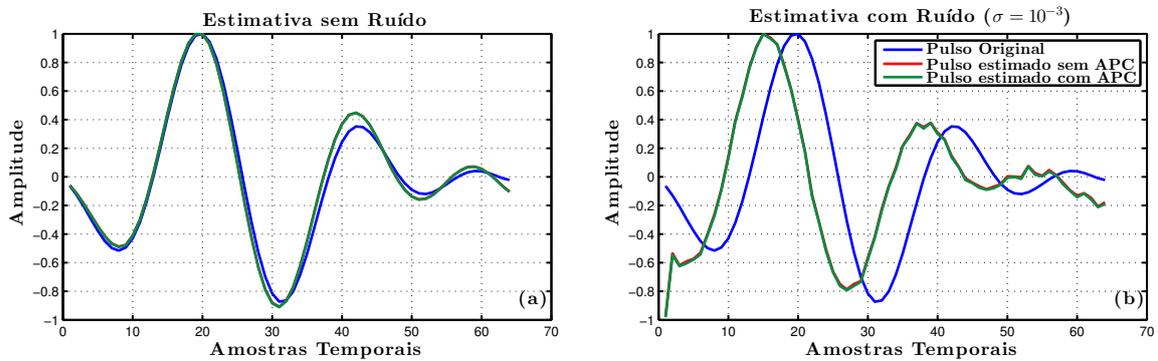
8.1.2 Análise do método Inversão dupla Wiener-Levinson

O segundo método avaliado foi o método da Inversão dupla Wiener-Levinson. Como discutido, da mesma forma que o método da Transformada de Hilbert este utiliza a autocorrelação do dado sísmico para obter informação a respeito da ondaleta associada, da mesma forma também, a suposição 7 é necessária. Os resultados para as estimativas realizadas com este método são apresentados nas figuras 20, 21, 22 e 23. É observado que este método só consegue resolver para ondaletas de fase mínima, mesmo após correção APC. Uma forma de contornar este problema seria utilizar o espectro de amplitude da ondaleta estimada, associar uma fase constante a esta e então reapplicar a correção APC, como é realizado no último método de estimativa tratado. Outra observação a ser adicionada é a respeito da complexidade da forma de onda da ondaleta que se deseja estimar. Quando esta é menos complexa, como mostrado em 22 e 23, o método resolve melhor. Quanto ao

ruído, o método apresentou uma alta sensibilidade a este, ainda mais quando a suposição 7 não é satisfeita.

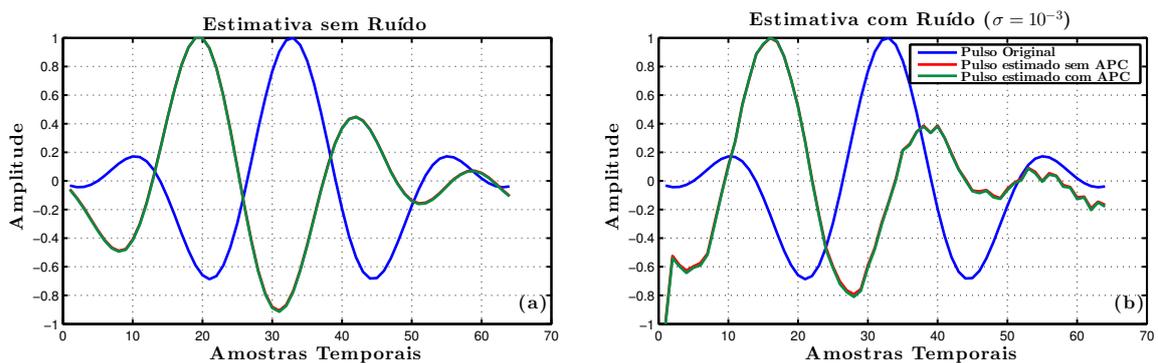
Finalizando, mais uma vez aponta-se que o tamanho suposto para a ondaleta que se estima é fundamental para uma melhor performance do método, ressalta-se que para o cálculo do filtro inverso no primeiro passo do método, melhores resultados serão obtidos ao supor tamanhos da ordem do tamanho do traço para o filtro. Esta escolha de tamanho pode ser adotada para a ondaleta também, neste caso após a estimativa, deve-se truncar os valores maiores que o suposto para a ondaleta.

Figura 20 – Estimativa da ondaleta Ormsby de fase mínima com método de Inversão dupla Wiener-Levinson. (a) Estimativa sem ruído e (b) com ruído.



Fonte: O autor

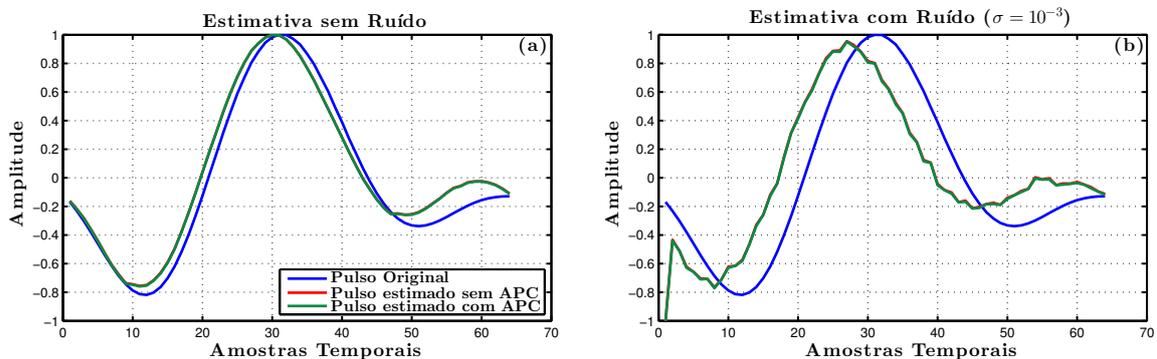
Figura 21 – Estimativa da ondaleta Ormsby de fase zero com método de Inversão dupla Wiener-Levinson. (a) Estimativa sem ruído e (b) com ruído.



Fonte: O autor

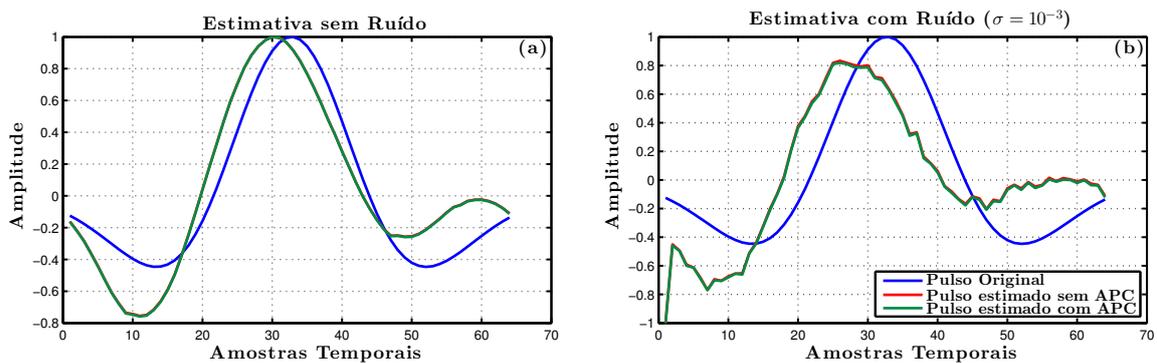
H]

Figura 22 – Estimativa da ondaleta Ricker de fase mínima com método de Inversão dupla Wiener-Levinson. (a) Estimativa sem ruído e (b) com ruído.



Fonte: O autor

Figura 23 – Estimativa da ondaleta Ricker de fase zero com método de Inversão dupla Wiener-Levinson. (a) Estimativa sem ruído e (b) com ruído.



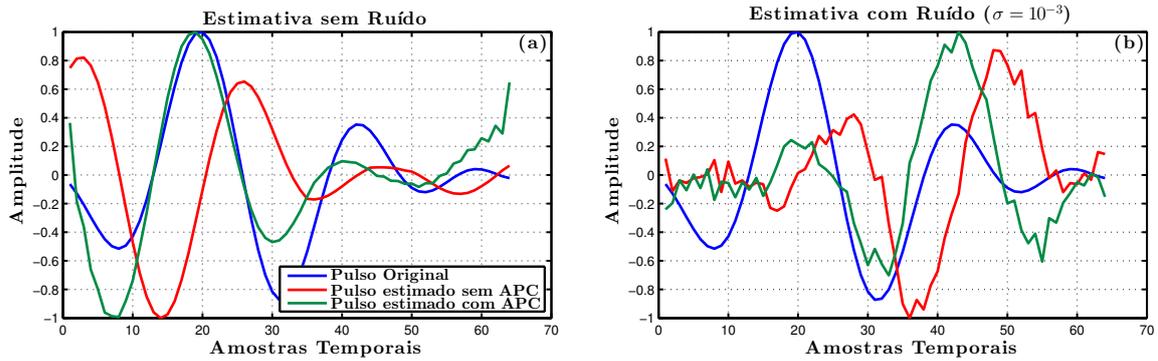
Fonte: O autor

8.1.3 Análise do método Filtragem Cepstral

O terceiro método aqui analisado, a filtragem cepstral ou deconvolução homomórfica, apresentou a pior performance entre os tratados neste trabalho. A presença de ruído demonstrou que o método tem alta sensibilidade, de forma que melhorias no algoritmo utilizado na implementação são necessárias. Em geral para ondaletas de fase mista (zero no caso aqui tratado) o método resolveu bem, quando na ausência de ruído. Os resultados para este método são mostrados nas figuras 24, 25, 26 e 27. É observado que, para o caso da ondaleta de fase mínima, o método não resolveu bem. Como nos outros métodos o tamanho suposto para a ondaleta é fundamental, no entanto, mais importante ainda é a filtragem no cepstrum (*liftering*). A determinação das amostras de corte que forneçam melhores resultados é uma parte do método que exige atenção. Em geral observou-se que selecionar um intervalo igual a metade do tamanho da ondaleta para as duas partes do cepstrum (positiva e negativa) é uma boa escolha inicial (a partir desta procura-se

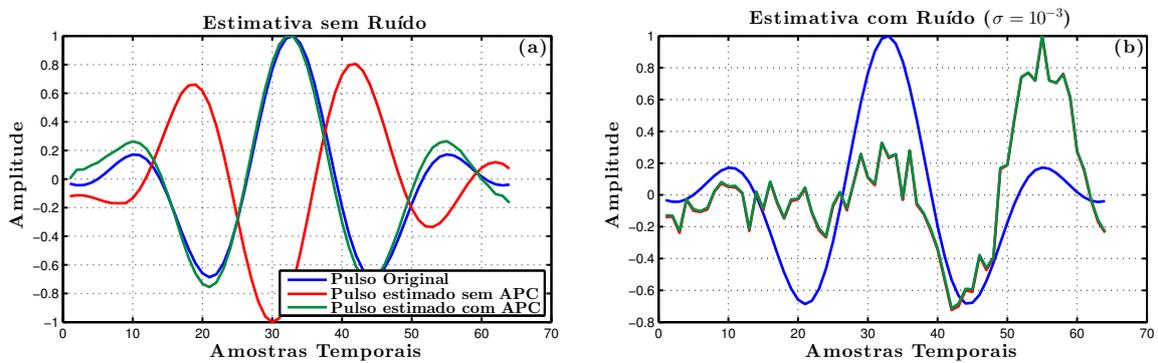
para maiores valores), apesar de que, certamente, estimativas melhores serão encontradas para valores maiores. Vale adicionar como observação final, que este método é um tipo de método “cego”, obtendo resultados utilizando somente a informação contida no dado sísmico, o que representa uma das maiores vantagens em sua utilização.

Figura 24 – Estimativa da ondaleta Ormsby de fase mínima com método de Filtragem Cepstral. (a) Estimativa sem ruído e (b) com ruído.



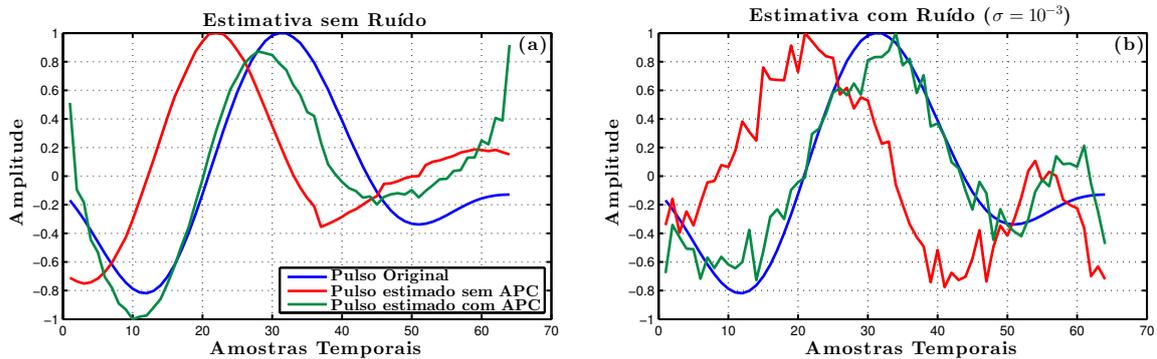
Fonte: O autor

Figura 25 – Estimativa da ondaleta Ormsby de fase zero com método de Filtragem Cepstral. (a) Estimativa sem ruído e (b) com ruído.



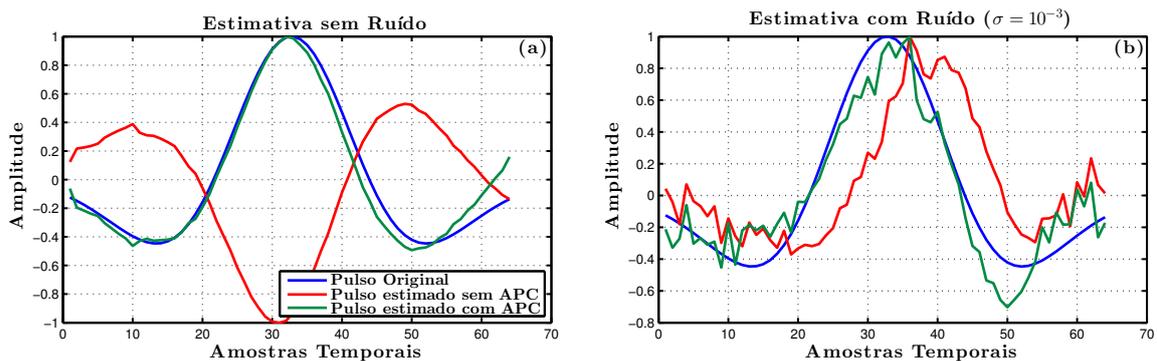
Fonte: O autor

Figura 26 – Estimativa da ondaleta Ricker de fase mínima com método de Filtragem Cepstral. (a) Estimativa sem ruído e (b) com ruído.



Fonte: O autor

Figura 27 – Estimativa da ondaleta Ricker de fase zero com método de Filtragem Cepstral. (a) Estimativa sem ruído e (b) com ruído.



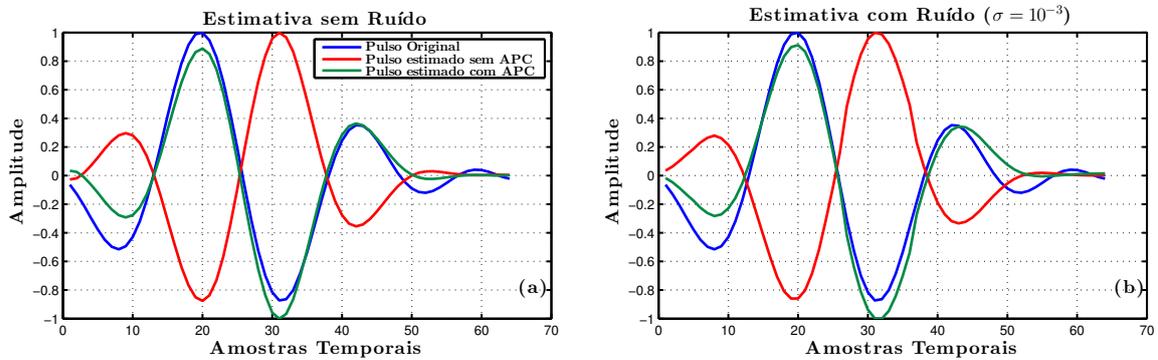
Fonte: O autor

8.1.4 Análise do método Suavização do espectro e APC

O último método de estimativa da ondaleta tratado neste trabalho apresentou bons resultados. Estes são mostrados nas figuras 28, 29, 30 e 31. Em geral, tanto para ondaletas de fase mínima quanto mista, este resolve bem. A presença de ruído no dado não influencia muito, de modo que as ondaletas estimadas com e sem ruído apresentam grande semelhança. Uma boa performance deste envolve estimar um espectro de fase inicial constante. Para bons resultados foi observado que, para ondaletas de fase mista, valores não muito altos, geralmente no intervalos $[1, 2]$ obtém bons resultados; já para ondaletas de fase mínima, valores mais altos são aconselhados. A vantagem de utilizar valores contantes para a fase da ondaleta estimada também é assinalada em Oliveira e Lupinacci (2013). A forma da suavização do espectro é um processo que exige atenção, no caso em que utiliza-se de uma média móvel o tamanho do filtro utilizado deve ser testado a fim de obter melhores resultados. Finalizando, coloca-se que a determinação, de

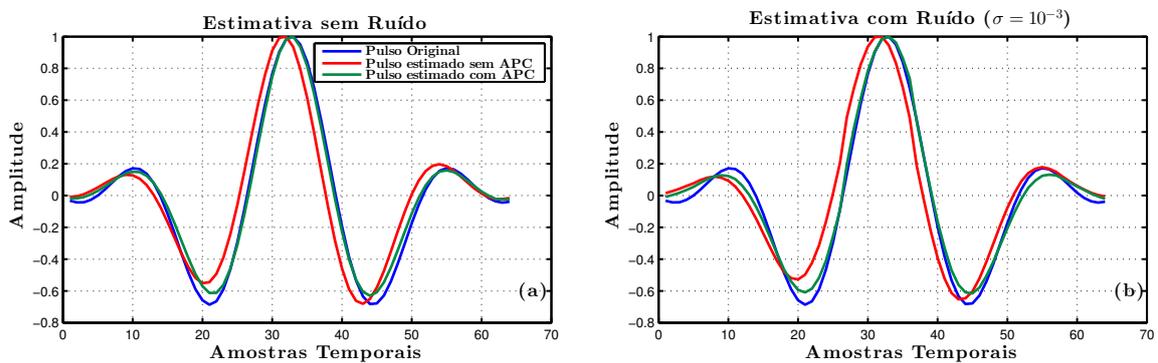
forma empírica, dos melhores parâmetros para o método, gerará ótimos resultados, como mostrado nas figuras.

Figura 28 – Estimativa da ondaleta Ormsby de fase mínima com método de Suavização do Espectro e APC. (a) Estimativa sem ruído e (b) com ruído.



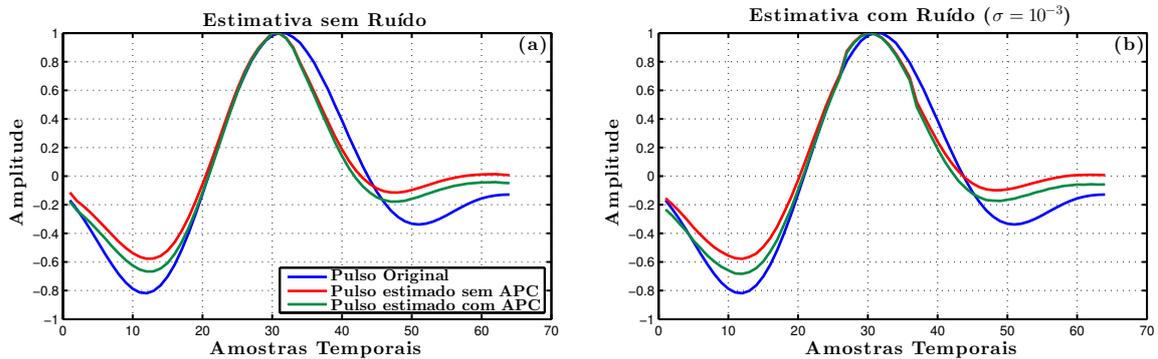
Fonte: O autor

Figura 29 – Estimativa da ondaleta Ormsby de fase zero com método de Suavização do Espectro e APC. (a) Estimativa sem ruído e (b) com ruído.



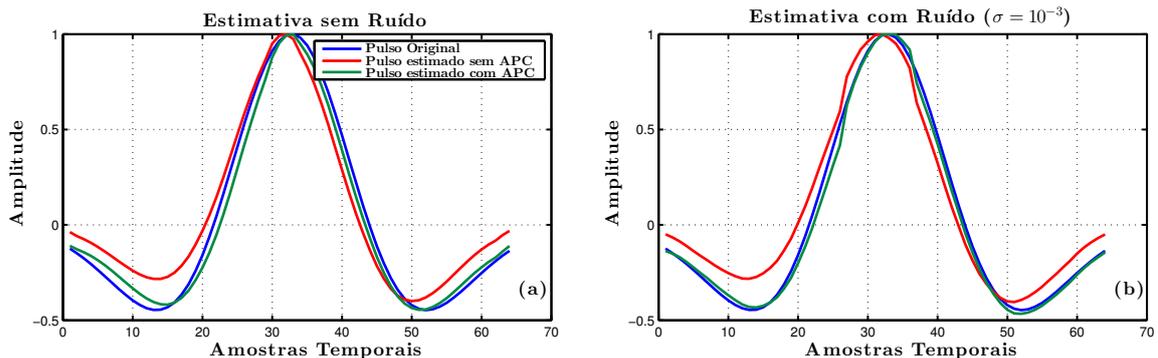
Fonte: O autor

Figura 30 – Estimativa da ondaleta Ricker de fase mínima com método de Suavização do Espectro e APC. (a) Estimativa sem ruído e (b) com ruído.



Fonte: O autor

Figura 31 – Estimativa da ondaleta Ricker de fase zero com método de Suavização do Espectro e APC. (a) Estimativa sem ruído e (b) com ruído.



Fonte: O autor

8.2 Análise da Deconvolução

Os métodos de deconvolução são parte fundamental das inversões baseadas na equação de inversão recursiva, desta forma, quanto melhor uma estimativa da refletividade de subsuperfície, melhor os resultados da inversão. É comum encontrar técnicas de deconvolução com ótima performance, mas que necessitem conhecimento prévio da ondaleta. De toda forma, não se conhecendo esta é possível utilizar os métodos de deconvolução clássica ou formas de deconvolução “cega”, os quais não dependem da ondaleta.

Nesta seção serão observados os resultados da deconvolução aplicada ao traço 276 do Marmousi. Os métodos aqui utilizados foram: MED e FMED como representação de técnicas de deconvolução “cega”, *spiking* representando os métodos clássicos e IRLS, dependente de uma estimativa inicial da ondaleta.

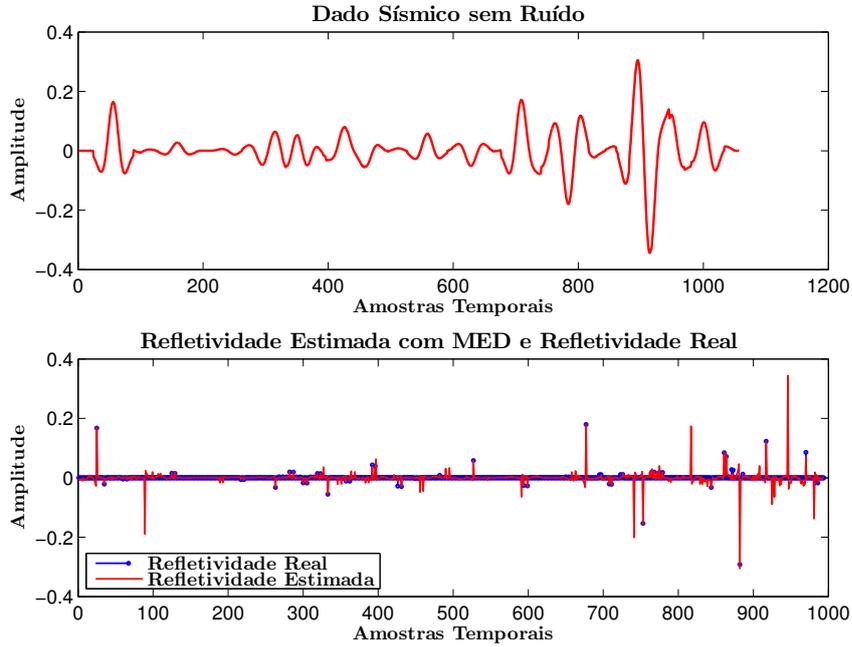
8.2.1 Análise Deconvolução MED e FMED

Os primeiros métodos analisados foram o MED e FMED. Como estes não dependem de suposições a respeito da ondaleta do dado, os resultados serão similares independente da ondaleta utilizada na modelagem. O que irá influenciar a performance do método é a quantidade de ruído no dado, desta forma os métodos foram analisados para o traço sem ruído e com um ruído aleatório possuindo desvio padrão 10^{-3} . Os resultados para os testes estão representados nas figuras 32, 33, 34 e 35.

Observa-se que tanto o MED quanto o FMED conseguem comprimir a ondaleta sísmica, mesmo sem nenhuma informação a respeito desta, e suprimir o ruído aleatório, melhorando assim a resolução do dado. É facilmente observável que a refletividade estimada na presença de ruído não possui a “cara” esperada (deltas esparsos), de forma que a sua utilização para o propósito de inversão é inapropriado e certamente não produzirá bons resultados. De fato, nenhum trabalho utilizando MED ou FMED com propósitos de inversão sísmica foram encontrados.

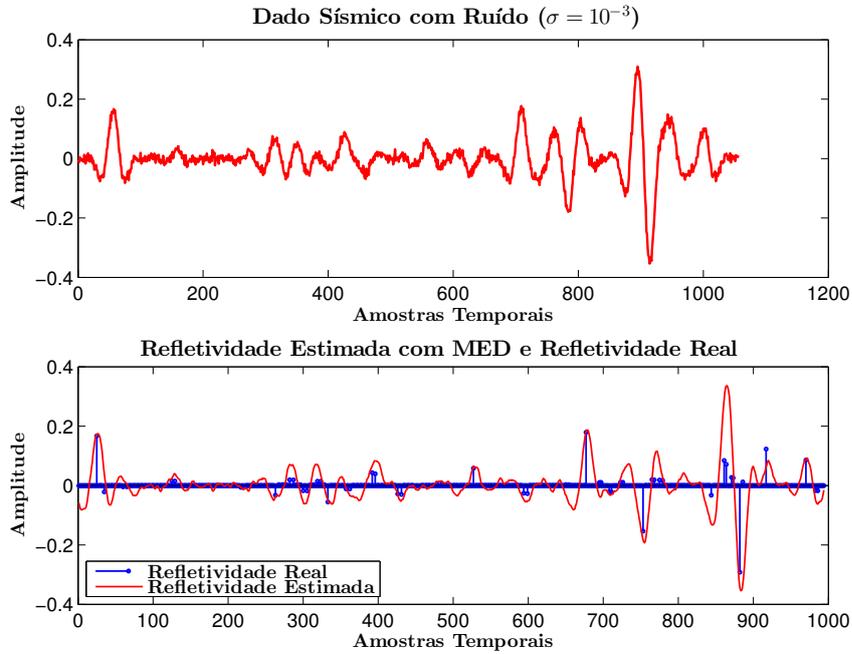
Concluindo, de um ponto de vista de um geofísico de processamento, assim como de um intérprete de dados sísmicos estes métodos obterão ótimos resultados. Para o geofísico de inversão por outro lado, estes são inapropriados e não devem ser utilizados na inversão. Vale ainda ressaltar que, apesar de, em geral, o FMED apresentar melhores resultados que o MED, ambos convergem muito rápido para uma maximização da entropia (medida utilizada para avaliação da convergência deste método) de forma que sua utilização para processamento de dados sísmicos é indicada, obtendo resultados melhores que os métodos clássicos (como será visto a frente) a um custo computacional praticamente similar.

Figura 32 – Deconvolução MED no traço 276 do Marmousi se adição de ruído.



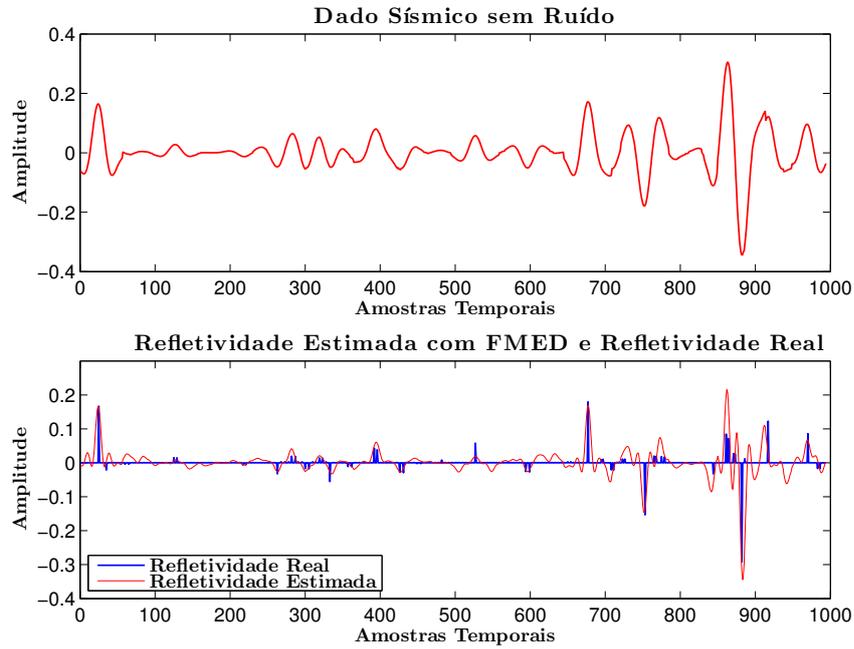
Fonte: O autor

Figura 33 – Deconvolução MED no traço 276 do Marmousi com adição de ruído de desvio padrão $\sigma = 10^{-3}$.



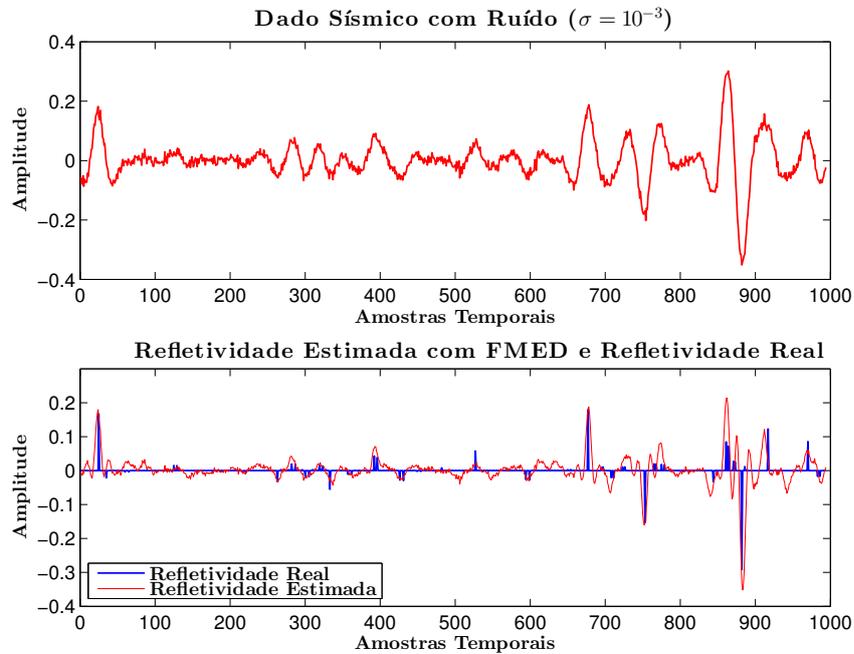
Fonte: O autor

Figura 34 – Deconvolução FMED no traço 276 do Marmousi se adição de ruído.



Fonte: O autor

Figura 35 – Deconvolução FMED no traço 276 do Marmousi com adição de ruído de desvio padrão $\sigma = 10^{-3}$.



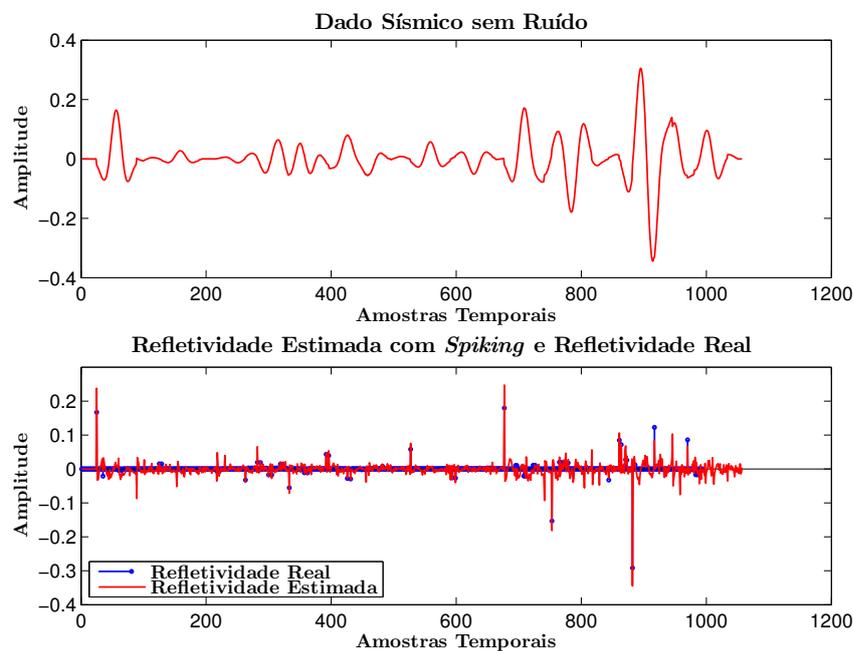
Fonte: O autor

8.2.2 Análise Deconvolução *Spiking*

O segundo método analisado foi a deconvolução *spiking*, um método clássico. Como discutido nos capítulos 2 e 3, a performance deste método depende de diversas suposições associadas ao modelo convolucional, desta forma, é esperado uma limitação quanto aos resultados o que, de fato, foi observado. O método não consegue resolver bem devido, principalmente, a limitação da banda de frequências do dado, um problema contornado pelo uso do MED ou FMED. Os resultados são mostrados nas figuras 36, 37, 38, 39 e 40.

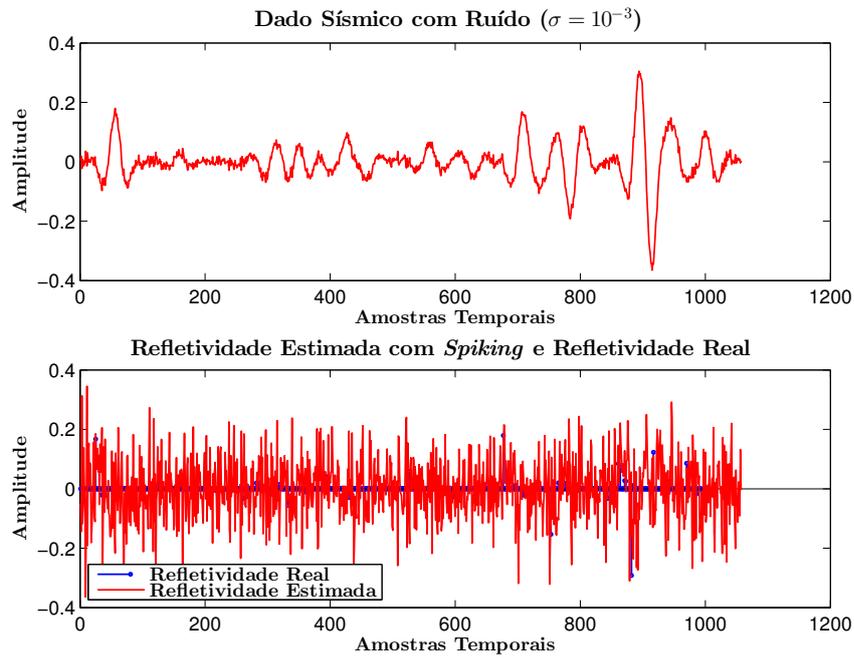
A suposição 4 coloca que a validade do modelo convolucional depende da remoção do ruído aleatório, desta forma, como se observa na figura 37, a presença de ruído impede a performance do método. De fato o ruído testado representa grande porcentagem da energia do dado (50% aproximadamente), mas é o objetivo deste trabalho observar os extremos dos métodos discutidos. Na figura 38 o pré-branqueamento é utilizado buscando a estabilização dos resultados, no entanto, ainda assim, bons resultados não são obtidos. A redução do ruído garantirá melhores resultados como mostrado nas figuras 39 e 40 para um ruído quatro vezes menor que o anterior.

Figura 36 – Deconvolução *spiking* no traço 276 do Marmousi sem adição de ruído.



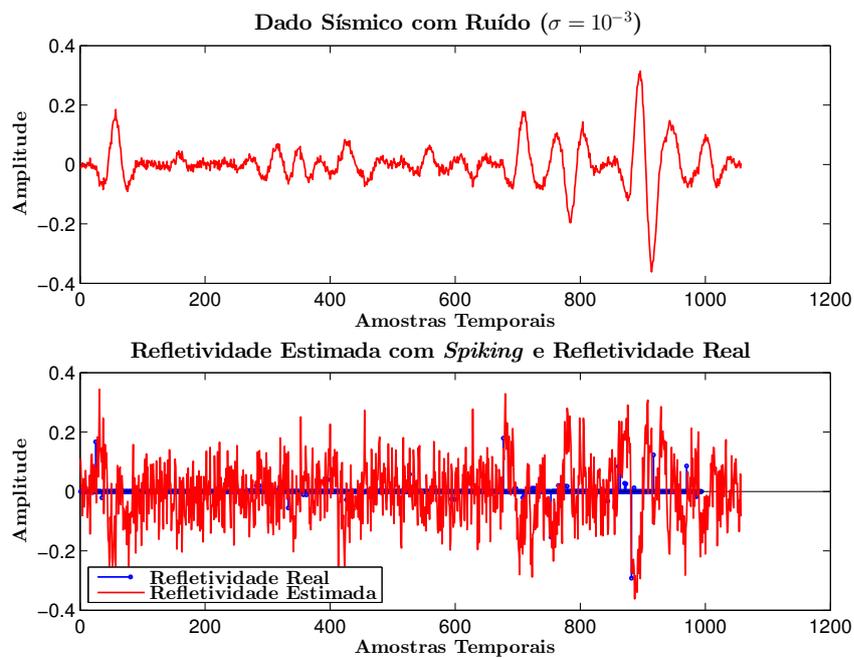
Fonte: O autor

Figura 37 – Deconvolução *spiking* no traço 276 do Marmousi com adição de ruído de desvio padrão $\sigma = 10^{-3}$.



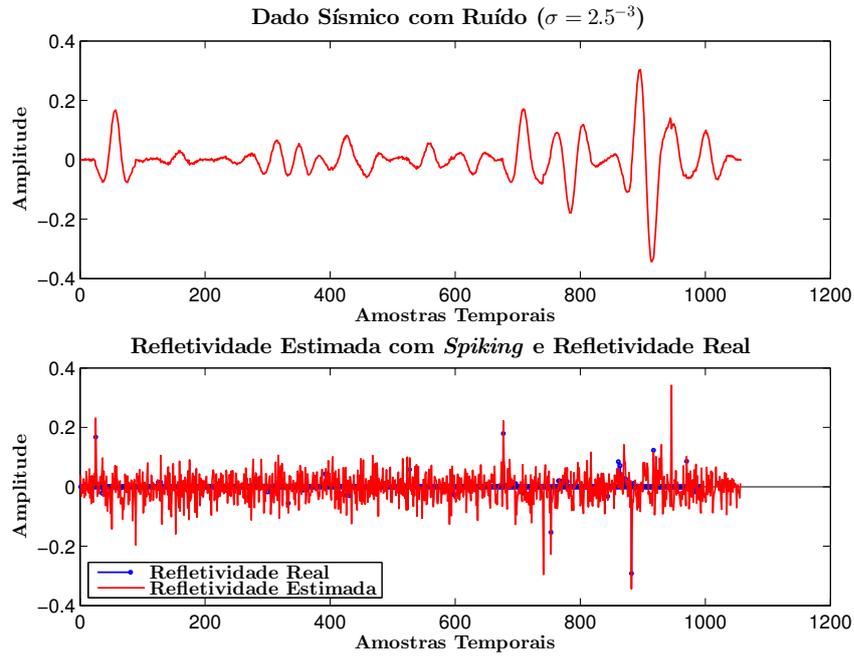
Fonte: O autor

Figura 38 – Deconvolução *spiking* no traço 276 do Marmousi com adição de ruído de desvio padrão $\sigma = 10^{-3}$ mais pré-branqueamento.



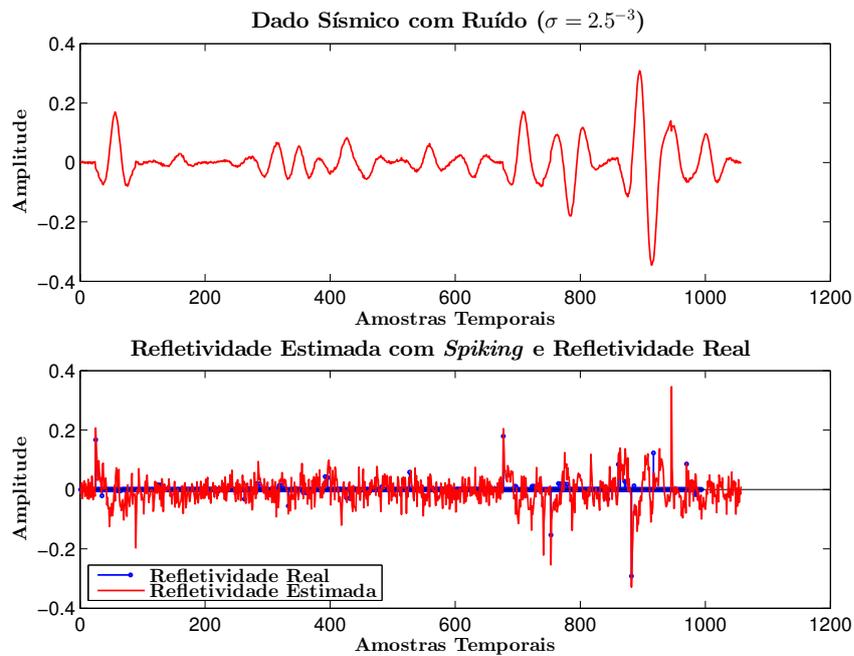
Fonte: O autor

Figura 39 – Deconvolução *spiking* no traço 276 do Marmousi com adição de ruído de desvio padrão $\sigma = 2.5^{-3}$.



Fonte: O autor

Figura 40 – Deconvolução *spiking* no traço 276 do Marmousi com adição de ruído de desvio padrão $\sigma = 2.5^{-3}$ mais pré-branqueamento.



Fonte: O autor

8.2.3 Análise Deconvolução IRLS

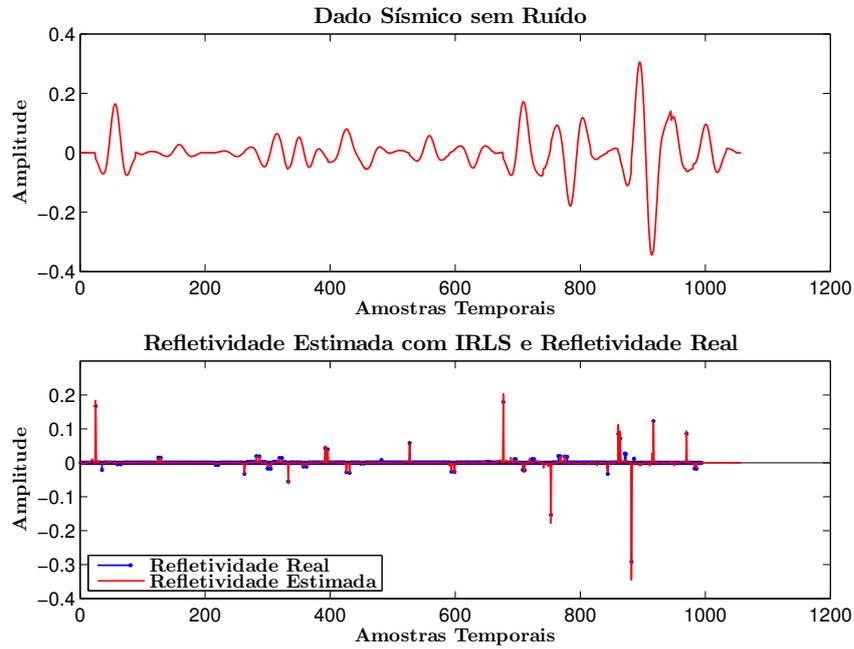
O último método analisado é a deconvolução IRLS, o qual, deve-se destacar, depende de uma ondaleta inicial. Desta forma a ondaleta utilizada foi a estimada pelo método de suavização do espectro. Os resultados são mostrados nas figuras 41, 42, 43, 44 e 45.

É facilmente percebido ao se analisar os resultados, que este possui uma performance muito superior aos outros métodos discutidos, conseguindo, no caso da ausência do ruído, resolver para uma refletividade praticamente idêntica (exceto pela magnitude) a real. No entanto, o custo computacional envolvido neste é um pouco maior que os anteriores, de modo que para sismogramas muito grandes o processo é suficientemente lento. No entanto pode-se evitar esta lentidão ao limitar-se o número de iterações ou não exigir uma semelhança muito grande entre os sismogramas gerados (para os testes aqui realizados exigiu-se que a norma do erro entre o sintético e o real fosse menor ou igual a 0.0001).

Outra variável significativa no método é o parâmetro de pré-branqueamento escolhido. As figuras 42, 43, 44 e 45 mostram o efeito de uma escolha bem sucedida. Em geral possuindo-se uma estimativa do desvio padrão do ruído pode-se utilizar este valor como parâmetro e obter bons resultados.

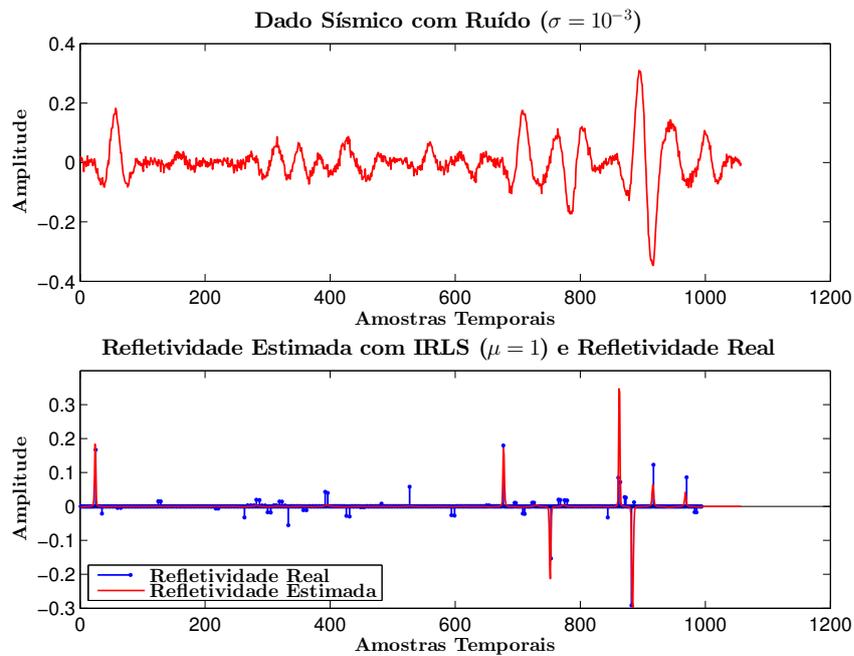
Devido a grande esparsidade apresentada pela série estimada, mostrando que o espectro de frequências da refletividade foi significativamente recuperado, este método é propício para aplicação em conjunto com a inversão recursiva. Também é indicado com propósitos de técnica de processamento para interpretação, apesar do custo computacional (o que provavelmente não será um problema, com base na velocidade de desenvolvimento de novas tecnologias, daqui alguns anos).

Figura 41 – Deconvolução IRLS no traço 276 do Marmousi sem ruído.



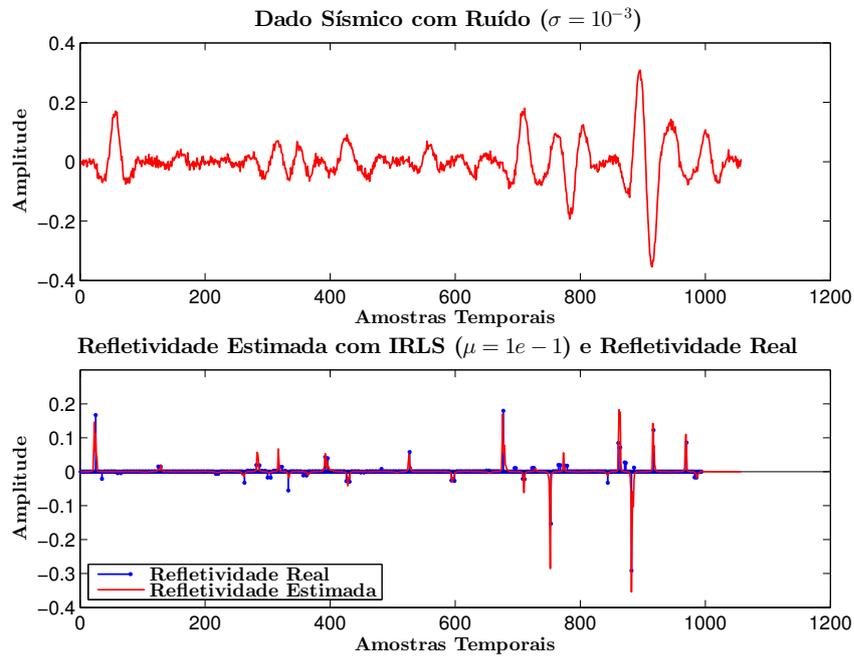
Fonte: O autor

Figura 42 – Deconvolução IRLS no traço 276 do Marmousi com adição de ruído de desvio padrão $\sigma = 10^{-3}$ e parâmetro de pré-branqueamento $\mu = 1$.



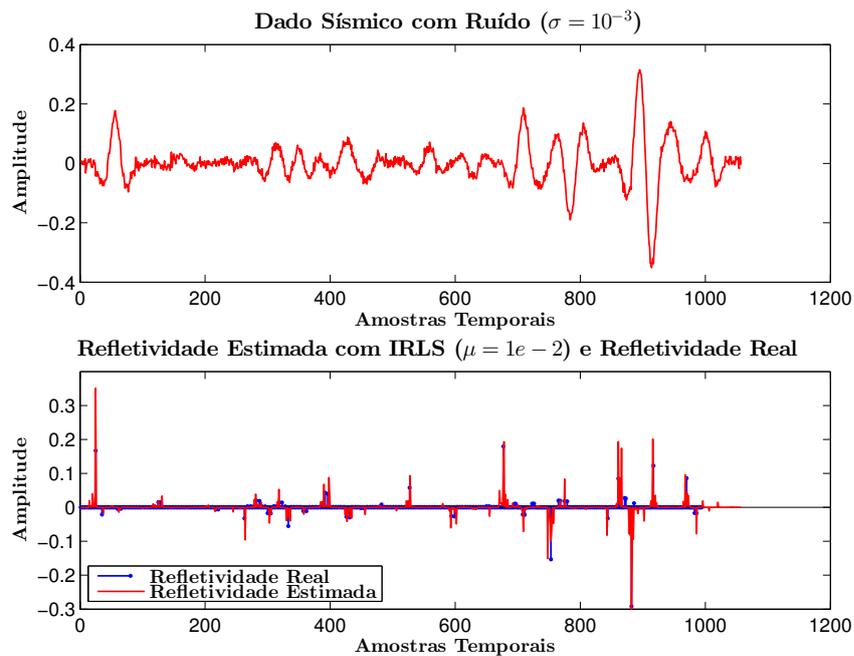
Fonte: O autor

Figura 43 – Deconvolução IRLS no traço 276 do Marmousi com adição de ruído de desvio padrão $\sigma = 10^{-3}$ e parâmetro de pré-branqueamento $\mu = 0.1$.



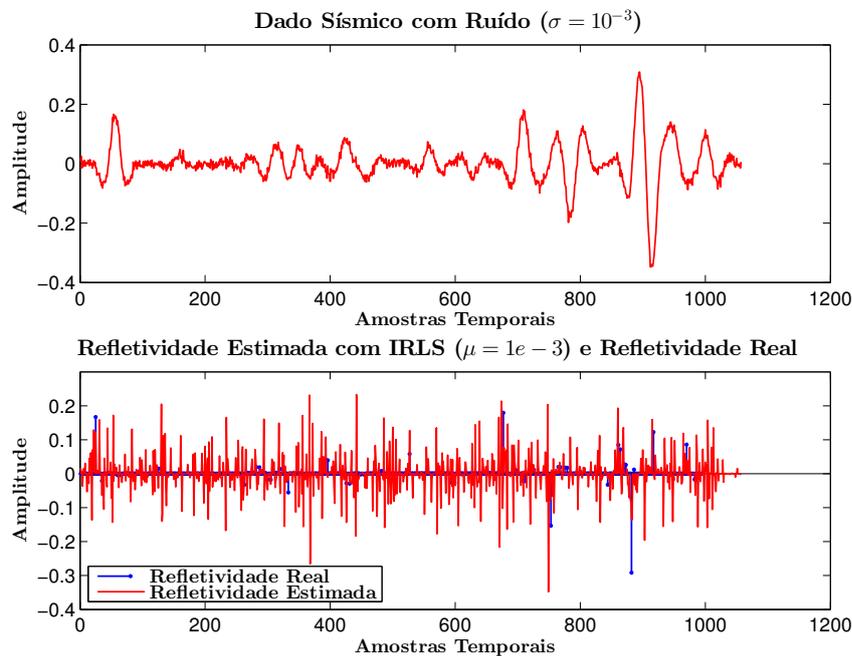
Fonte: O autor

Figura 44 – Deconvolução IRLS no traço 276 do Marmousi com adição de ruído de desvio padrão $\sigma = 10^{-3}$ e parâmetro de pré-branqueamento $\mu = 0.01$.



Fonte: O autor

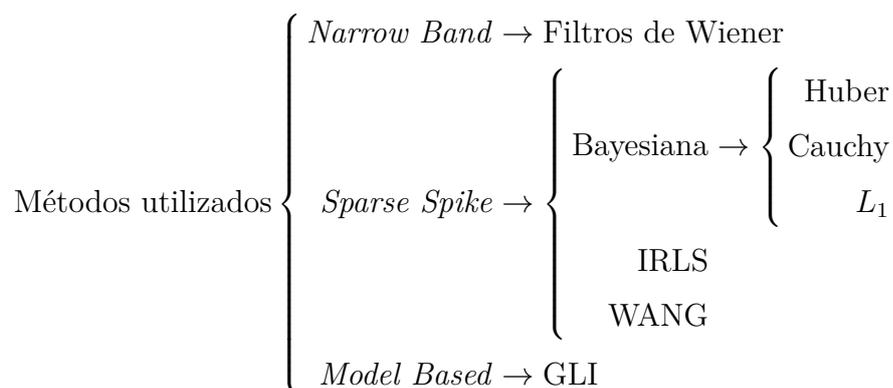
Figura 45 – Deconvolução IRLS no traço 276 do Marmousi com adição de ruído de desvio padrão $\sigma = 10^{-3}$ e parâmetro de pré-branqueamento $\mu = 0.001$.



Fonte: O autor

8.3 Análise da Inversão

Ao longo de todo o trabalho, foi sempre discutida a importância dos métodos de inversão sem, no entanto, apresentar exemplos do funcionamento destes. Neste sentido esta seção é voltada para avaliação da performance de alguns métodos de Inversão do traço sísmico, buscando mostrar na prática o funcionamento de cada tipo de inversão discutido no capítulo 6. Os métodos implementados são apresentados no esquema abaixo, relacionando o método ao tipo de inversão. Ressalta-se que daqui pra frente, o método de Wang (2011) será referido como método WANG.



A análise é realizada primeiro na inversão do traço 276 do modelo, a partir daí,

dependendo do custo computacional e da estimativa realizada pelo método, este será utilizado na inversão completa do sismograma. Vale citar, nesse caso, a limitação da utilização dos métodos baseados em técnicas do gradiente (WANG e Bayesiana), os quais são computacionalmente exaustivos, necessitando, algumas vezes, de pelo menos 1000 iterações para atingir um erro aceitável na presença de ruído.

É reiterada aqui a necessidade de utilização de outro modelo para análise de performance do método GLI, um modelo simples de camadas horizontais (sem variação lateral de litologia), a fim de entender o funcionamento deste.

Com propósito de resumir os resultados obtidos para o teste com a estimativa da ondaleta para cada método, somente os resultados do método com melhor desempenho serão mostrados. Para a modelagem do dado, ondaletas de fase zero serão utilizadas (com frequências centrais em torno de 8 e 10 hertz a fim de contornar problemas associados a ausência de frequências). Quando exigindo alguma suposição a respeito da ondaleta, os métodos de estimativa da ondaleta, de deconvolução e de inversão supõem fase mínima, desta forma, a fim de encontrar o extremo destes a fase zero é a melhor opção. Quanto ao tipo de ondaleta, a Ormsby possui uma forma de onda mais complexa que a Ricker, no entanto o que infere na inversão é a propriedade de *stop band* das ondaletas, assim, não há porque escolher entre uma ou outra. Desta forma ambas foram utilizadas. Quanto ao ruído, seguindo as seções anteriores um ruído com desvio padrão de $\sigma = 10^{-3}$ será utilizado na análise da sensibilidade.

8.3.1 *Narrow Band*

A inversão *Narrow Band* envolve a aplicação de técnicas de deconvolução clássicas seguidas de inversão recursiva. Desta forma, nesta subseção, serão apresentados os resultados para inversão a partir de uma refletividade estimada pela deconvolução por filtros de Wiener. Esta inversão poderia ser realizada utilizando a deconvolução *Spiking*, no entanto, a partir da análise na seção anterior notou-se que os resultados obtidos por este método possui muitos problemas na estimativa da refletividade, o que não permitiria um resultado aceitável da impedância.

Uma vez que este método exige baixo custo computacional, a inversão foi realizada para o sismograma completo. As figuras 46, 47, 48, 49, 50 e 51 mostram os resultados da inversão com e sem ruído.

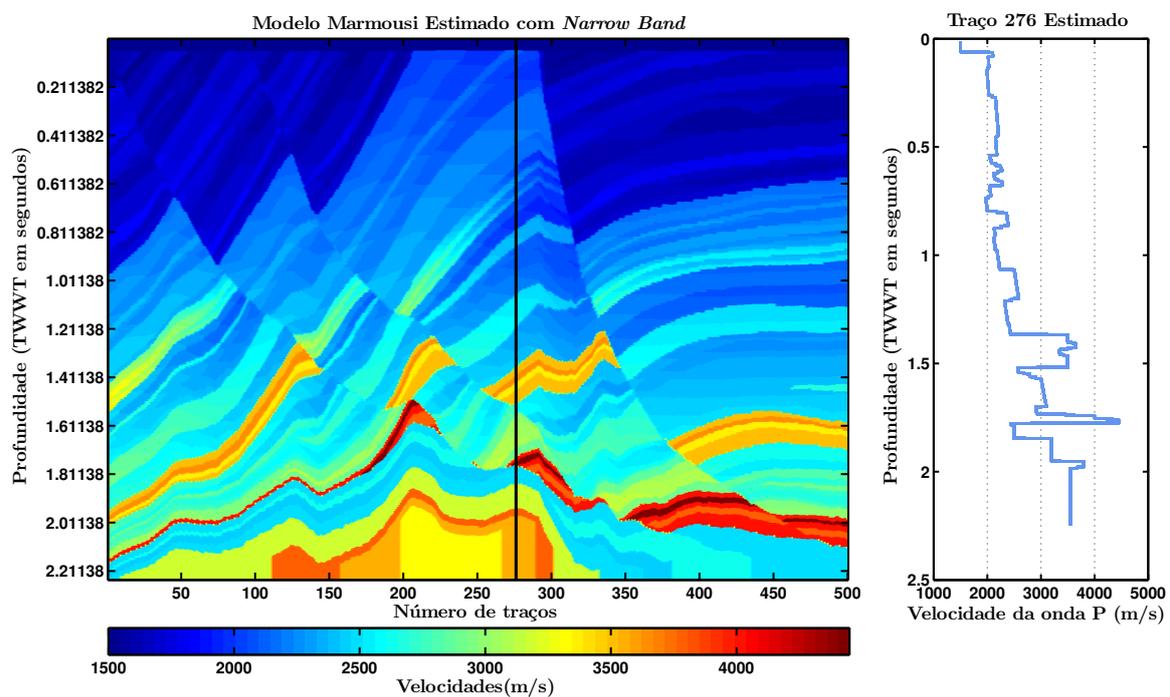
Seria esperado problemas relacionados a baixa frequência na inversão uma vez que, como o próprio nome do método sugere, a banda do dado utilizado na inversão é limitada. Para contornar este problema e tendo em mente que o objetivo deste trabalho é testar a sensibilidade dos algoritmos a ondaletas e ruído, a fonte utilizada na modelagem foi considerada como de baixa frequência (10 *Hertz*). Esta medida garante que informação

de baixa frequência esteja presente e limita os problemas da inversão a estimativa correta da ondaleta e o ruído.

O resultado sem ruído na figura 46 mostra que a inversão foi implementada corretamente e que a ondaleta foi bem estimada. Os resultados mostrados nas outras figuras mostram o efeito do ruído, de forma que quanto maior o ruído, menor a certeza na estimativa. Ressalta-se que o fator de pré-branqueamento utilizado foi ajustado buscando um ótimo para o traço 276. Desta forma uma sugestão para melhorar a qualidade da estimativa seria separar o dado em grupos de traços e ajustar este fator para cada janela, garantindo melhor estimativa. Esta afirmativa se justifica pela correlação lateral entre traços próximos, no entanto testes devem ser feitos para confirmar.

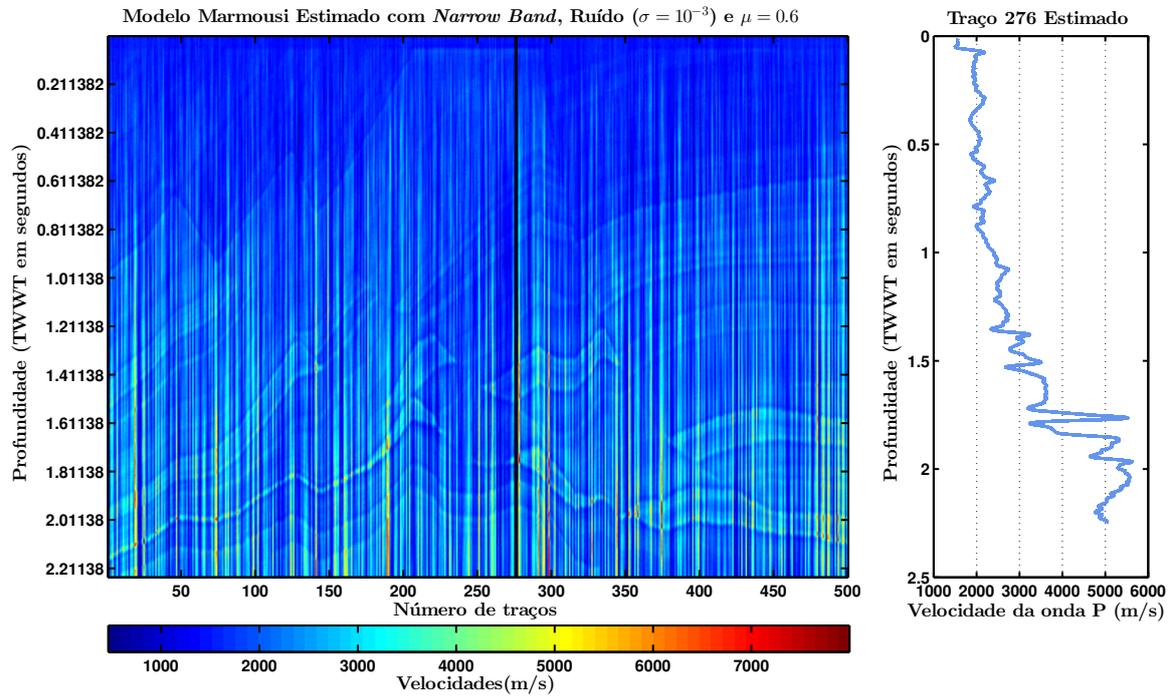
Ressalta-se que a má performance do método na presença de ruído já é algo esperado. Como discutido os métodos clássicos supõem que todo o ruído aleatório foi removido (suposição 4). Sob presença de ruído, o resultado da deconvolução não convergirá para a refletividade esperada e, conseqüentemente, a estimativa da impedância não obterá resultados aceitáveis.

Figura 46 – Inversão *Narrow Band* do Marmousi sem adição de ruído.



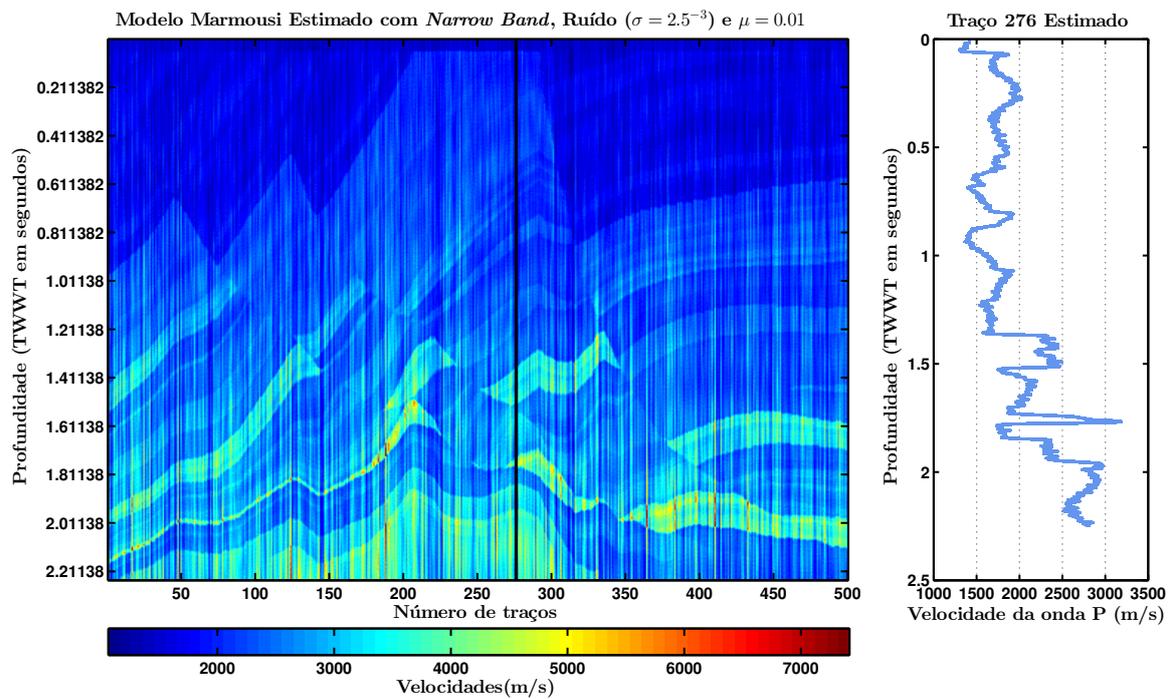
Fonte: O autor

Figura 47 – Inversão *Narrow Band* do Marmousi com adição de ruído de desvio padrão $\sigma = 10^{-3}$ e parâmetro de pré-branqueamento $\mu = 0.6$.



Fonte: O autor

Figura 48 – Inversão *Narrow Band* do Marmousi com adição de ruído de desvio padrão $\sigma = 2.5^{-3}$ e parâmetro de pré-branqueamento $\mu = 0.01$.

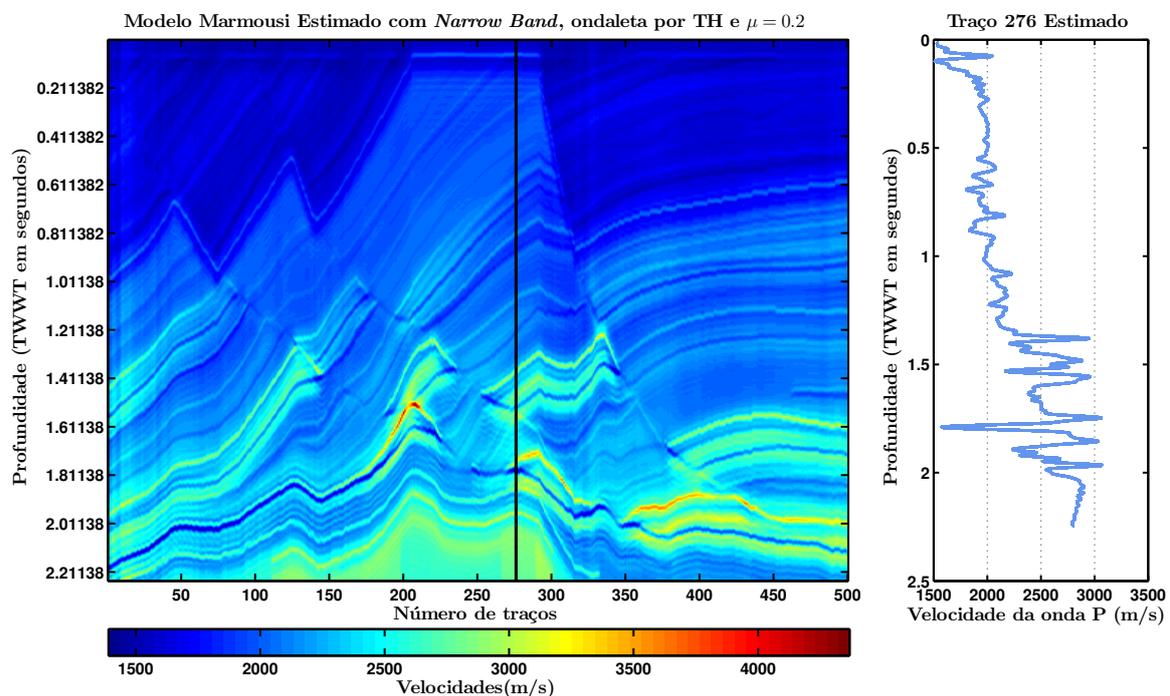


Fonte: O autor

Através da análise com os métodos de estimativa da ondaleta, o que conseguiu melhor performance foi o da Transformada de Hilbert (TH), de toda forma, o parâmetro de branqueamento teve de ser aumentado a fim de garantir resultados mais satisfatórios uma vez que a aproximação da ondaleta gera erros. A figura 49 mostra o teste realizado com a ondaleta estimada pela TH sem adição de ruído. Buscando aproximar-se da realidade realizou-se a inversão com a ondaleta estimada e um ruído aleatório de desvio padrão $\mu = 2.5 \times 10^{-3}$, o que não levou a resultados satisfatórios como poder ser observado na figura 50.

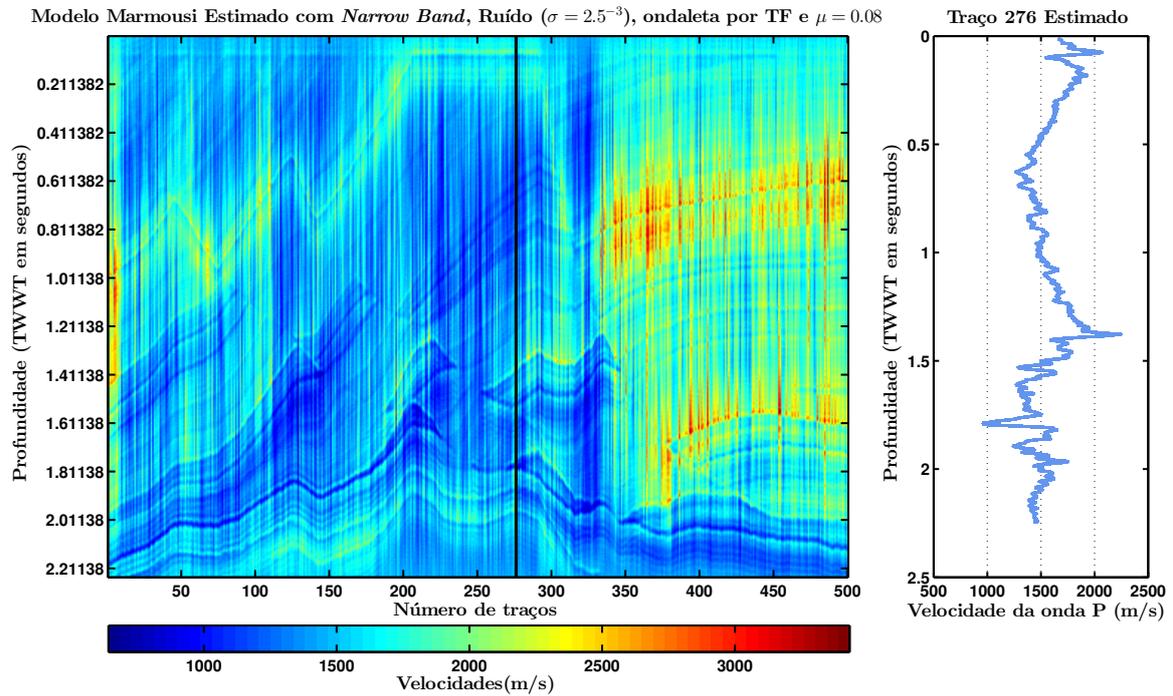
O último teste realizado, mostrado na figura 51, consistiu em buscar uma situação em que tanto a presença de ruído quanto da ondaleta levariam a resultados robustos. Observou-se que a redução da frequência central da fonte para 5 Hertz seguida de um aumento significativo do parâmetro de pré-branqueamento produz uma grande melhoria no produto oriundo da inversão. Desta forma, é esperado que técnicas de inversão capazes de aumentar a banda de frequência do sinal ou permitam introdução de informação *a priori* de baixa frequência, obtenham resultados superiores ao método aqui discutido.

Figura 49 – Inversão *Narrow Band* do Marmousi sem adição de ruído, com ondaleta estimada pelo método da Transformada de Hilbert e parâmetro de pré-branqueamento $\mu = 0.2$.



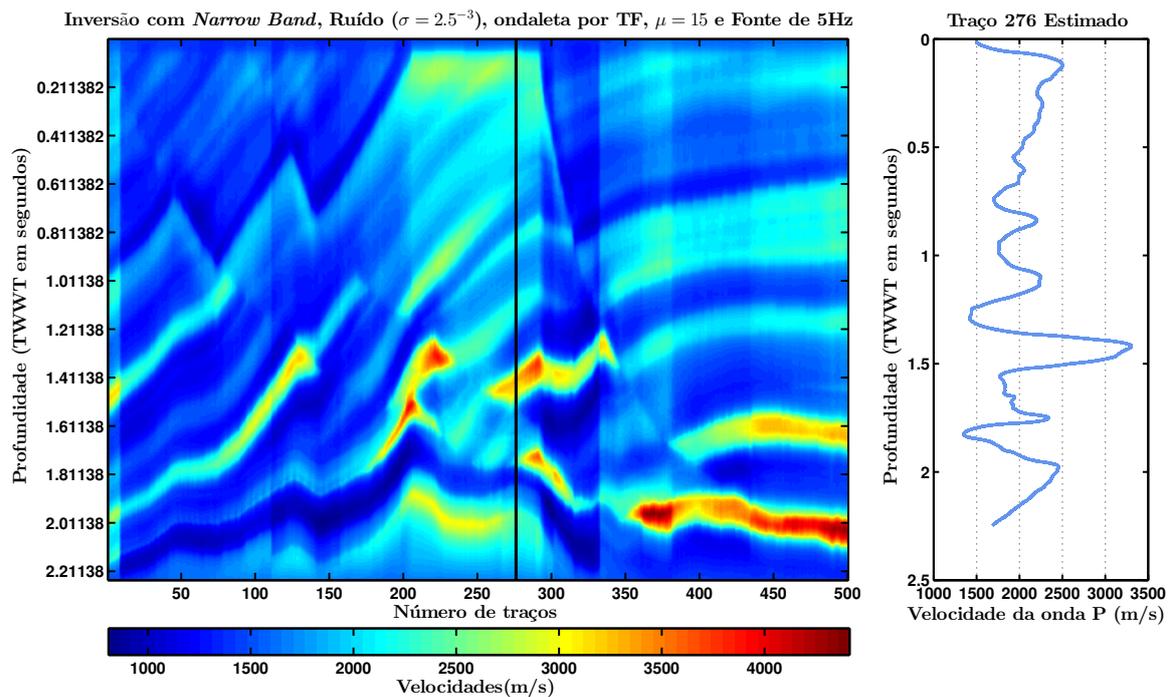
Fonte: O autor

Figura 50 – Inversão *Narrow Band* do Marmousi com adição de ruído de desvio padrão $\sigma = 2.5^{-3}$, estimativa da ondaleta pelo método da Transformada de Hilbert e parâmetro de pré-branqueamento $\mu = 0.08$.



Fonte: O autor

Figura 51 – Inversão *Narrow Band* do Marmousi gerado com fonte de 5 Hertz com adição de ruído de desvio padrão $\sigma = 2.5^{-3}$, estimativa da ondaleta pelo método da Transformada de Hilbert e parâmetro de pré-branqueamento $\mu = 15$.



Fonte: O autor

8.3.2 Inversão IRLS

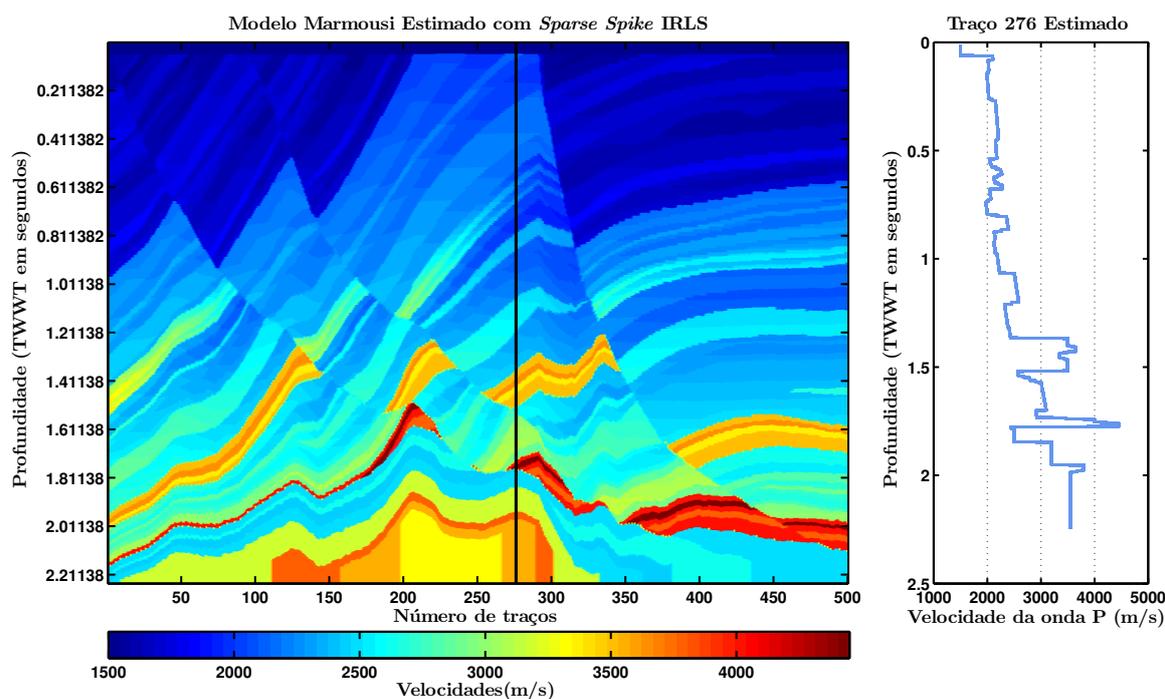
Como observado na análise das técnicas de deconvolução a IRLS obtém resultados esparsos conseguindo reconstruir bem a refletividade mesmo em situações em que o ruído é parte significativa do dado sísmico. Desta forma, dentre as técnicas analisadas naquela seção selecionou-se esta para aplicação na inversão recursiva a fim de estimar um modelo de impedância para a subsuperfície.

A teoria por trás deste método é brevemente discutida em 3, no entanto para maior aprofundamento refere-se a Sacchi (1997).

Em geral, o custo computacional envolvido na utilização deste método é superior aos clássicos, o que é compensado em sua superioridade em resolver para as interfaces geológicas mesmo na presença de ruído. Os resultados da inversão utilizando este método são mostrados nas figuras 49, 50, 51 e 52.

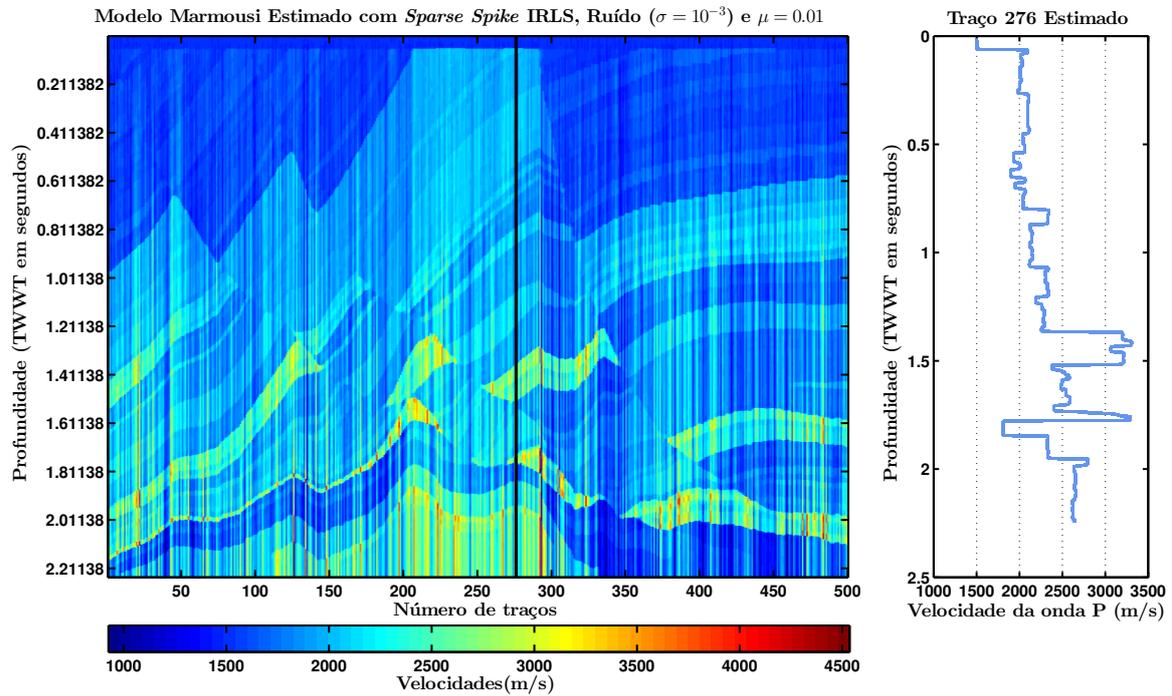
Observando os resultados, em específico as figuras 54 e 55, é possível entender a importância da escolha de um bom parâmetro de pré-braqueamento. Na figura 55 o resultado da inversão utilizando um ruído de mesmo desvio padrão que em 53 no entanto com parâmetro de pré-braqueamento maior é mostrado, observando a figura 54 onde o ruído é quatro vezes menor, observa-se uma certa semelhança entre os resultados. Estas observações demonstram que a boa escolha do parâmetro discutido tende a melhorar a qualidade da estimativa da impedância.

Figura 52 – Inversão *Sparse Spike* IRLS do Marmousi sem adição de ruído.



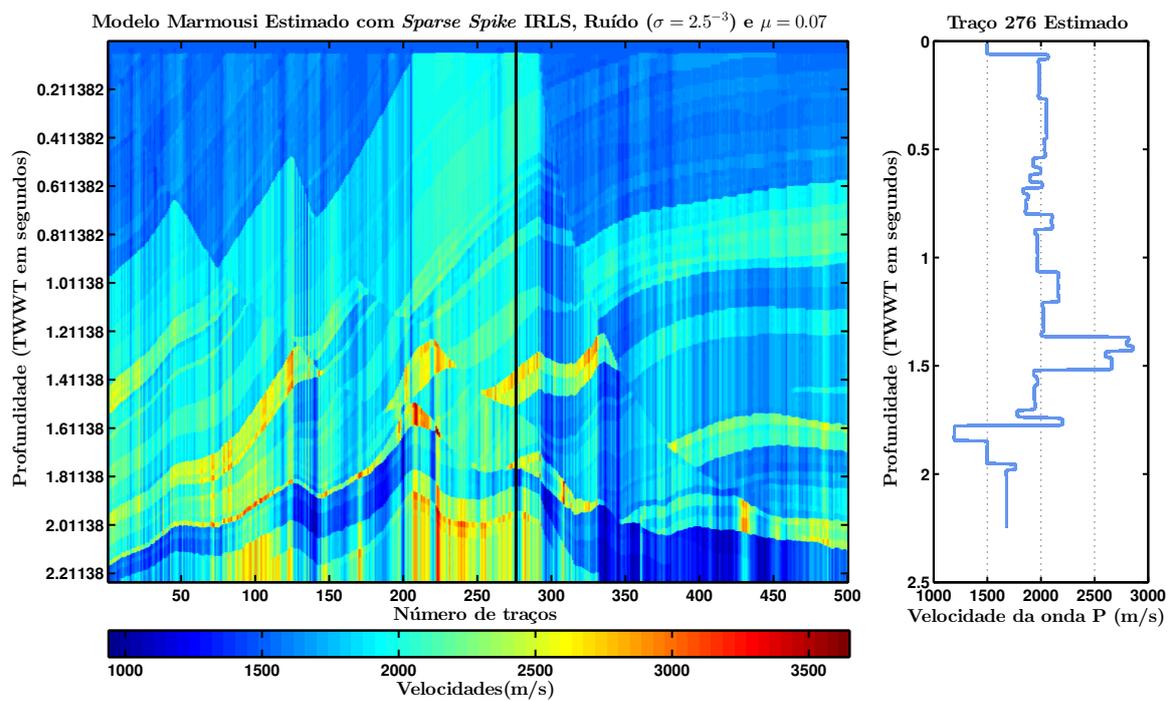
Fonte: O autor

Figura 53 – Inversão *Sparse Spike* IRLS do Marmousi com adição de ruído de desvio padrão $\sigma = 10^{-3}$, parâmetro de pré-branqueamento $\mu = 0.01$ e 100 iterações por traço.



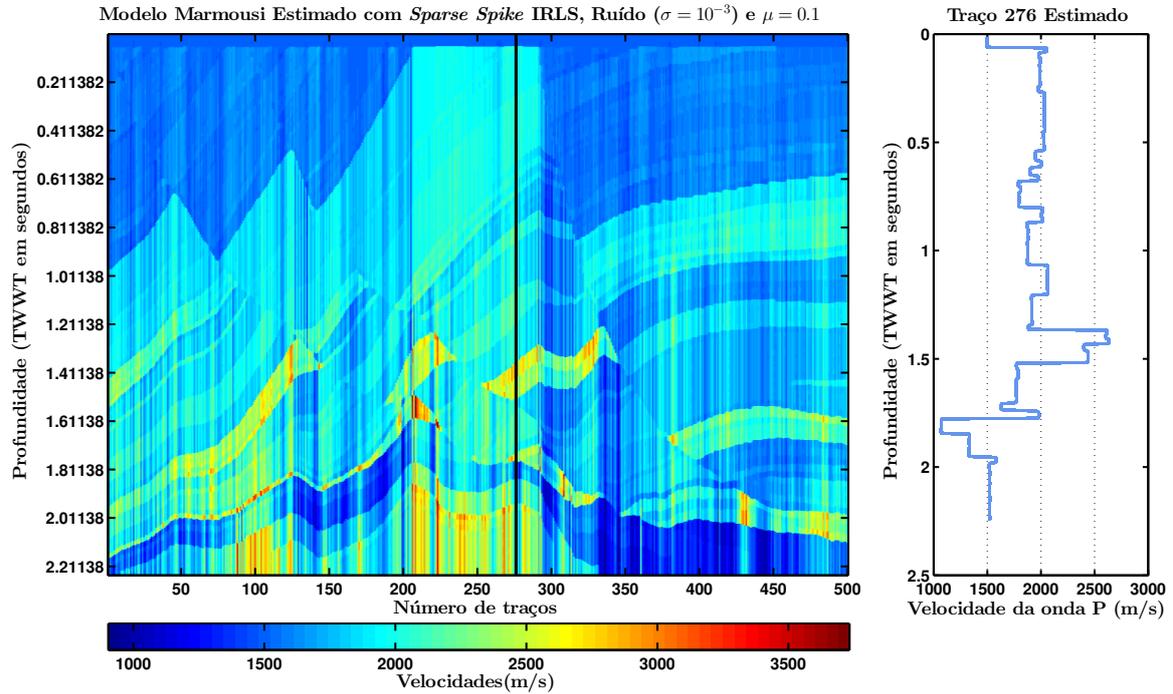
Fonte: O autor

Figura 54 – Inversão *Sparse Spike* IRLS do Marmousi com adição de ruído de desvio padrão $\sigma = 2.5^{-3}$ e parâmetro de pré-branqueamento $\mu = 0.07$.



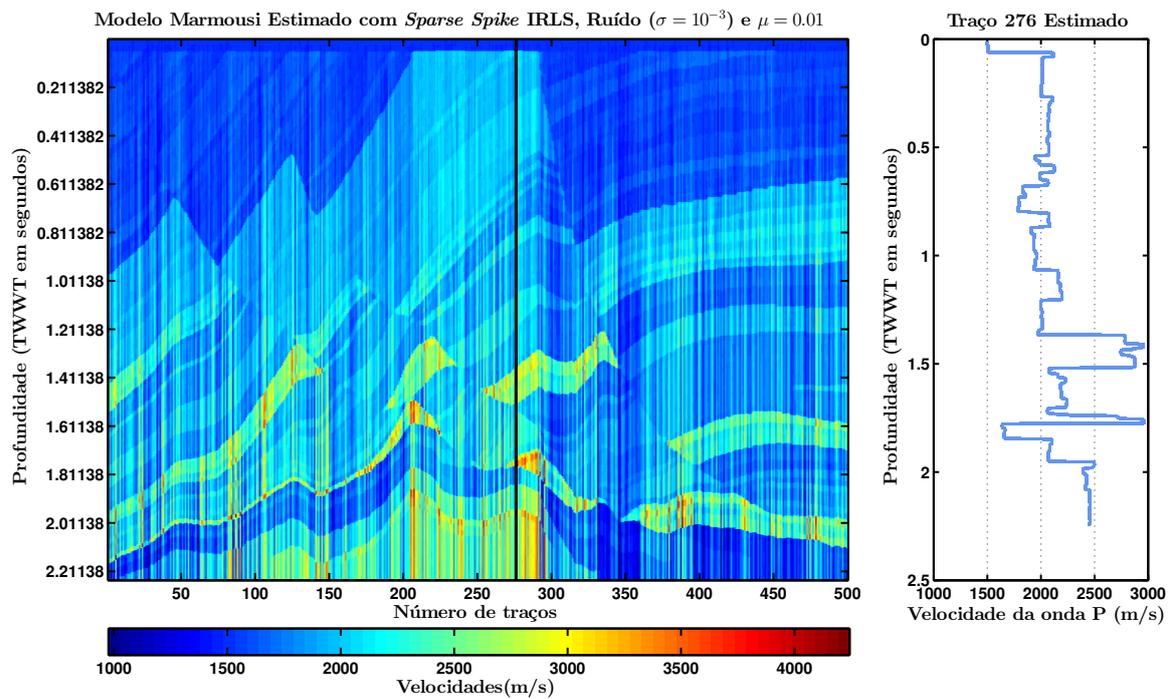
Fonte: O autor

Figura 55 – Inversão *Sparse Spike* IRLS do Marmousi com adição de ruído de desvio padrão $\sigma = 10^{-3}$ e parâmetro de pré-branqueamento $\mu = 0.1$.



Fonte: O autor

Figura 56 – Inversão *Sparse Spike* IRLS do Marmousi com adição de ruído de desvio padrão $\sigma = 10^{-3}$, parâmetro de pré-branqueamento $\mu = 0.01$ e 1000 iterações por traço.



Fonte: O autor

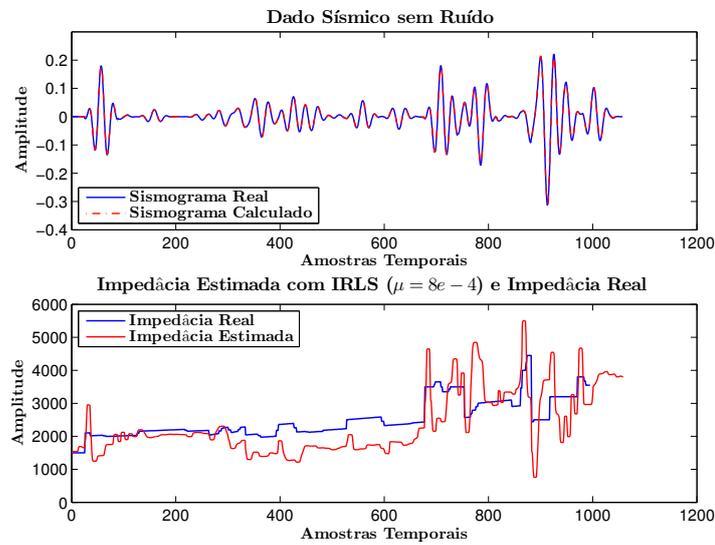
Para métodos iterativos, como o discutido nesta subseção, é interessante analisar a influência do número de iterações no resultado final, ou seja, como é a velocidade de convergência do método. Os testes apresentados nas figuras 53 e 56 foram realizados utilizando os mesmos parâmetros de entrada para o algoritmo, a diferença entre eles reside exclusivamente no número de iterações realizadas por traço. O primeiro teste realizou 100 iterações enquanto o segundo 1000. A diferença entre os resultados é praticamente indistinguível, de fato é observado pelo perfil de impedância do traço 276 uma redução dos valores de impedância. Isto é resultado direto de uma perda das baixas frequências na refletividade estimada. É esperado que os resultados melhorem com o número de iterações, no entanto, a presença do erro impede a unicidade da solução, o que reflete em uma estimativa para a refletividade com menor conteúdo de baixa frequência que desejado. A forma de contornar este problema seria através da introdução de baixa frequência, tema já discutido anteriormente. Conclui-se então, que a estimativa de uma refletividade esparsa, como realizada pelo método acima, não é condição suficiente para resolver o problema da inversão.

Voltando a atenção agora para a relação entre a estimativa da ondaleta e a inversão, os resultados serão mostrados somente para o traço 276 do Marmousi devido ao tempo computacional envolvido na inversão do sismograma completo. As figuras abaixo resumem os resultados obtidos para três métodos escolhidos: Inversão dupla Wiener-Levinson, Suavização do Espectro e Método da Transformada Hilbert.

Observando os resultados apresentados nas figuras 57, 58, 59, 60, 61 e 62, nota-se que estes não foram ideais. É possível observar que, para esta situação, o método de Suavização espectral obteve melhor performance para os dois casos, com ruído e sem ruído. Como discutido na subseção anterior, um dos possíveis problemas associados aos resultados mostrados é a ausência da baixa frequência, impedindo que o erro seja suficientemente reduzido de forma a permitir uma representação, dentro de uma margem aceitável, da impedância acústica.

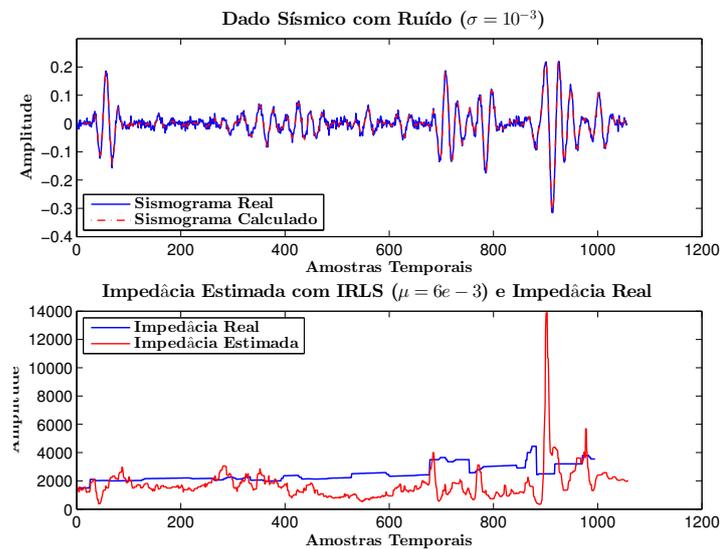
Em conclusão, este método apesar de apresentar uma performance melhor que o Clássico descrito na seção anterior, ainda não consegue realizar estimativas razoáveis para impedância em situações reais em que a ondaleta deve ser estimada e o ruído aleatório está presente.

Figura 57 – Inversão *Sparse Spike* IRLS do Marmousi sem adição de ruído, parâmetro de pré-branqueamento $\mu = 0.0008$ e estimativa da ondaleta utilizando método da Transformada de Hilbert.



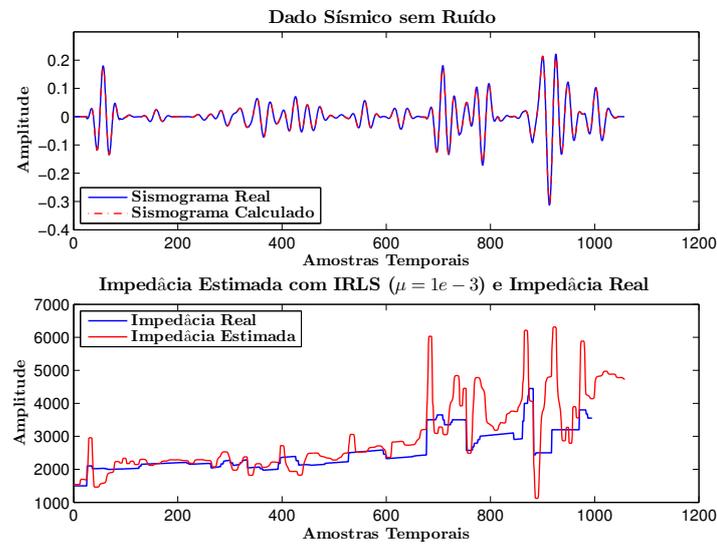
Fonte: O autor

Figura 58 – Inversão *Sparse Spike* IRLS do Marmousi com adição de ruído de desvio padrão $\sigma = 10^{-3}$, parâmetro de pré-branqueamento $\mu = 0.006$ e estimativa da ondaleta utilizando método da Transformada de Hilbert.



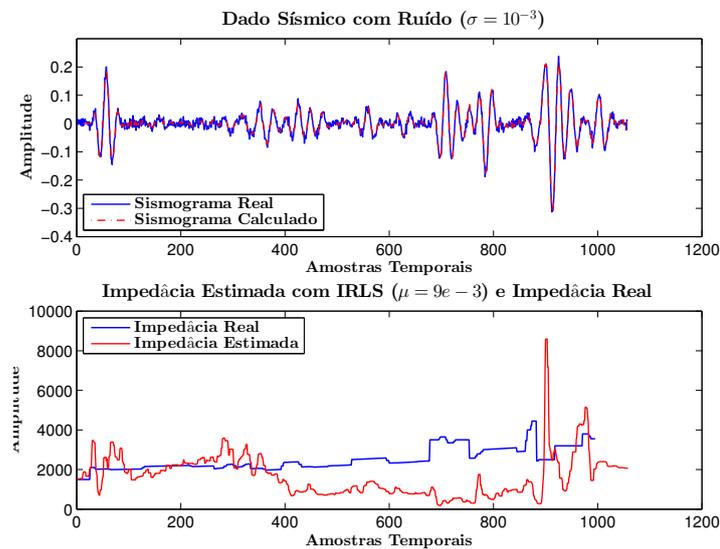
Fonte: O autor

Figura 59 – Inversão *Sparse Spike* IRLS do Marmousi sem adição de ruído, parâmetro de pré-branqueamento $\mu = 0.001$ e estimativa da ondaleta utilizando método da Inversão dupla Wiener-Levinson.



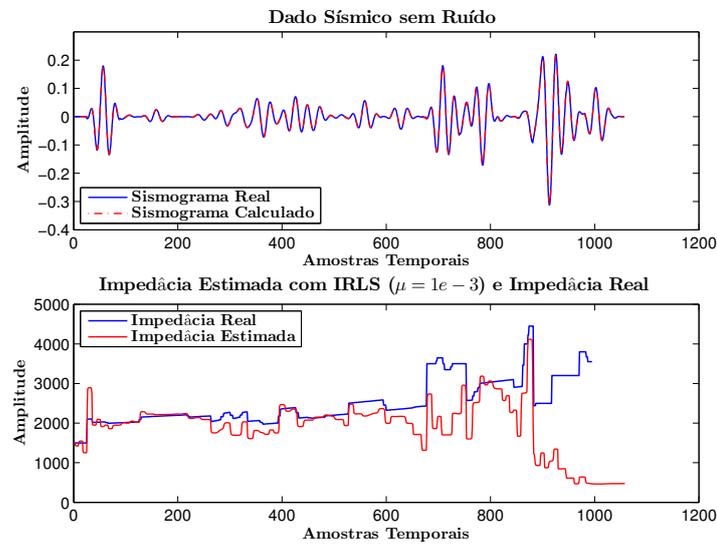
Fonte: O autor

Figura 60 – Inversão *Sparse Spike* IRLS do Marmousi com adição de ruído de desvio padrão $\sigma = 10^{-3}$, parâmetro de pré-branqueamento $\mu = 0.009$ e estimativa da ondaleta utilizando método da Inversão dupla Wiener-Levinson.



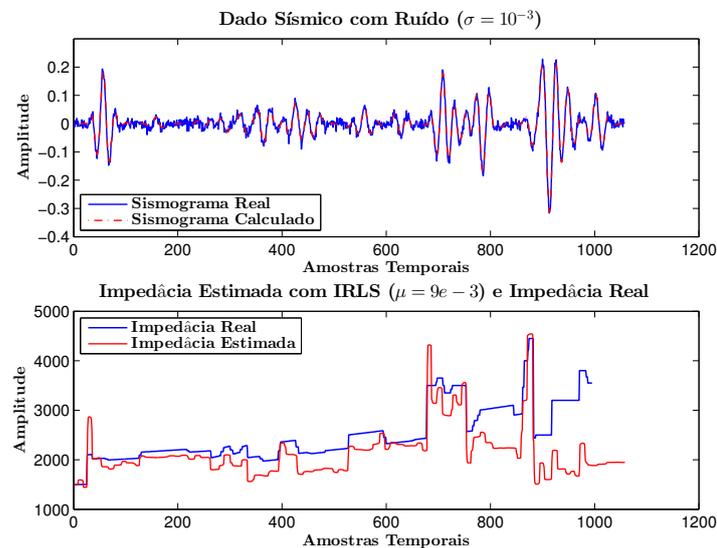
Fonte: O autor

Figura 61 – Inversão *Sparse Spike* IRLS do Marmousi sem adição de ruído, parâmetro de pré-branqueamento $\mu = 0.001$ e estimativa da ondaleta utilizando método de suavização espectral.



Fonte: O autor

Figura 62 – Inversão *Sparse Spike* IRLS do Marmousi com adição de ruído de desvio padrão $\sigma = 10^{-3}$, parâmetro de pré-branqueamento $\mu = 0.009$ e estimativa da ondaleta utilizando método de suavização espectral.



Fonte: O autor

8.3.3 Inversão Bayesiana

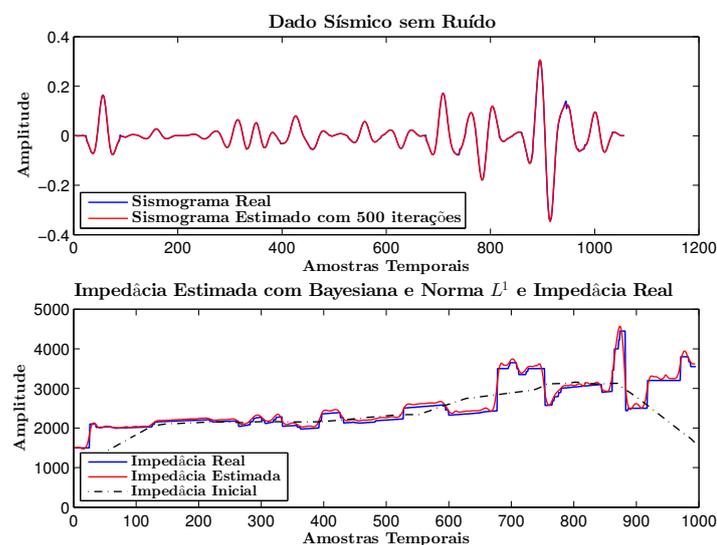
A teoria por trás do método aqui discutido foi apresentada anteriormente em 6.3.2.1 de modo que, aqui será realizada a análise de um ponto de vista prático do método lá

tratado. Para mais a respeito de aplicações práticas e informações sobre o método em geral, refere-se Ulrych e Sacchi (2005).

No capítulo 6.3.2.1 discutiram-se três normas utilizadas na regularização da inversão Bayesiana, a saber, Huber, Cauchy e L_1 . Desta forma, o primeiro passo da discussão aqui realizada envolve a análise dos resultados da inversão do traço 276 do Marmousi utilizando estas três normas. A idéia é entender quais as suas diferenças de performance para então continuar a análise com a que obtiver melhores resultados. Como discutido anteriormente, a otimização do problema é realizado utilizando o gradiente conjugado, de forma que, quanto maior o número de iterações, melhores os resultados. Ulrych e Sacchi (2005) colocam, no entanto, que bons resultados podem ser obtidos com poucas iterações, o que de fato foi analisado aqui. Mesmo na presença de ruído o método convergiu muito bem.

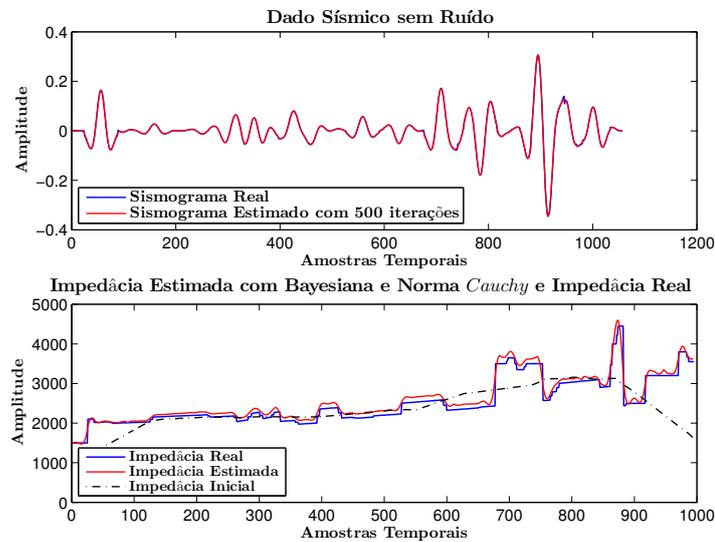
Os resultados para inversão do traço 276 do Marmousi sem adição de ruído e utilizando a ondaleta original, teste realizado a fim de comparar as normas, são mostrados nas figuras 63, 64 e 65 abaixo. É fácil notar a partir destas, que os resultados são muito similares, de forma que a escolha foi realizada aleatoriamente. Sendo assim, a norma Cauchy será utilizada, coma garantia de que os mesmos resultados seriam obtidos utilizando uma das outras normas.

Figura 63 – Inversão Bayesiana utilizando a norma L_1 do traço 276 do Marmousi sem adição de ruído e com ondaleta original.



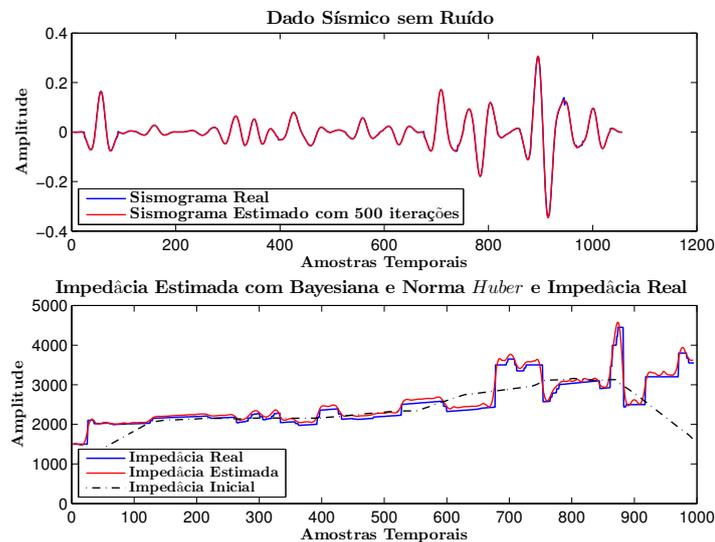
Fonte: O autor

Figura 64 – Inversão Bayesiana utilizando a norma *Cauchy* do traço 276 do Marmousi sem adição de ruído e com ondaleta original.



Fonte: O autor

Figura 65 – Inversão Bayesiana utilizando a norma *Huber* do traço 276 do Marmousi sem adição de ruído e com ondaleta original.



Fonte: O autor

Selecionada a norma a ser utilizada, os resultados da análise da presença de ruído e da influência da estimativa da ondaleta serão apresentados. Ressalta-se que a filtragem cepstral não será utilizada devido sua má performance em presença de ruído.

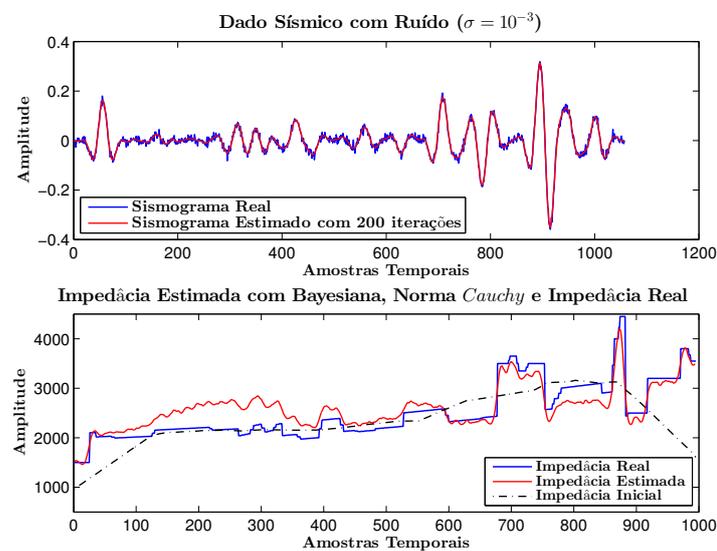
A análise da performance do método sem adição de ruído e com ondaletas estimadas é mostrada nas figuras 67, 68 e 69. Observa-se que as ondaletas estimadas pelos métodos

da Transformada de Hilbert e da Suavização do Espectro obtiveram melhores resultados. A má performance do método de Inversão dupla Wiener-Levinson é relacionada a sua incapacidade de estimar ondaletas com fase diferente de mínima, o que é o caso para o dado analisado nesta subseção onde a ondaleta utilizada é de fase zero.

A análise da inversão com a ondaleta real e adição de ruído mostra que o método apresenta os resultados mais robustos até agora quando ruído está presente no dado. Os resultados para este teste são mostrados na figura 66.

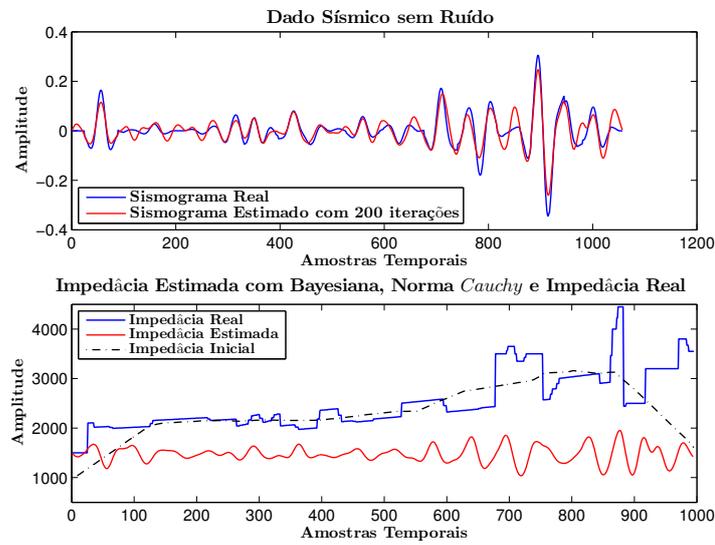
A fim de observar um situação mais próxima da realidade utilizou-se o método da Transformada de Hilbert para estimar a ondaleta associada quando o dado possui ruído e utiliza-la na inversão. Os resultados são mostrados na figura 70. Observou-se que, ainda assim, o método de inversão aqui discutido consegue resolver bem para a impedância, apesar da notável ausência de baixas frequências, fazendo com que os valores de impedância sejam menores que a realidade. A introdução de baixa frequência de outra forma (além do modelo inicial como está sendo aqui realizado) pode ser incorporada a fim de contornar este problema e restringir a solução, tornando-a única.

Figura 66 – Inversão Bayesiana utilizando a norma *Cauchy* do traço 276 do Marmousi com adição de ruído de desvio padrão $\sigma = 10^{-3}$ e com ondaleta original.



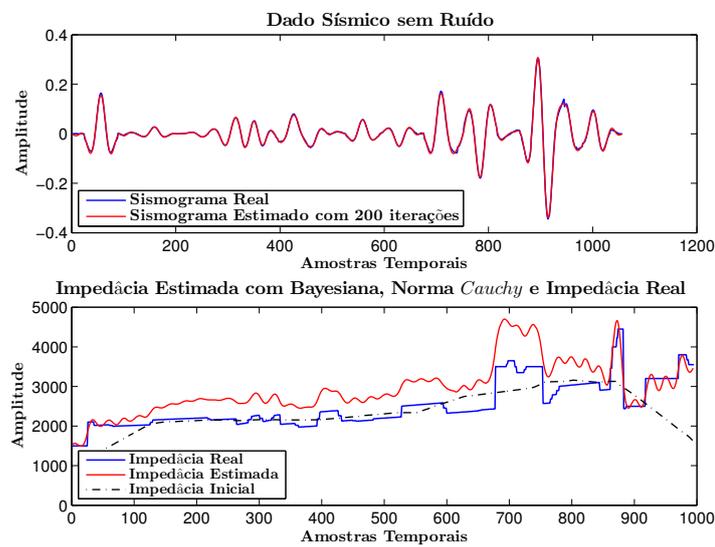
Fonte: O autor

Figura 67 – Inversão Bayesiana utilizando a norma *Cauchy* do traço 276 do Marmousi sem adição de ruído e com ondaleta estimada pelo Método de Inversão dupla Wiener-Levinson.



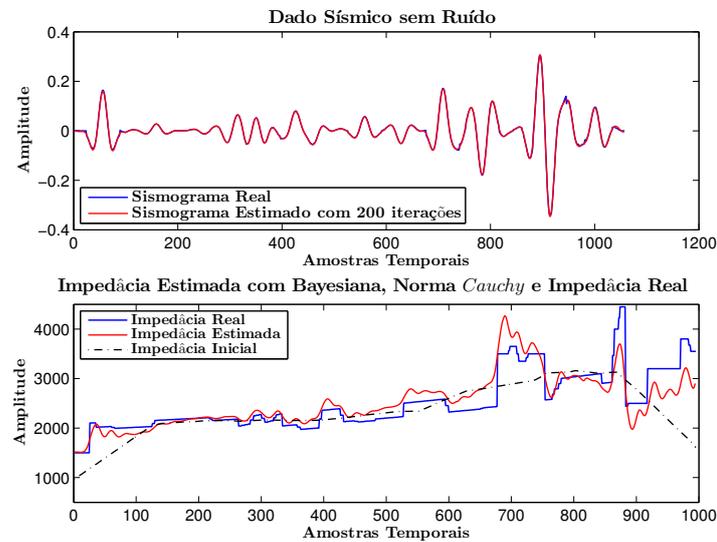
Fonte: O autor

Figura 68 – Inversão Bayesiana utilizando a norma *Cauchy* do traço 276 do Marmousi sem adição de ruído e com ondaleta estimada pelo método de Suavização do Espectro e APC.



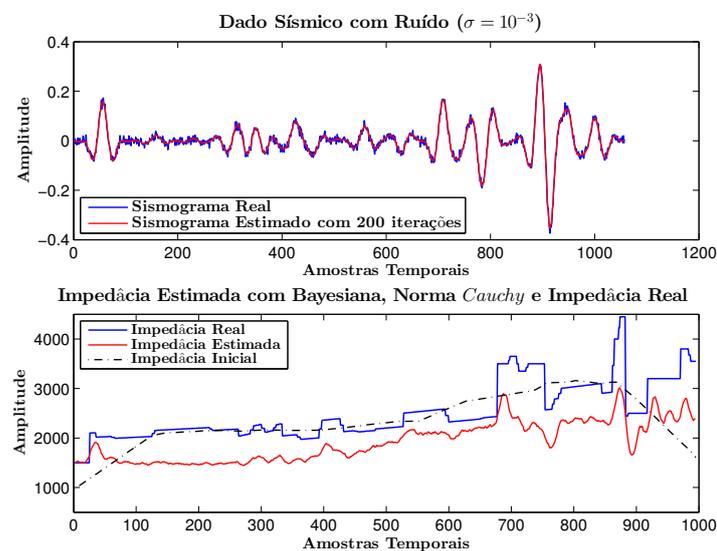
Fonte: O autor

Figura 69 – Inversão Bayesiana utilizando a norma *Cauchy* do traço 276 do Marmousi sem adição de ruído e com ondaleta estimada pelo método da Transformada de Hilbert.



Fonte: O autor

Figura 70 – Inversão Bayesiana utilizando a norma *Cauchy* do traço 276 do Marmousi com adição de ruído de desvio padrão $10e^{-3}$ e com ondaleta estimada pelo método da Transformada de Hilbert.



Fonte: O autor

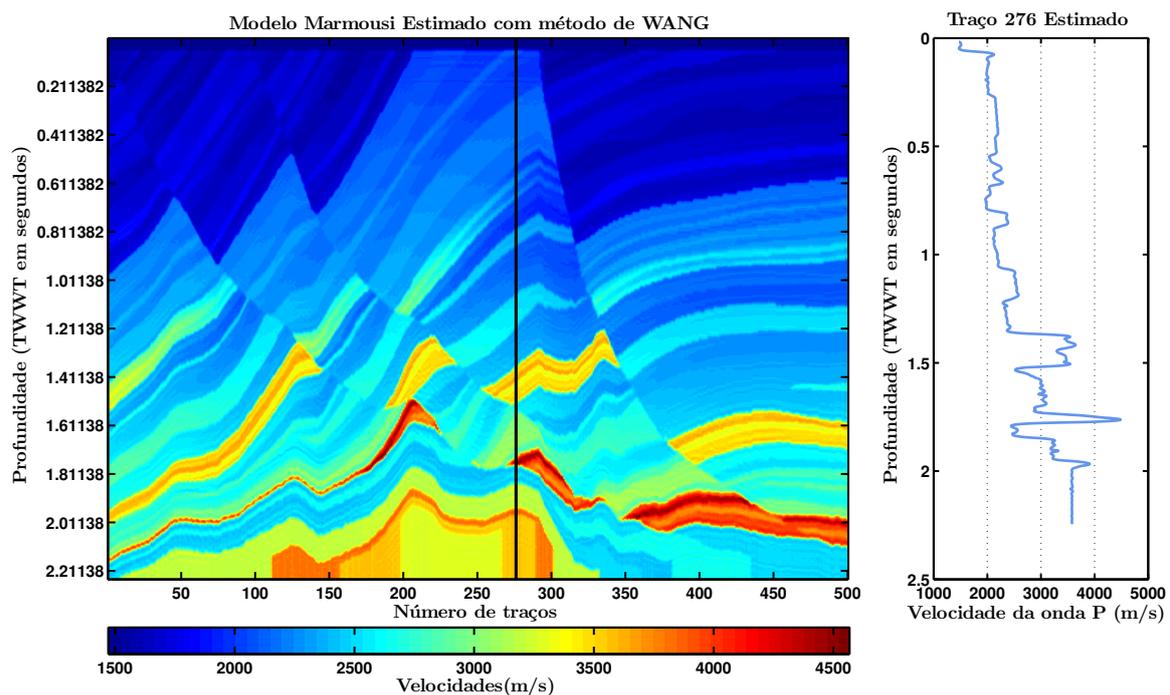
8.3.4 Método de Wang (2011)

Nesta subseção serão apresentados os resultados para a inversão utilizando o método proposto em Wang (2011). Diferente do método discutido na subseção anterior, este não consegue aproximar-se do mínimo do erro desejado em poucas iterações. Este

comportamento está diretamente associado a técnica de otimização utilizada. No trabalho original, o autor propõe o uso do gradiente descendente (*steepest descent*), do Quasi-Newton e de uma escolha de direção de otimização baseada no critério de Rayleigh. Observou-se no entanto, que o Quasi-Newton possui uma convergência mais rápida, apesar de a técnica proposta pelo autor produzir resultados significativamente superiores, caso os parâmetros (critérios de Rayleigh) utilizados no cálculo da direção tenham sido bem selecionados. Esta escolha, por sua vez, é feita de forma empírica, necessitando que o algoritmo seja executado até que os parâmetros capazes de encontrar uma melhor estimativa da impedância sejam encontrados.

Devido ao tempo computacional envolvido a análise será realizada no traço 276 do Marmousi somente. Apesar disto a figura 71 abaixo mostra que o método consegue reconstruir, com exceção de erros de aproximação oriundos da utilização de algoritmos de otimização para a busca da solução do problema, o sismograma por completo, contanto que um grande número de iterações seja utilizado.

Figura 71 – Inversão *Sparse Spike* com método de Wang (2011) sem adição de ruído e 1000 iterações por traço.



Fonte: O autor

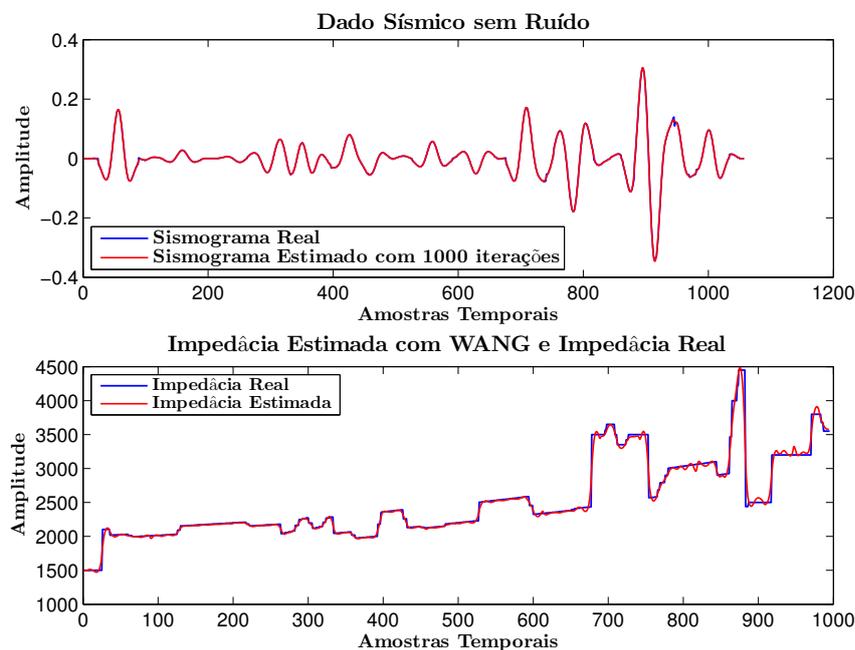
Da mesma forma que a Inversão Bayesiana este método permite a introdução de informação de baixa frequência na forma de um modelo inicial, no entanto os resultados aqui tratados não utilizam essa informação de baixa frequência e ainda assim o método converge em situações em que o ruído está presente. Por outro lado, o número de iterações necessários para uma boa estimativa são sempre altos, em geral acima de 500 iterações

devem ser realizadas. De toda forma, uma vez que utiliza-se o método Quasi-Newton na otimização, o tempo computacional não é tão alto quanto a Bayesiana (a qual utiliza o gradiente conjugado) com o mesmo número de iterações. Ressalta-se que, na presença de ruído, muitas iterações não são recomendadas devido a não unicidade do problema, assim, um número próximo de 500 parece razoável. Os resultados da análise a respeito deste método são mostrados nas figuras 72, 73, 74, 75, 76 e 77.

As análises das figuras 73 e 74 mostra que bons resultados podem ser obtidos mesmo com ruído presente. Além disso, devido a não unicidade imposta pela presença de ruído o número de iterações influenciará na estimativa da impedância.

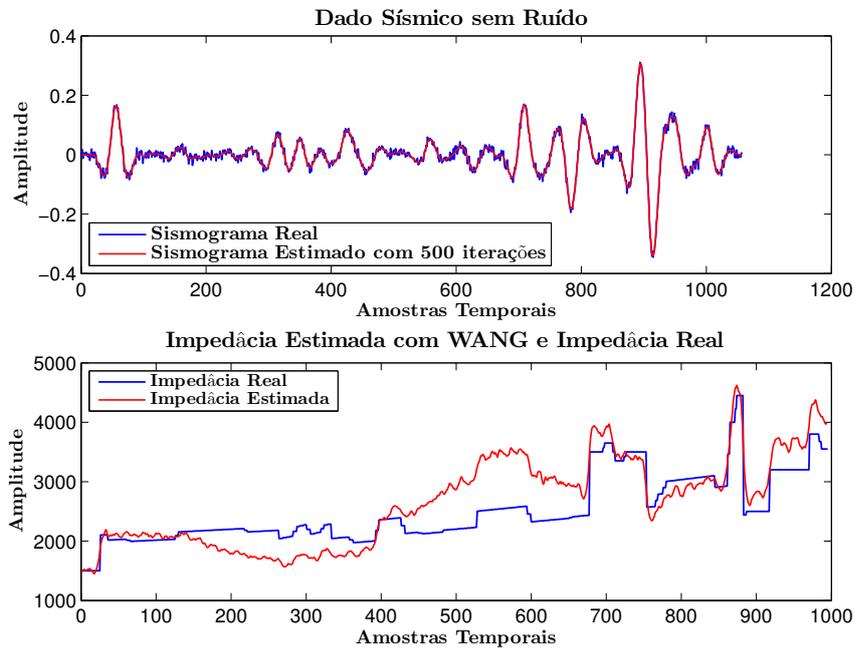
A análise do método com ondaletas estimadas (figuras 75, 76 e 77) mostra que os resultados não serão satisfatórios, devido principalmente a ausência de informação de baixa frequência. Certamente a introdução de baixa frequência, como realizado na inversão Bayesiana levaria a uma estimativa mais realista. Uma vez que os resultados com ondaletas não foram bem sucedidos na estimativa da impedância, não foram buscados resultados em que o ruído está presente e a ondaleta é estimada.

Figura 72 – Inversão *Sparse Spike* com método de Wang (2011) sem adição de ruído e 1000 iterações.



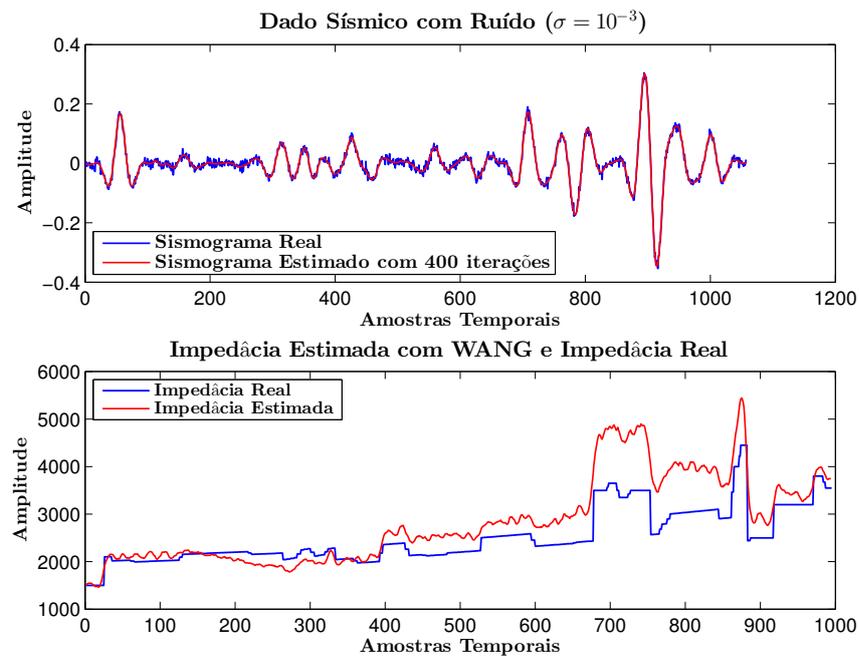
Fonte: O autor

Figura 73 – Inversão *Sparse Spike* com método de Wang (2011) com adição de ruído de desvio padrão $\sigma = 10e^{-3}$ e 500 iterações.



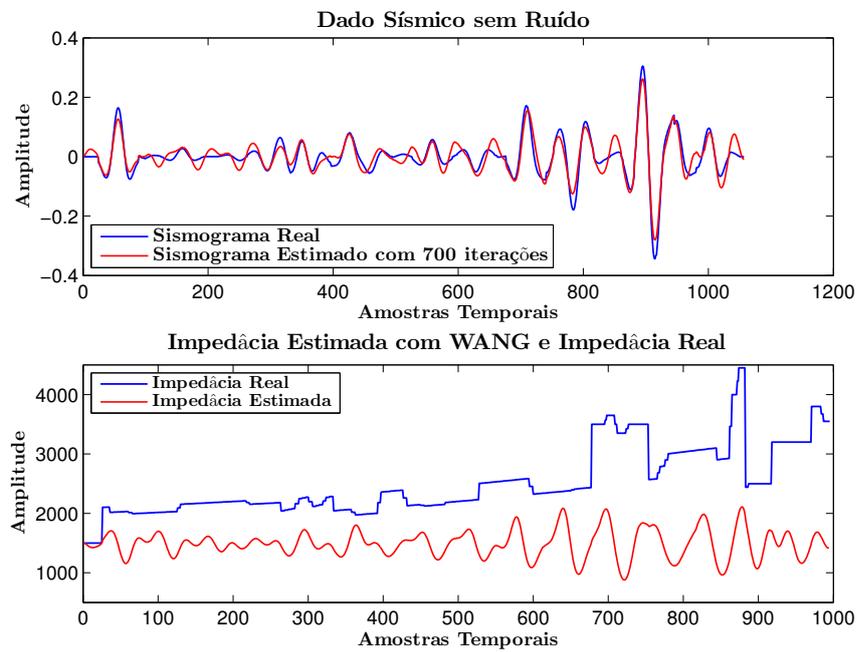
Fonte: O autor

Figura 74 – Inversão *Sparse Spike* com método de Wang (2011) com adição de ruído de desvio padrão $\sigma = 10e^{-3}$ e 400 iterações.



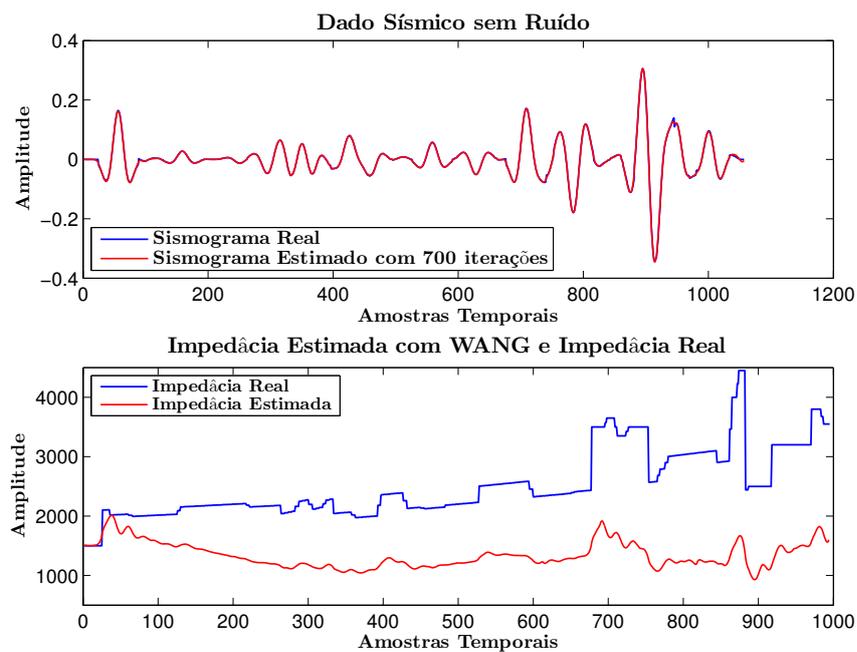
Fonte: O autor

Figura 75 – Inversão *Sparse Spike* com método de Wang (2011) sem adição de ruído e ondaleta estimada com método de Inversão dupla Wiener-Levinson.



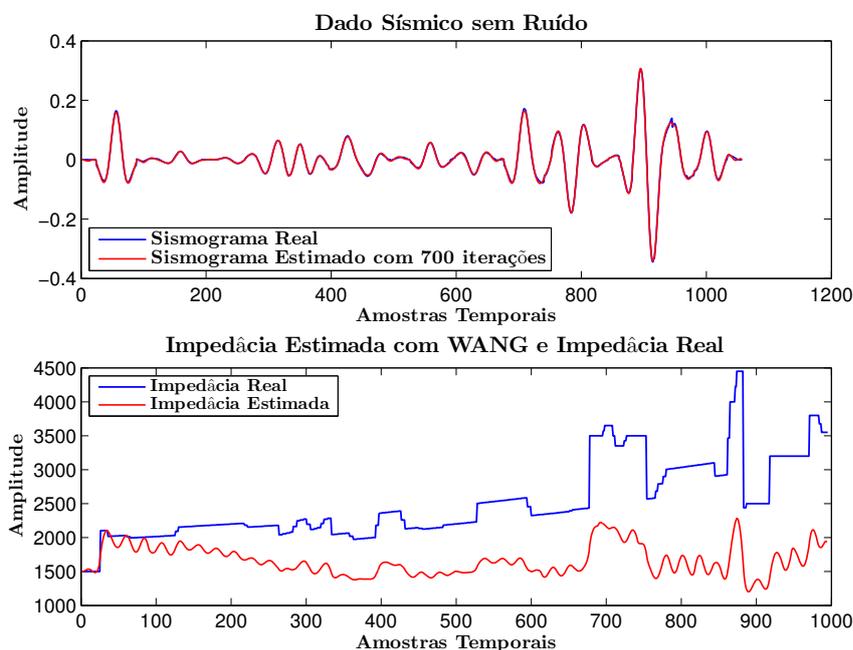
Fonte: O autor

Figura 76 – Inversão *Sparse Spike* com método de Wang (2011) sem adição de ruído e ondaleta estimada com método da Transformada de Hilber.



Fonte: O autor

Figura 77 – Inversão *Sparse Spike* com método de Wang (2011) sem adição de ruído e ondaleta estimada com método de SUavização espectral e APC.



Fonte: O autor

8.3.5 GLI - Inversão Linear Generalizada para dados sísmicos

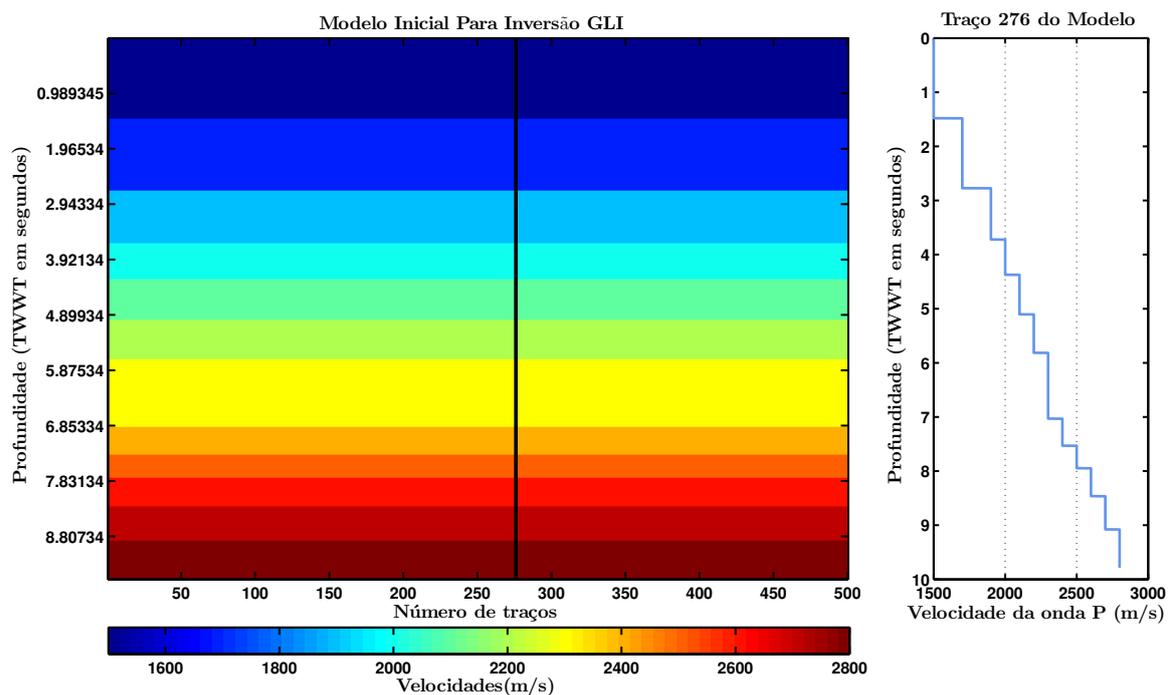
Talvez o método mais robusto apresentado neste trabalho seja o tratado nesta subseção. De fato em Krueger (2014), os resultados utilizando um *software* comercial para inversão *Model Based* obtiveram resultados muito superiores aos *Sparse Spike* e, conseqüentemente, *Narrow Band*. Como falado na introdução do capítulo, um modelo geológico mais simples foi necessário para análise deste método, o que de forma alguma refere-se a uma incapacidade deste em resolver problemas complexos. A performance do método aqui tratado é inteiramente relacionada ao número de variáveis existentes na implementação, desta forma optou-se, devido principalmente ao tempo disponível, à implementação do método em uma dimensão. Quando implementando este, deve-se levar em consideração um modelo inicial, o qual será perturbado traço a traço, até que um mínimo de erro entre os sismogramas sintético e observado seja alcançado ou que o número de iterações máximas permitido seja alcançado. A maior complexidade existe na parametrização do modelo de impedância utilizado, assim como do modelo inicial para a ondaleta, de modo que a dificuldade apresentada neste passo da implementação impediu que modelos mais complexos fossem utilizados.

A grande vantagem na utilização do método aqui tratado é a sua dependência inteiramente do modelo inicial utilizado, de forma que este consegue resolver bem tanto na presença de erros quanto com uma estimativa ruim da ondaleta. O método simultaneamente

resolve para diversos parâmetros, dentre eles a impedância, ondaleta e localização em profundidade das interfaces. No trabalho original, Cooke e Schneider (1983), os autores propõem que mais dois parâmetros, relacionados a fatores de escala do dado sísmico, sejam levados em consideração, estes são: Fator de escala relacionado a divergência esférica, já discutido e Fator de escala relacionado a erro dos aparelhos na aquisição e de arredondamento no processamento sísmico. Outra vantagem que pode ser citada é a velocidade de convergência do método, de modo que este consegue resolver o problema com poucas iterações (neste trabalho entre 40 e 60).

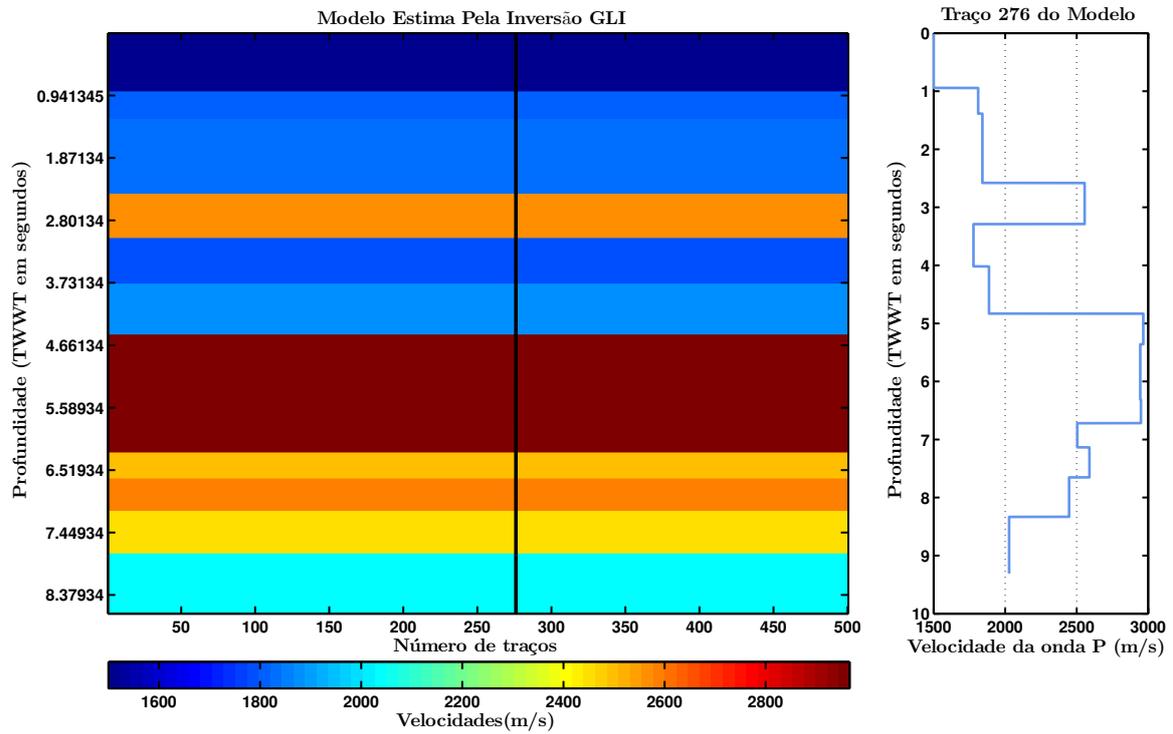
Para os testes utilizados na avaliação deste método o modelo inicial utilizado é apresentado na figura 78. A figura 79 mostra o resultado da inversão com um ruído de desvio padrão $\sigma = 5e^{-3}$. A ondaleta inicial, estimada e real para este teste são mostradas na figura 80. É possível observar quão bem o método converge para a solução da ondaleta e da impedância. As figuras 81 e 82 mostram a inversão quando sujeita a um ruído $\sigma = 10e^{-3}$, apresentando resultados aceitáveis para a impedância do modelo.

Figura 78 – Modelo Inicial utilizado para Inversão GLI.



Fonte: O autor

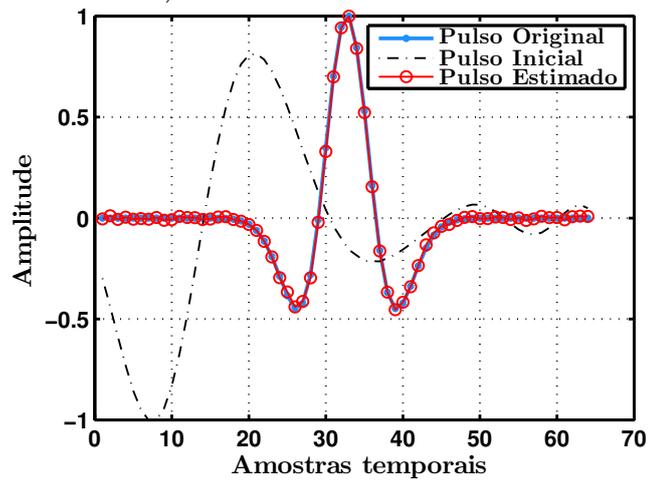
Figura 79 – Modelo Estimado utilizando a Inversão GLI com ruído aditivo ($\sigma = 5e^{-3}$).



Fonte: O autor

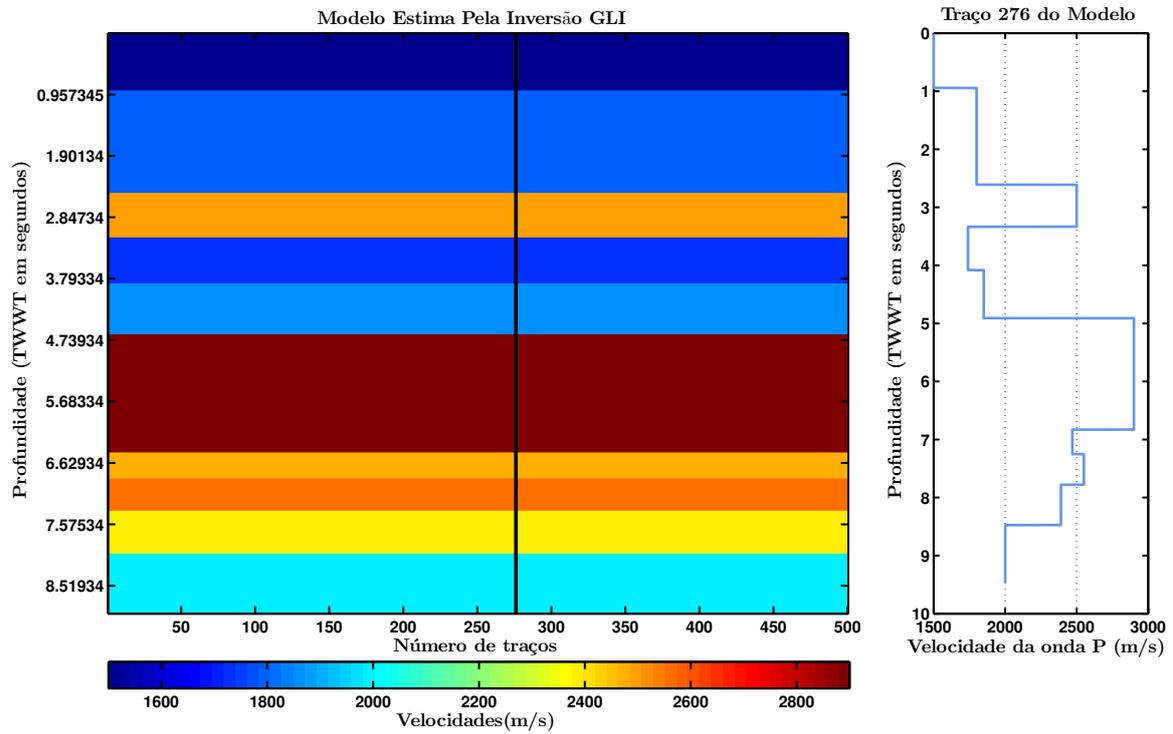
Figura 80 – Ondas reais, inicial e estimada utilizando a Inversão GLI com ruído aditivo ($\sigma = 5e^{-3}$).

Ondas Reais, Inicial e estimada através da Inversão GL



Fonte: O autor

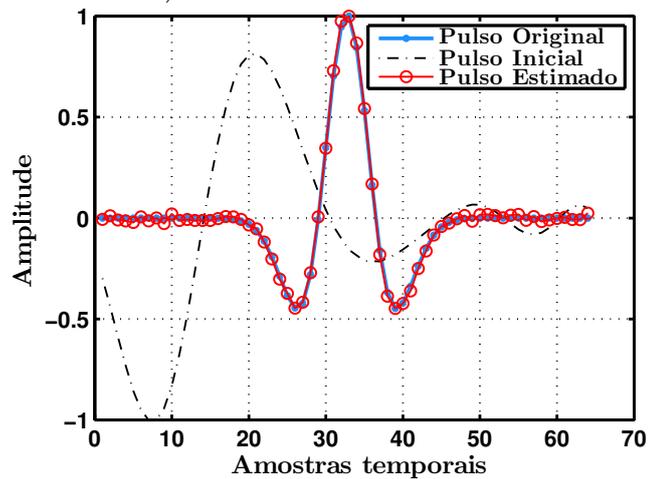
Figura 81 – Modelo Estimado utilizando a Inversão GLI com ruído aditivo ($\sigma = 10e^{-3}$).



Fonte: O autor

Figura 82 – Ondaletas real, inicial e estimada utilizando a Inversão GLI com ruído aditivo ($\sigma = 10e^{-3}$).

Ondaletas Real, Inicial e estimada através da Inversão GL



Fonte: O autor

8.4 Conclusão

Este capítulo dedicou-se a análise dos algoritmos de estimativa da ondaleta, deconvolução e inversão do traço, realizada, para os métodos, nesta ordem.

A análise dos métodos de estimativa da ondaleta permitiu observar que, em geral, o método da Transformada Hilbert e da Suavização do Espectro seguida de correção APC possuem melhor performance. Em geral os métodos analisados, com exceção da filtragem cepstral, obtêm melhores resultados para ondaletas de fase mínima, sendo reflexo direto da aproximação da autocorrelação da ondaleta pela do sismograma, suposição realizada pelos métodos citados. A filtragem cepstral por sua vez obtêm resultados melhores para ondaletas de fase mista, no entanto é extremamente insensível a intensidades de ruído altas. Uma ferramenta muito útil durante a análise da estimativa das ondaletas foi a correção APC, sua aplicação permite ajustar a fase da ondaleta de acordo com o sismograma, encontrando assim, a ondaleta que melhor representa o sismograma.

Em geral o método de suavização do espectro apresenta-se como uma alternativa simples ao mesmo tempo que efetiva e estável na presença de ruído. De toda forma, sua utilização envolve a determinação de um filtro de suavização mais apropriado para o espectro o que, caso não seja bem selecionado exigirá que a estimativa seja realizada mais de uma vez. De toda forma, o custo computacional é baixo, representando assim um método facilmente aplicável em prática.

Os métodos da Transformada de Hilbert e da Inversão Dupla Wiener-Levinson (IDWL) apresentam resultados, sob certas condições, similares. A performance do IDWL se mostrou muito inferior na presença de ruído. Estes podem, da mesma forma que o de Suavização, ser aplicado em prática, representando uma alternativa barata e sem a necessidade de seleção de parâmetros, exceto pelo tamanho do filtro calculado, o qual pode ser tomado como o tamanho do dado (medida que se mostrou efetiva) e após, truncado pelo usuário.

Quanto ao método de Filtragem Cepstral, a teoria por trás do método já possui uma complexidade maior que os outros, a determinação do parâmetro de corte cepstral para estimativa, da mesma forma que sua teoria, é complexa, diga-se até, impraticável em dados reais. A presença de ruído reduz totalmente a convergência do método, não conseguindo obter uma boa estimativa mesmo após a correção APC.

Tendo em mente os melhores métodos de estimativa da ondaleta, os métodos de deconvolução foram analisados. Estes são: MED e FMED, IRLS e *Spiking*. A análise levou em consideração a performance destes em presença de ruído e, no caso do IRLS e *Spiking* a variação dos parâmetros de pré-branqueamento.

Observou-se que a pior performance é apresentada pela deconvolução *Spiking*, mesmo esta sendo uma técnica comumente empregada no processamento sísmico. O maior problema relacionado a esta resulta quando o ruído está presente, impedindo uma estimativa sequer razoável da refletividade.

Quanto a performance do MED e FMED, ambos obtiveram resultados significati-

vos quando considerados propósitos de interpretação, comprimindo a ondaleta sísmica, suprimindo ruído e permitindo uma boa distinção das interfaces. No entanto, como foi discutido, para propósitos de inversão estas não são indicadas.

A melhor performance na deconvolução veio do IRLS, o qual conseguiu encontrar uma série esparsa, suprimindo grande parte do ruído. A determinação do parâmetro de pré-branqueamento nesta situação mostrou bastante influência no resultado, de forma que um valor muito pequeno favorece a presença de ruído e um muito grande poderá suprimir reflexões associadas a interfaces. De toda forma o método se mostrou superior, apesar do maior custo computacional.

A última análise diz respeito aos métodos de Inversão do traço. Cinco métodos foram analisados, *Narrow Band* com Filtros de Wiener, *Sparse Spike* com Bayesiana, IRLS e WANG e *Model Based* com GLI.

Em geral observou-se que a melhor performance é obtida pelo GLI, apesar do modelo ser de camadas horizontais, a capacidade de estimar simultaneamente diversos parâmetros além da impedância coloca este método em outro nível. Outra vantagem advém da parametrização adotada no método, a qual é responsável pela introdução tanto de altas quanto baixas frequências, de modo que a impedância com modelo de "blocos" é facilmente calculada por este.

Da observação das inversões, é possível notar que o papel da introdução das baixas frequências é fundamental na estimativa da impedância, de modo que algoritmos que permitem a introdução desta informação obtém melhores resultados. De fato mostrou-se que além da determinação de uma refletividade esparsa mesmo em condições de presença de ruído, por si só não permite uma boa estimativa da impedância. Desta forma, métodos como a inversão Bayesiana ou o apresentado em Wang (2011) são indicados. Na presença de ruído a introdução destas baixas frequências favorecerá a unicidade da solução, garantindo a convergência dos resultados.

9 Conclusões e Trabalhos Futuros

Neste capítulo, as principais ideias apresentadas durante a análise dos resultados são organizadas na forma de conclusão do trabalho e sugestão para trabalhos futuros.

9.1 Conclusões sobre o trabalho

Toda a discussão realizada ao longo do trabalho permitiu, além da compreensão teórica e prática dos diversos métodos analisados, formar conclusões a respeito destes e de suas aplicações em geral. Estas são apresentadas nos parágrafos abaixo.

A discussão principal do trabalho residiu na análise da sensibilidade dos algoritmos de inversão a ondaletas estimadas utilizando quatro métodos: Método da Transformada de Hilbert, Método de Inversão dupla Wiener-Levinson, Filtragem Cepstral e Método de Suavização do espectro. Observou-se através da análise destes que as melhores estimativas da ondaleta podem ser obtidas quando utilizado o método da Transformada Hilbert ou a Suavização Espectral com APC.

Conclusões importantes, a respeito dos métodos de deconvolução analisados, puderam ser obtidas. Destacam-se: (1) O fato da MED e FMED obterem resultados muito bons na deconvolução, permitindo uma maior distinção das interfaces geológicas através da compressão da ondaleta sísmica além da supressão de ruído aleatório; de toda forma, sua utilização não é indicada para inversão recursiva de dados sísmicos. (2) A deconvolução *Spiking* apesar de sua utilização no processamento de dados sísmicos, não é indicada em situações em que há grande porcentagem de ruído no dado. (3) A deconvolução IRLS, quando corretamente determinados os parâmetros de pré-branqueamento, produz resultados muito bons, tanto para propósito de interpretação quanto inversão.

Através da análise da influência das ondaletas estimadas nos algoritmos de inversão é possível observar que, sob condições de ruído, totalmente ou em sua grande parte, atenuado, uma estimativa da ondaleta permite a obtenção de um resultado razoável, mas de toda forma aceitável, para a impedância. Tem-se que, quanto mais próxima da ondaleta original, melhor serão os resultados. Ondaletas que não possuem semelhança significativa com as reais não conseguem fornecer resultados satisfatórios para a impedância, de forma que o mais indicado no caso real é, após a estimativa, aplicar uma correção como a APC a fim de garantir um resultado mais fiel para a ondaleta e, conseqüentemente, para a impedância.

O problema de baixa frequência, comum à inversão, deve ser resolvido a fim de obter estimativas aceitáveis a respeito da impedância de subsuperfície. Diversas formas

de restrição, através de informação *a priori* sobre a geologia, podem ser utilizadas como alternativa para solução deste problema. Cita-se, em especial, o caso da GLI, em que fornecer um modelo de impedância aproximado produz um resultado muito bom, recuperando tanto baixas quanto altas frequências.

Como observação final coloca-se que a escolha do método utilizado deve levar em conta o problema em mãos, o tempo necessário e o quanto de informação *a priori* está disponível. No entanto, inversões do tipo *Constrained Sparse Spike* como a Bayesiana e a WANG e do tipo *Model Based* como a GLI certamente são as mais indicadas com propósitos práticos.

9.2 Sugestões para trabalhos futuros

Inicia-se as sugestões discutindo que os métodos aqui analisados para estimativa da ondaleta são bastante úteis em prática, no entanto métodos mais complexos, ao mesmo tempo que mais eficientes podem ser encontrados na literatura. A utilização destes favoreceria em muito os resultados aqui obtidos.

A implementação mais robusta da inversão GLI é uma das sugestões aqui apresentadas, de modo que permitindo que modelos mais complexos fossem utilizados uma comparação real com os métodos *Sparse Spike* poderia ser realizada, o que confirmaria a observação aqui realizada a respeito da superioridade do GLI ou, por outro lado mostraria que em verdade estes são bastante similares quanto aos resultados. De toda forma é sugerida a análise mais a fundo das possibilidades deste método.

Quanto aos métodos *Sparse Spike*, Bayesiana e WANG sugere-se o teste com informação de poço como regularizador da inversão a fim de analisar o comportamento destes e aproximar mais ainda os testes do problema real. Ressalta-se que as inversões do tipo *Constrained Sparse Spike* encontradas em *Softwares* comerciais apresentam as mesmas possibilidades que as apresentadas aqui, desta forma uma comparação seria uma boa forma de validar os resultados.

Métodos de estimativa da ondaleta utilizando estatística de alta ordem estão cada vez mais aperfeiçoadas, por isto a análise da sensibilidade dos algoritmos de inversão com ondaletas estimadas por estes métodos seria um passo rumo a melhores estimativas de impedância.

Referências

ALMEIDA, V. T. X. D. *Tomografia sísmica de superfície: modelagem direta calculando as trajetórias de ondas refratadas*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal Fluminense, Niterói, 2013. Citado 2 vezes nas páginas 76 e 77.

AMUNDSEN, L. Linear inversion for source signatures from ministreamer data. *The Leading Edge*, v. 19, n. 1, p. 40–43, 2000. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1190/1.1438450>>. Citado na página 25.

ANDERSON, B.; MOORE, J. *Optimal Filtering*. Prentice Hall, 1979. (Prentice Hall Information and System Sciences Series). ISBN 9780486136899. Disponível em: <<http://books.google.com.br/books?id=iYMqLQp49UMC>>. Citado na página 38.

BAAN, M. van der. Time-varying wavelet estimation and deconvolution by kurtosis maximization. *Geophysics*, Society of Exploration Geophysicists, v. 73, n. 2, p. V11–V18, 2008. Disponível em: <<http://www.ualberta.ca/~vanderba/papers/VanB08.pdf>>. Citado 2 vezes nas páginas 58 e 60.

BAAN, M. van der. Bandwidth enhancement: Inverse q filtering or time-varying wiener deconvolution? *Geophysics*, Society of Exploration Geophysicists, v. 77, n. 4, p. V133–V142, 2012. Disponível em: <<http://www.ualberta.ca/~vanderba/papers/VanB12.pdf>>. Citado 3 vezes nas páginas 58, 59 e 60.

BARRODALE, I.; ZALA, C.; CHAPMAN, N. Comparison of the l1 and l2 norms applied to one-at-a-time spike extraction from seismic traces. *Geophysics*, v. 49, n. 11, p. 2048–2052, 1984. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1190/1.1441616>>. Citado na página 56.

BROWN, J.; CHURCHILL, R. *Complex variables and applications*. McGraw-Hill Higher Education, 2009. (Brown and Churchill series). ISBN 9780073051949. Disponível em: <<http://books.google.com.br/books?id=ytJFAQAIAAJ>>. Citado na página 158.

CHI, C.; GOUTSIAS, J.; MENDEL, J. A fast maximum-likelihood estimation and detection algorithm for bernoulli-gaussian processes. In: *Acoustics, Speech, and Signal Processing, IEEE International Conference on ICASSP '85*. [S.l.: s.n.], 1985. v. 10, p. 1297–1300. Citado 2 vezes nas páginas 53 e 54.

CHI, C.; MENDEL, J. Viterbi algorithm detector for bernoulli-gaussian processes. *Acoustics, Speech and Signal Processing, IEEE Transactions on*, v. 33, n. 3, p. 511–519, Jun 1985. ISSN 0096-3518. Disponível em: <http://www.ee.nthu.edu.tw/cychi/publications/Journal_papers/Viterbi%20algorithm%20detector%20for%20Bernoulli-Gaussian%20processes.pdf>. Citado na página 53.

CHI, C.; MENDEL, J.; HAMPSON, D. A computationally fast approach to maximum-likelihood deconvolution. *GEOPHYSICS*, v. 49, n. 5, p. 550–565, 1984. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1190/1.1441690>>. Citado na página 53.

CHOPRA, S.; MARFURT, K. J.; MISRA, S. Seismic attributes on frequency-enhanced seismic data. In: *SEG Expanded Abstracts*. [s.n.], 2010. v. 29, p. 1281–1286. Disponível

em: <http://geoconvention.org/archives/2011abstracts/004-Seismic_Attributes_on_Frequency-enhanced_Seismic_Data.pdf>. Citado 2 vezes nas páginas 58 e 59.

CLAERBOUT, J. F. *Fundamentals of geophysical data processing: with applications to petroleum prospecting*. Blackwell Scientific Publications, 1985. (International series in the earth and planetary sciences). ISBN 9780070111172. Disponível em: <<http://books.google.com.br/books?id=-kq4AAAAIAAJ>>. Citado 3 vezes nas páginas 38, 68 e 160.

COOKE, D.; CANT, J. Model-based seismic inversion: Comparing deterministic and probabilistic approaches. *Canadian Society of Exploration Geophysicists Recorder*, 2010. Disponível em: <<http://209.91.124.56/publications/recorder/2010/04apr/Apr2010-Model-based-Seismic-Inversion.pdf>>. Citado na página 86.

COOKE, D. A.; SCHNEIDER, W. A. Generalized linear inversion of reflection seismic data. *Geophysics*, Society of Exploration Geophysicists, v. 48, n. 6, p. 665–676, 1983. Disponível em: <<http://library.seg.org/doi/abs/10.1190/1.1441497>>. Citado 7 vezes nas páginas 79, 80, 86, 87, 88, 91 e 137.

DAVIDSON, I.; JONES, I. F.; WALTHAM, D. Seismic imaging of salt diapirs: Problems and pitfalls. In: *13º International Congress of the Brazilian Geophysical Society*. Rio de Janeiro: [s.n.], 2013. Disponível em: <http://sys2.sbgf.org.br/congresso/abstracts/trabalhos/sbgf_3917.pdf>. Citado na página 77.

DEBEYE, H.; RIEL, v. P. Lp-norm deconvolution. *Geophysical Prospecting*, v. 38, n. 4, p. 381–403, 1990. Citado 3 vezes nas páginas 51, 55 e 56.

DEY, A. K. *An Analysis of Seismic Wavelet Estimation*. Dissertação (Mestrado) — University of Calgary, November 1999. Disponível em: <<https://www.google.com/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=1&cad=rja&uact=8&ved=0CCIQFjAA&url=https%3A%2F%2Fwww.crewes.org%2FResearchLinks%2FGraduateTheses%2F1999%2FDey-MSc-1999.pdf&ei=2K2rU7u4HtPEsAT1z4DgDw&usg=AFQjCNFMN0miYIXdtS4BnzF6Sdnd31IaNQ>>. Citado 3 vezes nas páginas 20, 21 e 49.

DUNCAN, G.; BERESFORD, G. Slowness adaptive f-k filtering of pre-stack seismic data. *GEOPHYSICS*, v. 59, n. 1, p. 140–147, 1994. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1190/1.1443525>>. Citado na página 26.

ESMAEILI, S.; MARGRAVE, G. F. Recovering low frequencies for impedance inversion by frequency domain deconvolution. In: *GeoConvention 2014 : FOCUS*. [s.n.], 2014. Disponível em: <https://www.google.com/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=1&cad=rja&uact=8&ved=0CCIQFjAA&url=http%3A%2F%2Fwww.geoconvention.com%2Fuploads%2Fabstracts%2F325_GC2014_Recovering_low_frequencies_for_impedance_inversion.pdf&ei=YJa6U-zxBbKisATdgoGwAg&usg=AFQjCNFopAwuaaF5HMvgjx79V0-hfHUZrA&bvm=bv.70138588,d.cWc>. Citado na página 81.

GELFAND, V.; LARNER, K. Seismic lithologic modeling. In: *CSEG Convention*. Las Vegas: [s.n.], 1983. Citado na página 86.

GELIUS, L. J. Inverse q-filtering. a spectral balancing technique. *Geophysical prospecting*, v. 35, n. 6, p. 656–667, 1987. Disponível em: <<http://www.earthdoc.org/publication/publicationdetails/?publication=35062>>. Citado 2 vezes nas páginas 59 e 60.

GOUPILLAUD, P. L. An approach to inverse filtering of near-surface layer effects from seismic records. *Geophysics*, v. 26, n. 6, p. 754–760, 1961. Disponível em: <<http://geophysics.geoscienceworld.org/content/26/6/754.abstract>>. Citado 3 vezes nas páginas 19, 20 e 21.

GOUTSIAS, J.; MENDEL, J. M. Maximum-likelihood deconvolution: An optimization theory perspective. *Geophysics*, Society of Exploration Geophysicists, v. 51, n. 6, p. 1206–1220, 1986. Disponível em: <<http://library.seg.org/doi/abs/10.1190/1.1442175>>. Citado 2 vezes nas páginas 53 e 54.

GÓRSZCZYK, A.; ADAMCZYK, A.; MALINOWSKI, M. Application of curvelet denoising to 2d and 3d seismic data - practical considerations. *Journal of Applied Geophysics*, v. 105, n. 0, p. 78 – 94, 2014. ISSN 0926-9851. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0926985114000780>>. Citado na página 26.

HADAMARD, J. Sur les problèmes aux dérivés partielles et leur signification physique. *Princeton University Bulletin*, v. 13, p. 49–52, 1902. Citado na página 77.

HAYKIN, S. *Adaptive filter theory*. 3rd. ed. Prentice Hall, 1996. (Prentice-Hall information and system sciences series). ISBN 9780130901262. Disponível em: <<http://books.google.ie/books?id=eMcZAQAIAAJ>>. Citado na página 38.

HENRY, S. G. Catch the (seismic) wavelet. *AAPG Explorer*, p. 36–38, April 1997. Disponível em: <https://www.google.com/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=1&cad=rja&uact=8&ved=0CBsQFjAA&url=http%3A%2F%2Fwww.searchanddiscovery.com%2Fdocuments%2Fgeophysical%2Fhenry%2Fimages%2Fhenry.pdf&ei=LrSrU_fUE6q3sASLpYGIBg&usg=AFQjCNEtFG41X8Q2yxQcAZvv-X3DMjWyYA>. Citado 3 vezes nas páginas 23, 47 e 92.

HUANG, Y. et al. Pre-salt depth imaging of the deepwater santos basin, brazil. In: *72nd EAGE Conference & Exhibition*. [s.n.], 2010. Disponível em: <http://www.cgg.com/technicaldocuments/cggv_0000009743.pdf>. Citado na página 77.

IKELLE, L.; ROBERTS, G.; WEGLEIN, A. Source signature estimation based on the removal of first-order multiples. *Geophysics*, v. 62, n. 6, p. 1904–1920, 1997. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1190/1.1444291>>. Citado na página 25.

IOUP, J. W.; IOUP, G. E. Noise removal and compression using a wavelet transform. In: *SEG Technical Program Expanded Abstracts*. [s.n.], 1998. p. 1076–1079. Disponível em: <<http://library.seg.org/doi/abs/10.1190/1.1820072>>. Citado na página 26.

KORMYLO, J. J.; MENDEL, J. Maximum likelihood detection and estimation of bernoulli - gaussian processes. *Information Theory, IEEE Transactions on*, v. 28, n. 3, p. 482–488, May 1982. ISSN 0018-9448. Citado 2 vezes nas páginas 53 e 54.

- KORMYLO, J. J.; MENDEL, J. M. Maximum-likelihood seismic deconvolution. *Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on*, IEEE, n. 1, p. 72–82, 1983. Citado na página 53.
- KOUROUNIOTIS, F. P. et al. Application of the wavelet transform in seismic data processing for the development of new noise reduction techniques. In: . [s.n.], 1996. v. 2825, p. 620–631. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1117/12.255273>>. Citado na página 26.
- KRUEGER, J. *Estudo e comparações das técnicas de inversão acústica*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal Fluminense, Niterói, 2014. Citado 5 vezes nas páginas 18, 74, 75, 90 e 136.
- LANDRO, M. Source signature determination by inversion of ministreamer data. *The Leading Edge*, v. 19, n. 1, p. 46–49, 2000. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1190/1.1438452>>. Citado na página 25.
- LANDRO, M.; SOLLIE, R. Source signature determination by inversion. *Geophysics*, v. 57, n. 12, p. 1633–1640, 1992. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1190/1.1443230>>. Citado na página 25.
- LEE, M. W. *Spectral Whitening in the Frequency Domain*. Denver, Colorado, 1986. Disponível em: <<http://pubs.usgs.gov/of/1986/0108/report.pdf>>. Citado na página 58.
- LEVY, S.; FULLAGAR, P. Reconstruction of a sparse spike train from a portion of its spectrum and application to high-resolution deconvolution. *GEOPHYSICS*, v. 46, n. 9, p. 1235–1243, 1981. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1190/1.1441261>>. Citado 2 vezes nas páginas 56 e 57.
- LEVY, S.; OLDENBURG, D. Automatic phase correction of commonmidpoint stacked data. *Geophysics*, v. 52, n. 1, p. 51–59, 1987. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1190/1.1442240>>. Citado 2 vezes nas páginas 67 e 72.
- LI, F. et al. A novel nonstationary deconvolution method based on spectral modeling and variable-step sampling hyperbolic smoothing. *Journal of Applied Geophysics*, Elsevier, v. 103, p. 132–139, 2014. Citado na página 63.
- LI, F. et al. Prestack nonstationary deconvolution based on variable-step sampling in the radial trace domain. *Applied Geophysics*, Springer, v. 10, n. 4, p. 423–432, 2013. Citado na página 63.
- LINDSETH, R. O. Synthetic sonic logs—a process for stratigraphic interpretation. *Geophysics*, Society of Exploration Geophysicists, v. 44, n. 1, p. 3–26, 1979. Disponível em: <<http://library.seg.org/doi/abs/10.1190/1.1440922>>. Citado 2 vezes nas páginas 80 e 81.
- LINES, L. R.; ULRYCH, T. J. The old and the new in seismic deconvolution and wavelet estimation. *Geophysical Prospecting*, Blackwell Publishing Ltd, v. 25, n. 3, p. 512–540, 1977. ISSN 1365-2478. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1111/j.1365-2478.1977.tb01185.x>>. Citado 7 vezes nas páginas 68, 69, 71, 73, 158, 161 e 162.
- LOKSHANOV, D. Multiple suppression by single channel and multichannel deconvolution in the tau-p single channel. In: *SEG Technical Program Expanded Abstracts*. [s.n.], 1995. p. 1482–1485. Disponível em: <<http://library.seg.org/doi/abs/10.1190/1.1887243>>. Citado na página 26.

- LU, W. Non-minimum-phase wavelet estimation using second- and third-order moments. *Geophysical Prospecting*, Blackwell Science Ltd, v. 53, n. 1, p. 149–158, 2005. ISSN 1365-2478. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1111/j.1365-2478.2005.00430.x>>. Citado na página 66.
- MARGRAVE, G. F. Theory of nonstationary linear filtering in the fourier domain with application to time-variant filtering. *Geophysics*, Society of Exploration Geophysicists, v. 63, n. 1, p. 244–259, 1998. Citado 4 vezes nas páginas 60, 61, 62 e 63.
- MARGRAVE, G. F.; LAMOUREUX, M. P. *Nonstationary predictive deconvolution*. [S.l.]: GeoCanada, 2010. Citado na página 63.
- MARGRAVE, G. F. et al. Gabor deconvolution of seismic data for source waveform and q correction. In: *72nd Annual International Meeting, SEG Expanded Abstracts*. [S.l.: s.n.], 2002. p. 2190–2193. Citado na página 63.
- MARQUARDT, D. An algorithm for least-squares estimation of nonlinear parameters. *Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics*, v. 11, n. 2, p. 431–441, 1963. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1137/0111030>>. Citado 2 vezes nas páginas 87 e 88.
- MEEK, R. A.; LINVILLE, A. F. Removing coherent noise in seismic data through tk or f-x filtering. In: *SEG Technical Program Expanded Abstracts*. [s.n.], 1993. p. 1177–1180. Disponível em: <<http://library.seg.org/doi/abs/10.1190/1.1822327>>. Citado na página 26.
- MENKE, W. *Geophysical data analysis: discrete inverse theory*. Academic press, 1989. Disponível em: <http://books.google.com/books?hl=pt-BR&lr=&id=RHAdIJrUXuC&oi=fnd&pg=PP1&dq=Geophysical-Data-Analysis--Discrete-Inverse-Theory--&ots=S6XVrQG6id&sig=2O_nlbxs1FWfcPG3VW9rb3hdd90>. Citado 2 vezes nas páginas 76 e 77.
- MERTINS, A. *Signal Analysis: Wavelets, Filter Banks, Time-Frequency Transforms and Applications*. Wiley, 1999. (Ultrasound in Biomedicine Research Series). ISBN 9780471986263. Disponível em: <<http://books.google.com.br/books?id=hctqQgAACAAJ>>. Citado 3 vezes nas páginas 61, 158 e 159.
- MITRA, S. K. *Digital Signal Processing: A Computer-based Approach*. 2nd. ed. McGraw-Hill Higher Education, 2001. (McGraw-Hill international edition electrical engineering series). ISBN 9780072321050. Disponível em: <<http://books.google.com.br/books?id=SjNxQgAACAAJ>>. Citado 2 vezes nas páginas 22 e 23.
- MOREIRA, R. M. et al. Frequency-domain acoustic-wave modeling with hybrid absorbing boundary conditions. *Geophysics*, v. 79, n. 5, p. A39–A44, 2014. Disponível em: <<http://geophysics.geoscienceworld.org/content/79/5/A39.abstract>>. Citado na página 90.
- NASH, J. *Compact Numerical Methods for Computers: Linear Algebra and Function Minimisation*. Taylor & Francis, 1990. ISBN 9780852743195. Disponível em: <<http://books.google.com.br/books?id=M9hTn3UAheQC>>. Citado 3 vezes nas páginas 39, 40 e 41.

- NEELAMANI, R. et al. Coherent and random noise attenuation using the curvelet transform. *The Leading Edge*, v. 27, n. 2, p. 240–248, 2008. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1190/1.2840373>>. Citado na página 26.
- NEELAMANI, R.; CHOI, H.; BARANIUK, R. Wavelet-based deconvolution for ill-conditioned systems. In: IEEE. *Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1999. Proceedings., 1999 IEEE International Conference on*. [S.l.], 1999. v. 6, p. 3241–3244. Citado na página 61.
- NOCEDAL, J.; WRIGHT, S. *Numerical Optimization*. Springer, 1999. (Springer series in operations research and financial engineering). ISBN 9780387987934. Disponível em: <<http://books.google.com.br/books?id=epc5fX0lqRIC>>. Citado 6 vezes nas páginas 39, 40, 41, 42, 43 e 87.
- OLDENBURG, D.; LEVY, S.; WHITTALL, K. Wavelet estimation and deconvolution. *Geophysics*, v. 46, n. 11, p. 1528–1542, 1981. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1190/1.1441159>>. Citado na página 66.
- OLDENBURG, D.; SCHEUER, T.; LEVY, S. Recovery of the acoustic impedance from reflection seismograms. *Geophysics*, v. 48, n. 10, p. 1318–1337, 1983. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1190/1.1441413>>. Citado 2 vezes nas páginas 56 e 81.
- OLIVEIRA, S. A. M.; LUPINACCI, W. M. L1 norm inversion method for deconvolution in attenuating media. *Geophysical Prospecting*, Blackwell Publishing Ltd, v. 61, n. 4, p. 771–777, 2013. ISSN 1365-2478. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1111/1365-2478.12002>>. Citado 4 vezes nas páginas 56, 57, 72 e 102.
- OPPENHEIM, A.; SCHAFER, R.; STOCKHAM T.G., J. Nonlinear filtering of multiplied and convolved signals. *Audio and Electroacoustics, IEEE Transactions on*, v. 16, n. 3, p. 437–466, Sep 1968. ISSN 0018-9278. Citado 2 vezes nas páginas 70 e 71.
- OPPENHEIM, A. V. *Superposition in a class of nonlinear systems*. [S.l.], 1965. Disponível em: <<http://dspace.mit.edu/handle/1721.1/4393>>. Citado 2 vezes nas páginas 66 e 70.
- OPPENHEIM, A. V.; SCHAFER, R. W. *Discrete-Time Signal Processing*. 2nd. ed. Prentice Hall, 1999. ISBN 9788131704929. Disponível em: <<http://books.google.com.br/books?id=geTn5W47KEsC>>. Citado 3 vezes nas páginas 22, 155 e 161.
- OSMAN, O.; ROBINSON, E. *Seismic source signature estimation and measurement*. Society of Exploration Geophysicists, 1996. 732 p. (Geophysics reprint series, 18). ISBN 9780931830006. Disponível em: <<http://books.google.com.br/books?id=ir4SAQAAlAAJ>>. Citado 4 vezes nas páginas 18, 20, 25 e 65.
- OUADFEUL, S.-A.; ALIOUANE, L. Random seismic noise attenuation data using the discrete and the continuous wavelet transforms. *Arabian Journal of Geosciences*, Springer Berlin Heidelberg, v. 7, n. 7, p. 2531–2537, 2014. ISSN 1866-7511. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1007/s12517-013-1005-3>>. Citado na página 26.
- ÖZDEMİR, H. Maximum likelihood estimation of seismic reflection coefficients*. *Geophysical prospecting*, Wiley Online Library, v. 33, n. 6, p. 828–860, 1985. Disponível em: <<http://www.earthdoc.org/publication/publicationdetails/?publication=32714>>. Citado na página 53.

- PORAT, B. *A course in digital signal processing*. John Wiley & Sons, 1997. ISBN 9780471149613. Disponível em: <<http://books.google.com.br/books?id=ZgYfAQAAIAAJ>>. Citado na página 22.
- RIVAZ, P. de; KINGSBURY, N. Bayesian image deconvolution and denoising using complex wavelets. In: IEEE. *Image Processing, 2001. Proceedings. 2001 International Conference on*. [S.l.], 2001. v. 2, p. 273–276. Citado na página 61.
- ROBINSON, E. Predictive decomposition of seismic traces. *Geophysics*, v. 22, n. 4, p. 767–778, 1957. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1190/1.1438415>>. Citado 4 vezes nas páginas 65, 66, 67 e 69.
- ROBINSON, E. Seismic time-invariant convolutional model. *Geophysics*, v. 50, n. 12, p. 2742–2751, 1985. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1190/1.1441894>>. Citado na página 20.
- ROBINSON, E. A. *Predictive decomposition of time series with applications to seismic exploration*. Tese (Doutorado) — Massachusetts Institute of Technology, July 1954. Disponível em: <<http://dspace.mit.edu/handle/1721.1/59629>>. Citado 8 vezes nas páginas 17, 19, 65, 66, 67, 68, 69 e 160.
- ROBINSON, E. A. Predictive decomposition of time series with application to seismic exploration. *Geophysics*, v. 32, n. 3, p. 418–484, 1967. Disponível em: <<http://geophysics.geoscienceworld.org/content/32/3/418.abstract>>. Citado na página 68.
- ROBINSON, E. A.; TREITEL, S. Principles of digital wiener filtering. *Geophysical Prospecting*, Blackwell Publishing Ltd, v. 15, n. 3, p. 311–332, 1967. ISSN 1365-2478. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1111/j.1365-2478.1967.tb01793.x>>. Citado 3 vezes nas páginas 37, 38 e 48.
- ROBINSON, E. A.; TREITEL, S. *Geophysical Signal Analysis*. Society of Exploration Geophysicists, 2000. Disponível em: <<http://library.seg.org/doi/abs/10.1190/1.9781560802327>>. Citado 6 vezes nas páginas 37, 38, 48, 67, 68 e 69.
- RUSSELL, B. H. *Introduction to Seismic Inversion Methods*. Society of Exploration Geophysicists, 1988. Disponível em: <<http://library.seg.org/doi/abs/10.1190/1.9781560802303>>. Citado 14 vezes nas páginas 30, 45, 46, 50, 51, 53, 55, 74, 75, 78, 79, 81, 82 e 86.
- SACCHI, M.; VELIS, D.; COMÍNGUEZ, A. Minimum entropy deconvolution with frequency-domain constraints. *GEOPHYSICS*, v. 59, n. 6, p. 938–945, 1994. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1190/1.1443653>>. Citado 3 vezes nas páginas 52, 156 e 157.
- SACCHI, M. D. Reweighting strategies in seismic deconvolution. *Geophysical Journal International*, Blackwell Publishing Ltd, v. 129, n. 3, p. 651–656, 1997. ISSN 1365-246X. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1111/j.1365-246X.1997.tb04500.x>>. Citado 3 vezes nas páginas 56, 92 e 120.
- SANCEVERO, S. S.; REMACRE, A. Z.; PORTUGAL, R. d. S. O papel da inversão para a impedância acústica no processo de caracterização sísmica de reservatórios. *Revista Brasileira de Geofísica*, scielo, v. 24, p. 495 – 512, 12 2006. ISSN 0102-261X. Disponível em:

- <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0102-261X2006000400004&nrm=iso>. Citado na página 57.
- SCALES, J. A.; SMITH, M. L.; TREITEL, S. *Introductory Geophysical Inverse Theory*. [S.l.]: Samizdat Press, 2001. Citado 2 vezes nas páginas 41 e 42.
- SCHOEPP, A.; MARGRAVE, G. Improving seismic resolution with nonstationary deconvolution: 68th annual seg meeting. In: *SEG Expanded Abstracts*. New Orleans, La: [s.n.], 1998. Citado 2 vezes nas páginas 62 e 63.
- SCHOEPP, A. R. *Improving Seismic Resolution with Nonstationary Deconvolution*. Dissertação (Mestrado) — University of Calgary, November 1998. Disponível em: <https://www.google.com/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=1&cad=rja&uact=8&ved=0CB0QFjAA&url=https%3A%2F%2Fwww.crewes.org%2FResearchLinks%2FGraduateTheses%2F1998%2FSchoepp-MSc-1998.pdf&ei=ja6rU-T3NYutsAS1h4GoDg&usg=AFQjCNEGHo-gA_RIB5aUY18TYNu2LOiNWg&bvm=bv.69837884,d.cWc>. Citado 7 vezes nas páginas 20, 45, 59, 60, 61, 62 e 63.
- SPADINI, A. S. *Avaliação do método de deconvolução sobre dados de sísmica rasa*. Dissertação (Mestrado) — Universidade de São Paulo, 2012. Citado na página 49.
- STOFFA, P. L. Tau-p: An alternative domain for filtering, velocity analysis and imaging. In: *SEG Technical Program Expanded Abstracts*. [s.n.], 1989. p. 551–554. Disponível em: <<http://library.seg.org/doi/abs/10.1190/1.1889655>>. Citado na página 26.
- TARANTOLA, A. *Inverse problem theory and methods for model parameter estimation*. SIAM, 2005. Disponível em: <http://books.google.com/books?hl=pt-BR&lr=&id=qLSv6fpeMowC&oi=fnd&pg=PP2&dq=tarantola+inverse+problems&ots=GL2DmFyr3v&sig=g3cBsI_v3DfrMCAu1WdSGnrJ_Rs>. Citado 3 vezes nas páginas 38, 41 e 77.
- TAYLOR, H.; BANKS, S.; MCCOY, J. Deconvolution with the l1 norm. *Geophysics*, v. 44, n. 1, p. 39–52, 1979. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1190/1.1440921>>. Citado na página 56.
- TELFORD, W. et al. *Applied Geophysics*. Cambridge University Press, 1990. (Monograph series). ISBN 9780521339384. Disponível em: <<http://books.google.com.br/books?id=oRP5fZYjhXMC>>. Citado na página 23.
- TREITEL, S.; LINES, L. Past, present, and future of geophysical inversion—a new millennium analysis. *Geophysics*, Society of Exploration Geophysicists, v. 66, n. 1, p. 21–24, 2001. Disponível em: <<http://library.seg.org/doi/abs/10.1190/1.1444898>>. Citado 2 vezes nas páginas 76 e 77.
- TRIBOLET, J. M.; OPPENHEIM, A. V. *Deconvolution of seismic data using homomorphic filtering*. [S.l.], 1977. Disponível em: <http://www.rle.mit.edu/dspg/documents/Deconvolution_1977.pdf>. Citado 2 vezes nas páginas 66 e 70.
- ULRYCH, T. Application of homomorphic deconvolution to seismology. *Geophysics*, v. 36, n. 4, p. 650–660, 1971. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1190/1.1440202>>. Citado 3 vezes nas páginas 66, 70 e 71.

- ULRYCH, T. J.; SACCHI, M. D. *Information-based inversion and processing with applications*. Elsevier, 2005. Disponível em: <<http://store.elsevier.com/product.jsp?isbn=9780080461342>>. Citado 13 vezes nas páginas 49, 50, 51, 52, 56, 76, 77, 82, 83, 84, 127, 156 e 157.
- URSIN, B.; HOLBERG, O. Maximum-likelihood estimation of seismic impulse responses. *Geophysical Prospecting*, Blackwell Publishing Ltd, v. 33, n. 2, p. 233–251, 1985. ISSN 1365-2478. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1111/j.1365-2478.1985.tb00432.x>>. Citado na página 53.
- VEEKEN, P.; SILVA, M. D. Seismic inversion methods and some of their constraints. *First Break*, v. 22, n. 6, 2004. Disponível em: <<http://www.earthdoc.org/publication/publicationdetails/?publication=25906>>. Citado na página 86.
- VELIS, D. R.; ULRYCH, T. J. Simulated annealing wavelet estimation via fourth-order cumulant matching. *Geophysics*, v. 61, n. 6, p. 1939–1948, 1996. Disponível em: <<http://geophysics.geoscienceworld.org/content/61/6/1939.abstract>>. Citado na página 66.
- VOGEL, C. *Computational Methods for Inverse Problems*. Society for Industrial and Applied Mathematics, 2002. Disponível em: <<http://epubs.siam.org/doi/abs/10.1137/1.9780898717570>>. Citado 5 vezes nas páginas 39, 40, 41, 42 e 43.
- WALDEN, A. T.; HOSKEN, J. W. J. An investigation of the spectral properties of primary reflection coefficients. *Geophysical Prospecting*, Blackwell Publishing Ltd, v. 33, n. 3, p. 400–435, 1985. ISSN 1365-2478. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1111/j.1365-2478.1985.tb00443.x>>. Citado na página 29.
- WANG, D.-L. et al. An iterative curvelet thresholding algorithm for seismic random noise attenuation. *Applied Geophysics*, Chinese Geophysical Society, v. 7, n. 4, p. 315–324, 2010. ISSN 1672-7975. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1007/s11770-010-0259-8>>. Citado na página 26.
- WANG, Y. Seismic impedance inversion using l_1 -norm regularization and gradient descent methods. *Journal of Inverse and Ill-posed Problems*, v. 18, n. 7, p. 823–838, 2011. Disponível em: <<http://www.degruyter.com/view/j/jiip.2010.18.issue-7/jiip.2011.005/jiip.2011.005.xml>>. Citado 17 vezes nas páginas 12, 13, 16, 56, 82, 84, 85, 92, 93, 114, 131, 132, 133, 134, 135, 136 e 141.
- WANG, Z.; ZHANG, B.; GAO, J. The residual phase estimation of a seismic wavelet using a Rényi divergence-based criterion. *Journal of Applied Geophysics*, v. 106, n. 0, p. 96–105, 2014. ISSN 0926-9851. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0926985114001098>>. Citado na página 67.
- WEGLEIN, A.; SECREST, B. Wavelet estimation for a multidimensional acoustic or elastic earth. *Geophysics*, v. 55, n. 7, p. 902–913, 1990. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1190/1.1442905>>. Citado na página 66.
- WHITE, R. E.; O'BRIEN, P. N. S. Estimation of the primary seismic pulse. *Geophysical Prospecting*, Blackwell Publishing Ltd, v. 22, n. 4, p. 627–651, 1974. ISSN 1365-2478. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1111/j.1365-2478.1974.tb00108.x>>. Citado 2 vezes nas páginas 66 e 69.

- WIENER, N. *Extrapolation, Interpolation, and Smoothing of Stationary Time Series: With Engineering Applications*. The MIT Press, 1966. Disponível em: <<http://books.google.com.br/books?id=zK7ZPuLxulcC>>. Citado na página 35.
- WIGGINS, R. A. Minimum entropy deconvolution. *Geoexploration*, Elsevier, v. 16, n. 1, p. 21–35, 1978. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0016714278900054>>. Citado 4 vezes nas páginas 51, 52, 156 e 157.
- YARLAGADDA, R.; BEDNAR, J.; WATT, T. Fast algorithms for lpdeconvolution. *Acoustics, Speech and Signal Processing, IEEE Transactions on*, v. 33, n. 1, p. 174–182, Feb 1985. ISSN 0096-3518. Citado na página 56.
- YI, B. et al. Comparison of wavelet estimation methods. *Geosciences Journal*, The Geological Society of Korea, v. 17, n. 1, p. 55–63, 2013. ISSN 1226-4806. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1007/s12303-013-0008-0>>. Citado na página 66.
- YILMAZ, O. *Seismic Data Analysis: Processing, Inversion, and Interpretation of Seismic Data*. 2. ed. Society of Exploration Geophysicists, 2001. ISBN 9781560800941. Disponível em: <<http://books.google.co.nz/books?id=ceu1x3JqYGUC>>. Citado 19 vezes nas páginas 20, 22, 23, 24, 25, 27, 30, 36, 37, 38, 45, 46, 48, 49, 58, 59, 60, 74 e 75.
- ZHANG, G. et al. Impact of q value and gain-limit to the resolution of inverse q filtering. *Journal of Geophysics and Engineering*, v. 11, n. 4, p. 045011, 2014. Disponível em: <<http://stacks.iop.org/1742-2140/11/i=4/a=045011>>. Citado na página 60.
- ZHDANOV, M. S. *Geophysical inverse theory and regularization problems*. Elsevier, 2002. Disponível em: <<http://books.google.com/books?hl=pt-BR&lr=&id=tHtDETV7VCoC&oi=fnd&pg=PP2&dq=Geophysical+Inverse+Theory+and+Regularization+Problems&ots=n8k-2SUNIQ&sig=6thPbsrUJZzsrqx1cmW02tgFJTM>>. Citado 4 vezes nas páginas 38, 39, 76 e 77.
- ZHENG, J. et al. A novel seismic wavelet estimation method. *Journal of Applied Geophysics*, v. 90, n. 0, p. 92 – 95, 2013. ISSN 0926-9851. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0926985113000128>>. Citado na página 66.
- ZIOLKOWSKI, A. Why don't we measure seismic signatures? *Geophysics*, v. 56, n. 2, p. 190–201, 1991. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1190/1.1443031>>. Citado 5 vezes nas páginas 20, 25, 30, 32 e 49.

Apêndices

APÊNDICE A – Desenvolvimento para a equação 2.8

Este apêndice é voltado ao desenvolvimento matemático envolvendo a transformada Z que leva a equação 2.8.

O primeiro passo do desenvolvimento envolve a transformada Z , desta forma teremos:

$$H(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} h(n)z^{-n}, \quad (\text{A.1})$$

que representa a transformada Z de um sinal $h(n)$.

Calculando a transformada Z dos dois lados da equação 2.7 obtem-se:

$$\begin{aligned} \alpha(Z) &= \sum_{\tau=-\infty}^{\infty} \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} h(n)h(n+\tau) \right\} z^{-\tau} \\ &= \sum_{\tau=-\infty}^{\infty} h(n+\tau)z^{-\tau} \sum_{n=0}^{\infty} h(n). \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

Fazendo a substituição de índices $m = n + \tau$ na equação acima teremos:

$$\begin{aligned} &\sum_{m=-\infty}^{\infty} h(m)z^{-m} z^n \sum_{n=0}^{\infty} h(n) \\ &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} h(m)z^{-m} \sum_{n=0}^{\infty} h(n)z^n. \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

Para o último passo deste desenvolvimento, utiliza-se a propriedade de reversão no tempo da transformada Z . Um desenvolvimento confirmando a validade desta propriedade não é o escopo aqui, diversos trabalhos apropriados existem na literatura introdutória de processamento de sinais digitais, um destes é Oppenheim e Schafer (1999).

Proseguindo com o desenvolvimento e utilizando a propriedade da transformada Z acima citada no segundo somatório da equação anterior, obtemos o resultado desejado:

$$\alpha(Z) = h(Z)h(1/Z). \quad (\text{A.4})$$

APÊNDICE B – Deconvolução por mínima entropia - Algoritmo de Wiggins

Esta parte do trabalho é voltada a explicar matematicamente o problema da deconvolução por mínima entropia baseada no algoritmo de Wiggins. Desta forma o desenvolvimento aqui apresentado se baseia nos trabalhos Wiggins (1978) e Ulrych e Sacchi (2005).

A norma de Wiggins faz parte de uma família de normas da forma:

$$V(\epsilon) = \frac{1}{NA(N)} \sum_{i=1}^N \nu_i A(\nu_i) \quad (\text{B.1})$$

ϵ representa o vetor refletividade de comprimento N , ν_i é uma medida definida como na equação abaixo e A , uma função monotônica em relação a ν_i conhecida como função de entropia e obedece a inequação abaixo:

$$\nu_i = \frac{\epsilon_i^2}{\sum_k \epsilon_k^2 / N} \quad (\text{B.2a})$$

$$A(1)/A(N) \leq V(\epsilon) \leq 1 \quad (\text{B.2b})$$

A norma original adotada em Wiggins (1978) diz respeito a norma varimax, onde a variância normalizada é máxima. A equação abaixo mostra a norma adotada por Wiggins, no entanto através de testes em sismogramas sintéticos Sacchi, Velis e Comínguez (1994) e Ulrych e Sacchi (2005) notaram que os melhores resultados são obtidos pela norma logarítmica, $V(\epsilon) = \log(\nu_i)$.

$$V(\epsilon) = \frac{\sum_i \nu_i^4}{(\sum_i \nu_i^2)^2} \quad (\text{B.3})$$

Apresentada a norma de Wiggins vamos agora relembrar o problema de estimar a refletividade a partir da convolução do filtro inverso com a wavelet. Considerando a mesma representação utilizada no trabalho o filtro inverso será d e o traço sísmico x . A deconvolução, considerando um filtro inverso de comprimento L pode, então, ser expressa matematicamente como:

$$\epsilon_m = \sum_{l=1}^L d_l x_{m-l} \quad (\text{B.4})$$

Para encontrar a variância máxima, deriva-se V com relação ao filtro inverso d e iguala-se a derivada a zero. Tem-se desta forma:

$$\frac{\partial V}{\partial d_k} 1/(NA(N)) \sum_i \left\{ A(\nu_i) + \nu_i \frac{\partial A(\nu_i)}{\partial \nu_i} \right\} \frac{\partial \nu_i}{\partial d_k} = 0 \quad k = 1, 2, \dots, L \quad (\text{B.5})$$

Da equação B.4 temos que $\frac{\partial \epsilon_m}{\partial d_k} = x_{m-k}$. Desta forma as seguintes equações seguem após algumas manipulações algébricas na equação B.5:

$$\sum_l d_l \sum_m x_{m-k} x_{m-l} = \sum_i b_i x_{i-k} \quad (\text{B.6a})$$

$$b_i = \frac{NG(\nu_i)\nu_i}{\sum_q G(\nu_j)\nu_j} \quad (\text{B.6b})$$

$$G(\nu_i) = A(\nu_i) + \nu_i \frac{\partial A(\nu_i)}{\partial \nu_i} \quad (\text{B.6c})$$

O último passo do desenvolvimento consiste em notar que B.6a corresponde ao sistema de equações representado matricialmente em 2.25. Assim o solução do sistema pode ser encontrada através do algoritmo recursivo de Levinson.

A representação matricial fica:

$$\mathbf{R}_b \mathbf{d} = \mathbf{T}(\mathbf{d}) \quad (\text{B.7})$$

\mathbf{B} representa a matriz de autocorrelação ou autocovariância e \mathbf{T} representa o vetor de correlação cruzada entre o dado sísmico e b . Este último seria então, o filtro desejado, no qual deseja-se converter o dado sísmico, sendo o responsável pelo aumento da banda espectral da refletividade.

Pensando no problema computacionalmente teremos:

$$\mathbf{d}^k = \mathbf{R}_b^{-1} \mathbf{T}(\mathbf{d})^{k-1} . \quad (\text{B.8})$$

O problema consiste então em estimar um tamanho apropriado para o filtro \mathbf{d} . É importante também uma boa estimativa inicial para o filtro, em Wiggins (1978), Sacchi, Velis e Comínguez (1994) e Ulrych e Sacchi (2005) a estimativa inicial proposta é: $\mathbf{d}^0 = [0, 0, \dots, 1, \dots, 0, 0]$, a utilizada neste trabalho foi: $\mathbf{d}^0 = [1, 0, \dots, 0, \dots, 0, 0]$.

APÊNDICE C – Transformada de Hilbert e Método para estimativa da fase da ondaleta

Este apêndice visa, tomando como base a discussão realizada em Lines e Ulrych (1977), mostrar a relação entre o método apresentado na subseção 4.2.1 do capítulo 4 e a Transformada de Hilbert. O trabalho supracitado coloca que a derivação do método discutido na subseção citada, pode ser derivado através desta Transformada. Desta forma a discussão inicial refere-se a introdução da Transformada de Hilbert e em seguida retorna-se ao objetivo inicial.

C.1 Transformada de Hilbert

Seguindo a derivação apresentada em Mertins (1999), pode-se definir como núcleo da Transformada Hilbert a seguinte função:

$$\varphi(t-s) = \frac{-1}{\pi(t-s)}, \quad (\text{C.1})$$

ou, multiplicando o numerador e denominador por -1 :

$$\hat{\varphi}(t-s) = \frac{1}{\pi(s-t)}. \quad (\text{C.2})$$

Desta forma, a Transformada de Hilbert de um sinal $u(t)$ é igual a:

$$\mathfrak{H}(u(t)) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} u(t) \frac{1}{s-t} dt. \quad (\text{C.3})$$

Sua inversa será:

$$\mathfrak{H}^{-1}(\mathfrak{H}(u(t))) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \mathfrak{H}(u(t)) \frac{-1}{t-s} ds. \quad (\text{C.4})$$

O operador \mathfrak{H} nas equações acima, representa a Transformada de Hilbert (TH).

A solução das integrais acima, uma vez que estas são impróprias (o integrando tende a infinito quando $s \rightarrow t$), é definida como o Valor Principal de Cauchy. Para informações sobre o Valor Principal de Cauchy refere-se Brown e Churchill (2009), uma vez que o assunto não será abordado aqui.

Observando as equações C.3 e C.4 nota-se que elas podem ser rescritas da seguinte forma:

$$\mathfrak{H}(u(t)) = \frac{-1}{\pi t} * u(t) \quad (\text{C.5a})$$

$$u(t) = \mathfrak{H}^{-1}(\mathfrak{H}(u(t))) = \frac{1}{\pi t} * \mathfrak{H}(u(t)) . \quad (\text{C.5b})$$

Busca-se uma relação no domínio da frequência entre a TH e o sinal. Primeiramente, a fim de maior praticidade, faz-se as seguintes conversões:

$$\begin{aligned} h(s) &= \mathfrak{H}(u(t)) \quad e \\ u(t) &= h^{-1}(t) = \mathfrak{H}^{-1}(\mathfrak{H}(u(t))). \end{aligned}$$

Calculando as Transformadas de Fourier dos dois lados nas equações C.5a e C.5b obtém-se:

$$H(\omega) = j \operatorname{sgn}(\omega) U(\omega) \quad (\text{C.6a})$$

$$U(\omega) = H^{-1}(\omega) = -j \operatorname{sgn}(\omega) H(\omega), \quad (\text{C.6b})$$

onde $H(0) = 0$ e $U(0) = 0$.

A função sgn acima representa a função sinal, desta forma, exceto pelo fator $-j \operatorname{sgn}$ o espectro da Transformada Hilbert de um sinal é igual ao espectro do sinal. Através da análise que $H(0) = 0$ e $U(0) = 0$, Mertins (1999) coloca que a TH de um sinal de média diferente de zero possui média zero.

Continuando a discussão, impondo a condição do sinal $u(t)$ ser causal e representando este como a soma de suas componentes pares e ímpares teremos:

$$u(t) = u_{par}(t) + u_{impar}(t). \quad (\text{C.7})$$

Calculando a transformada de Fourier (TF) de C.7, tendo em mente que para o caso da TF de um sinal real, a parte real desta será igual a TF da componente par do sinal e a parte complexa será igual a TF da componente ímpar, tem-se:

$$U(\omega) = U_{par}(\omega) + jU_{impar}(\omega), \quad (\text{C.8})$$

onde $U_{par} = U_{Real}$ e $U_{impar} = U_{Imag}$.

Agora expandindo a TF da TH em suas componentes real e imaginária, escreve-se:

$$H(\omega) = H_{real}(\omega) + jH_{imag}(\omega). \quad (C.9)$$

Utilizando a propriedade apresentada na equação C.6b na equação C.9 obtém-se:

$$H(\omega) = -j \operatorname{sgn}(\omega)U_{par}(\omega) + \operatorname{sgn}(\omega)U_{impar}(\omega), \quad (C.10)$$

comparando as equações C.9 e C.10 chega-se nas seguintes relações:

$$\begin{aligned} H_{Real}(\omega) &= \operatorname{sgn}(\omega)U_{impar}(\omega) \\ H_{Imag}(\omega) &= -\operatorname{sgn}(\omega)U_{par}(\omega). \end{aligned}$$

A partir da análise desenvolvida acima conclui-se que a TH converte os termos pares em ímpares e vice-versa. Claerbout (1985) relaciona a TH com filtros de quadratura, os quais possuem esta propriedade de converter senos em cossenos no caso da TF de um sinal.

As relações desenvolvidas acima são importantes para o desenvolvimento da seção a seguir, principalmente a última propriedade. Sendo assim, uma vez que a TH foi introduzida, o objetivo inicial de relacionar a TH com o Método de Fatorização Wold-Kolmogorov introduzido em Robinson (1954) será tratado, mais especificamente, procura-se uma forma de achar uma solução para a fase da ondaleta estimada em 4 utilizando a TH.

C.2 Estimativa da fase da ondaleta pela Transformada de Hilbert

Seguindo a linha de pensamento introduzida no capítulo 4, a fase da ondaleta pode ser estimada através da TH do logaritmo do espectro de amplitude da ondaleta. Para continuar a discussão reescrevamos a TF inversa de $\ln(W(\omega))$ como ϖ , podemos então definir esta em função de suas componentes pares e ímpares de forma que teremos:

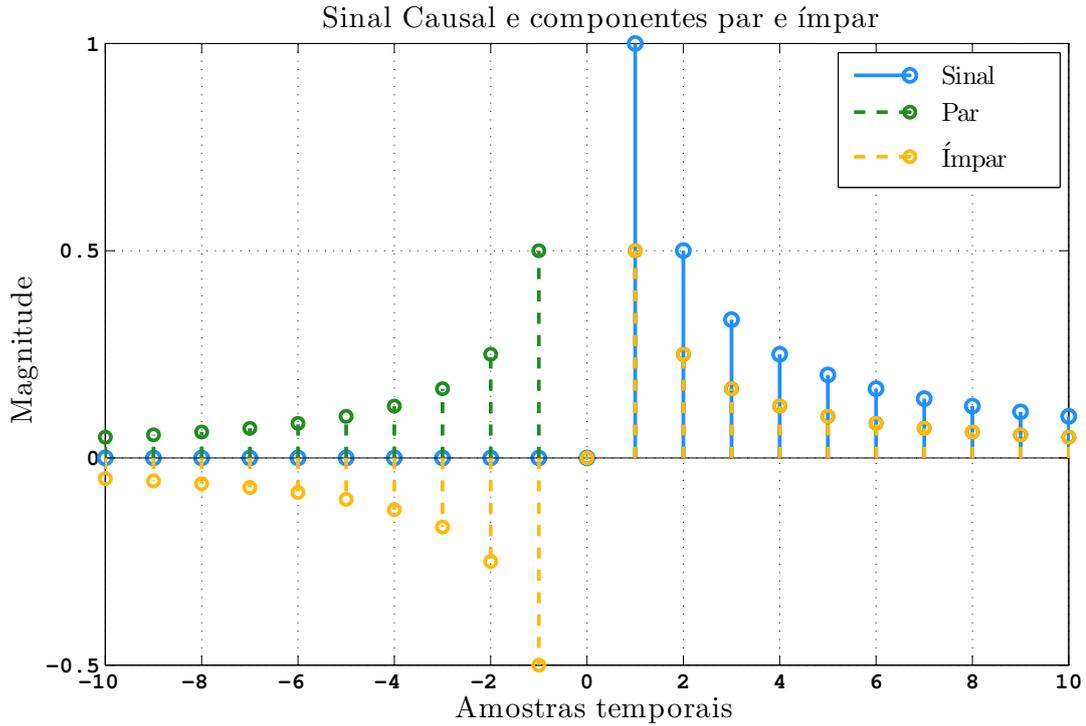
$$\varpi(t) = \varpi_{par}(t) + \varpi_{impar}(t). \quad (C.11)$$

Impondo a condição de que $\varpi(t)$ é causal, é facilmente observável que a condição abaixo deve ser satisfeita:

$$\varpi_{impar}(t) = \varpi_{par}(t) \operatorname{sgn}(t), \quad (C.12)$$

a figura 83 exemplifica esta afirmação mostrando que para a tempos amostrais positivos a componente ímpar é igual a par, no entanto para tempos futuros (tempos amostrais negativos) elas possuem o sinal reverso, se cancelando.

Figura 83 – Sinal e suas componentes par e ímpar.



Fonte: O Autor

É fácil provar que $\varpi_{par}(\omega) = \ln(|W(\omega)|)$ e $\varpi_{impar}(\omega) = \Theta(\omega)$, onde $|W(\omega)|$ representa o espectro de amplitude de $W(\omega)$ e $\Theta(\omega)$ o espectro de fase. Para melhor entendimento a prova é realizada abaixo:

$$\begin{aligned}
 \mathfrak{I}(\ln(W(\omega))) &= \varpi(\omega) = \varpi_{par}(\omega) + \varpi_{impar}(\omega) \rightarrow \\
 &\rightarrow W(\omega) = |W(\omega)|e^{j\Theta(\omega)} \rightarrow \\
 \rightarrow \ln(W(\omega)) &= \ln(|W(\omega)|e^{j\Theta(\omega)}) = \ln(|W(\omega)|) + j\Theta(\omega) \rightarrow \\
 \rightarrow \varpi_{par}(\omega) &= \ln(|W(\omega)|), \quad \varpi_{impar}(\omega) = j\Theta(\omega).
 \end{aligned}$$

Do desenvolvimento acima vê-se que o problema agora consiste em encontrar $\varpi_{impar}(\omega)$. Uma vez que possuímos $\varpi_{par}(\omega)$, é possível calcular a TF inversa e aplicar diretamente da equação C.12 ou realizar o processo no domínio da frequência, onde a multiplicação se tornaria convolução com $\frac{2}{j\omega}$. Lines e Ulrych (1977) colocam que esta convolução é, essencialmente, uma Transformada Hilbert.

Outra forma de encontrar a parte ímpar a partir da par é mostrada em Oppenheim e Schaffer (1999). Nesse trabalho os autores deduzem, considerando um sinal causal, real e estável, uma relação entre a TF da sua parte imaginária e real. Tal relação, apresentada

abaixo considerando um sinal $u(t)$, é relacionada a TH discreta do sinal, como afirmado pelos autores:

$$U_{Imag}(\omega) = -\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} U_{Real}(\theta) \cot\left(\frac{\omega - m}{2}\right) dm. \quad (C.13)$$

Observando a equação acima e comparando-a a C.12 poderíamos obter a parte ímpar desejada resolvendo a integral, no entanto, da mesma forma que C.3 e C.4 esta é resolvida utilizando o Valor Principal de Cauchy. É facilmente observado que também é possível interpretar a equação acima como uma convolução no domínio da frequência.

Vê-se a partir das relações apresentadas acima o porque do nome Método da Transformada Hilbert, no entanto, como colocado em Lines e Ulrych (1977) a equação 4.2 é mais comumente utilizada por questões de velocidade computacional.