

UNIVERSIDADE FEDERAL FLUMINENSE  
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS  
DEPARTAMENTO DE GEOLOGIA E GEOFÍSICA



BRENNO HOCHWART

**ESTUDO COMPARATIVO DE TÉCNICAS DE INVERSÃO DA FORMA DE  
ONDA COMPLETA AO LONGO DO TEMPO EM RESERVATÓRIO  
TÍPICO DO PRÉ-SAL BRASILEIRO UTILIZANDO GEOMETRIA OBN**

MONOGRAFIA

CURSO DE GRADUAÇÃO EM GEOFÍSICA

**Niterói  
Dezembro/2023**

BRENNO HOCHWART

**ESTUDO COMPARATIVO DE TÉCNICAS DE INVERSÃO DA FORMA DE ONDA COMPLETA AO LONGO DO TEMPO EM RESERVATÓRIO TÍPICO DO PRÉ-SAL BRASILEIRO UTILIZANDO GEOMETRIA OBN**

Monografia apresentada à Universidade Federal Fluminense como requisito parcial do Curso de Graduação em Geofísica para a obtenção do título de Bacharel em Geofísica.

**Orientador**

Prof. Dr. Marco Antonio Cetale Santos

**Coorientador**

Dr. Sérgio Luiz Eduardo Ferreira da Silva

**Niterói**

**Dezembro/2023**

**BRENNO HOCHWART**

**ESTUDO COMPARATIVO DE TÉCNICAS DE INVERSÃO DA FORMA DE ONDA  
COMPLETA AO LONGO DO TEMPO EM RESERVATÓRIO TÍPICO DO PRÉ-SAL  
BRASILEIRO UTILIZANDO GEOMETRIA OBN**

Monografia apresentada à Universidade Federal Fluminense como requisito parcial do Curso de Graduação em Geofísica para a obtenção do título de Bacharel em Geofísica.

Aprovada em 28/Dezembro/2023 pela banca examinadora abaixo:

---

**Prof. Dr. Marco Antonio Cetale Santos (Orientador)**  
UFF / DOT / GISIS

---

**Dr. Sérgio Luiz Eduardo Ferreira da Silva (Coorientador)**  
PoliTo / GISIS

---

**Prof. Dr. Gilberto Corso**  
UFRN

---

**Dr. Felipe Timóteo da Costa**  
UFF / GISIS

**Niterói**  
**Dezembro/2023**

*Dedico este trabalho à memória de minha querida avó,  
Erika Hochwart.*

*Oma, meine liebe Oma. Ich danke dir von ganzem  
Herzen, dass du dich um mich gekümmert und mir  
so viel ermöglicht hast. Du magst im Laufe der Zeit  
vieles vergessen haben, doch ich werde dich niemals  
vergessen.*

# Agradecimentos

Gostaria de expressar meu mais profundo agradecimento à minha família, a verdadeira âncora da minha jornada. Sendo o caçula, testemunhei não apenas os desafios que enfrentamos, mas também o esforço dedicado de cada um para garantir que eu não sofresse nenhum impacto. Sou eternamente grato pelo sacrifício que fizeram para nunca me faltar nada, especialmente à minha mãe, que abriu mão de tantas coisas para me proporcionar toda a liberdade. Para mim, você não foi apenas uma mãe; foi também pai, amiga, heroína e exemplo. Aos meus irmãos, Kleber e Brunno, agradeço pelo esforço voluntário de serem exemplos, educadores e presenças fundamentais em minha vida. Um agradecimento especial à minha avó Érika, ou como eu carinhosamente a chamava, Oma. Sua permanência durante seus quase 93 anos permitiu que eu vivesse plenamente, com você cuidando de mim e exemplificando o verdadeiro significado de humanidade. Aos meus amigos mais próximos, Bárbara, Brenner, Danielle, Gabriel, Fabrício e Felipe, digo-lhes que meu coração se enche de gratidão por trazerem cor ao meu mundo. Com vocês sei que posso ser autêntico e nossas risadas são tesouros compartilhados. Quero que saibam que os incluo neste parágrafo porque, para mim, vocês também são família, daquela que escolhemos.

Agradeço também aos meus professores do Ensino Médio de Ciências da Natureza, Rafael, Ramon e especialmente ao Daniel Fevereiro e Fábio Cecchetti por incentivar meu interesse ao processo científico através das suas paixões em lecionar. De igual tamanho, agradeço aos meus professores de Humanidades desta época: Abdala, Agni, Bruno, Vagner e Silnelly, por estimular de tão cedo o pensamento crítico e formar não só um aluno mas um cidadão consciente. Vocês, além dos outros que fizeram parte desta época, formaram a base para que agora eu pudesse ser capaz de me especializar em uma área superior do conhecimento.

Um agradecimento especial à Universidade Federal Fluminense por ser uma instituição pública de ensino de tamanha qualidade. Educação é transformadora e seu acesso público em mais alto nível é dever de um Estado. Obrigado pelas oportunidades acadêmicas e profissionais que uma instituição respeitada promove aos seus. Obrigado também por me fazer conhecer pessoas de tamanha diversidade, das quais pude passar minha jornada universitária e compartilhamos momentos. Agradeço ao professor Alexandre Motta Borges por me dar a oportunidade de participar de um projeto científico e, assim, confirmar minha paixão por fazer ciência.

Gostaria também de expressar meu profundo agradecimento aos meus orientadores, Marco Cetale e Sérgio Luiz da Silva. O conhecimento que ambos compartilharam comigo, com atenção e clareza didática, moldou o profissional crítico que sou hoje. Lembro-me do início da pesquisa, quando tudo era novo e qualquer coisa era motivo de dúvidas minhas e vocês contribuíram para hoje ter a capacidade de gerar resultados significativos. Sou especialmente grato pela compreensão que tiveram comigo neste ano, no qual muitos aspectos da minha vida pessoal passaram

por mudanças estruturantes de grande seriedade.

Quero expressar minha profunda gratidão ao projeto de pesquisa em Sísmica de Refração vinculado à Shell, no qual participei durante dois anos de minha formação. Os conhecimentos adquiridos em programação, processamento sísmico e modelagem de ondas são resultados diretos dessa experiência. Trabalhar com questões no estado da arte de aquisição e processamento sísmico inundou-me de valioso conhecimento. Essa experiência foi fundamental para o meu desenvolvimento acadêmico e profissional, e por isso, sou imensamente grato.

Ao grupo de imageamento sísmico e inversão sísmica, minha total gratidão. Conhecer pessoas tão capazes, pacientes e receptivas foi uma guinada para o sucesso na minha vida. Ao Adriano Souza, Ammir Karsou, Felipe Capuzzo, Felipe Timóteo e Paulo Bastos, deixo registrada minha admiração aos cientistas capazes e professores pacientes que são. Vocês me ensinaram e ensinam muito.

Por fim, gostaria de reconhecer meu agradecimento à minha terapeuta, Janylle Gaspar. Agradeço por estar ao meu lado, ouvindo meus problemas, aconselhando-me nos momentos difíceis e ajudando-me a explorar a razão que há no sentir. Sua presença e orientação têm sido uma luz constante, lembrando-me de que sim, eu posso sentir, e que há um mundo rico de sentimentos prontos para serem explorados e compartilhados. Você faz parte desta jornada de autodescoberta de uma maneira única, e sou grato por cada sessão que tivemos ao longo desse nosso trabalho juntos.

A todos, mais uma vez, obrigado.

***“From this distant vantage point, the Earth might not seem of any particular interest. But for us, it’s different. Consider again that dot. That’s here. That’s home. That’s us. On it everyone you love, everyone you know, everyone you ever heard of, every human being who ever was, lived out their lives. The aggregate of our joy and suffering, thousands of confident religions, ideologies, and economic doctrines, every hunter and forager, every hero and coward, every creator and destroyer of civilization, every king and peasant, every young couple in love, every mother and father, hopeful child, inventor and explorer, every teacher of morals, every corrupt politician, every superstar, every supreme leader, every saint and sinner in the history of our species lived there – on a mote of dust suspended in a sunbeam.”***

***Carl Sagan***

# Resumo

HOCHWART, Brenno. **Estudo Comparativo de Técnicas de Inversão da Forma de Onda Completa ao Longo do Tempo em Reservatório Típico do Pré-sal Brasileiro Utilizando Geometria OBN**. Monografia, Universidade Federal Fluminense. Niterói, p. 87. 2023.

Nesta monografia foi conduzida um estudo comparativo da Inversão da Forma de Onda Completa (FWI - do inglês *Full Waveform Inversion*) ao longo do tempo. Esta técnica é conhecida como FWI *Time-Lapse* e foi empregada neste trabalho considerando um cenário típico de pré-sal de águas profundas no Brasil. Este estudo utilizou um modelo de velocidades de onda P realista, geometria de aquisição de nós no fundo do oceano (OBN - do inglês *Ocean Bottom Node*), e uma anomalia gaussiana de 2.5% de aumento na velocidade para representar mudanças no modelo ao longo do tempo. Foram avaliados os cinco esquemas de FWI *Time-Lapse* mais comumente utilizados na literatura em diferentes cenários de não-repetibilidade, sendo estes os esquemas de diferenças paralela, sequencial, dupla diferenças, diferenças centrais e diferença ponderada. O trabalho buscou entender como a variação na razão do sinal em relação ao ruído (SNR - do inglês *Signal to Noise Ratio*), variação do posicionamento de fontes e receptores ao longo do tempo e variação da velocidade da coluna d'água podem se comportar para a qualidade do modelo de diferenças final. Em todos os casos o modelo de diferenças temporais é calculado a partir da subtração do modelo base para o de monitoramento. O estudo demonstrou que esquemas de FWI *Time-Lapse* podem detectar pequenas variações no modelo. Os métodos de FWI *Time-Lapse* apresentaram diferentes resultados para as NRs estudadas, sendo o modelo de diferenças centrais o que obteve maior estabilidade na produção de modelos de lapso temporal e, como tal, apresenta-se como uma estratégia promissora para implementação em estudos de lapso temporal nas regiões de pré-sal brasileiras.

**Palavras-chave:** Inversão *Time-Lapse*; Pré-sal Brasileiro; Nós de Fundo Oceânico (OBN); Diferenças Centrais; Monitoramento Sísmico.

# Abstract

HOCHWART, Brenno. **Comparative Study of Time lapse Full Waveform Inversion techniques in a typical Brazilian Pre-Salt reservoir using OBN geometry.**

Monography, Fluminense Federal University. Niterói, p. 87. 2023.

This monograph presents a comparative study of Full-Waveform Inversion (FWI) in a time-lapse context, specifically focusing on the typical deep-water pre-salt conditions in Brazil. Using a realistic P-wave model, ocean-bottom nodes (OBN) acquisition, and a 2.5% Gaussian anomaly for velocity increase as the production anomaly, we assessed five common time-lapse FWI schemes under varying non-repeatability scenarios (e.g., SNR variations, changes in source/receiver positioning and water column velocity fluctuations). The two primary schemes, parallel and sequential time-lapse FWI, involve independent FWI processes from the same initial model using baseline and monitoring datasets while the other 3 are combination of those. The study revealed the ability of all schemes to detect model variations, with the central-difference time-lapse FWI method demonstrating superior stability in producing time-lapse models, promising for implementation in Brazilian pre-salt regions.

**Keywords:** Time-Lapse Inversion; Brazilian pre-salt; Ocean Bottom Nodes (OBN); Central Differences; Seismic Monitoring.

# Lista de ilustrações

Figura 1 – Representação visual dos tipos de onda. . . . .	21
Figura 2 – Representação visual dos módulos elásticos. . . . .	23
Figura 3 – Esquema de representação da sísmica temporal. . . . .	26
Figura 4 – Esquema de representação do método adjunto. . . . .	32
Figura 5 – Imagem dos modelos utilizados como verdadeiros nos experimentos numéricos. . . . .	37
Figura 6 – Imagem do modelo utilizado como os inicial nos experimentos numéricos de inversão. . . . .	38
Figura 7 – Imagem da <i>wavelet</i> de Ricker e seu espectro de amplitudes. . . . .	39
Figura 8 – Figura contendo os sismogramas com adição de ruído referente ao modelo base. . . . .	41
Figura 9 – Figura contendo a distribuição das NRs de posicionamento. . . . .	42
Figura 10 – Figura contendo a distribuição das NRs de posicionamento. . . . .	42
Figura 11 – Figura contendo a variação da NR de posicionamento em relação à posição do tiro. . . . .	43
Figura 12 – Figura do perfil de velocidade da onda-P na camada d'água. . . . .	44
Figura 13 – Fluxograma das FWI. . . . .	45
Figura 14 – Fluxograma das inversões <i>Time-Lapse</i> . . . . .	46
Figura 15 – Figura do modelo real, inicial e recuperado . . . . .	48
Figura 16 – Gráfico da Função Objetivo . . . . .	49
Figura 17 – Figura de comparação entre os métodos propostos para a inversão partindo do modelo base real. . . . .	50
Figura 18 – Figura de comparação entre os métodos propostos para a inversão partindo do modelo suavizado inicial. . . . .	51
Figura 19 – Gráfico do Coeficiente de Correlação de Pearson para a inversão vinda do base real e do modelo inicial . . . . .	52
Figura 20 – Figura de comparação entre os métodos propostos para a NR relacionada ao nível de ruído com 30 dB de SNR. . . . .	53
Figura 21 – Figura de comparação entre os métodos propostos para a NR relacionada ao nível de ruído com 20 dB de SNR. . . . .	54
Figura 22 – Figura de comparação entre os métodos propostos para a NR relacionada ao nível de ruído com 10 dB de SNR. . . . .	55
Figura 23 – Figura de comparação entre os métodos propostos para a NR relacionada ao nível de ruído com 05 dB de SNR. . . . .	56

Figura 24 – Gráfico do Coeficiente de Correlação de Pearson para a variação de SNR . . . . .	57
Figura 25 – Figura de comparação entre os métodos propostos para a NR relacionada ao posicionamento. . . . .	58
Figura 26 – Figura de comparação entre os métodos propostos para a NR relacionada ao erro de posicionamento. . . . .	59
Figura 27 – Gráfico do Coeficiente de Correlação de Pearson para a variação de posicionamento e erro de medida . . . . .	60
Figura 28 – Figura de comparação entre os métodos propostos para a NR relacionada ao perfil d'água. . . . .	61
Figura 29 – Figura de comparação entre os métodos paralelos com o perfil de velocidades real e fixo como modelo base. . . . .	61
Figura 30 – Gráfico do Coeficiente de Correlação de Pearson para a variação do perfil de velocidades da camada d'água . . . . .	62
Figura 31 – Gráfico do Coeficiente de Correlação de Pearson para todos os experimentos . . . . .	63

# Lista de tabelas

Tabela 1 – Tabela da variação das propriedades acústicas. Adaptado de Johnston (2013) . . . . .	28
Tabela 2 – Tabela de parâmetros para os dados calculados. . . . .	39

# Lista de abreviaturas e siglas

UFF	Universidade Federal Fluminense
GGO	Departamentode Geologia e Geofísica
GISIS	Grupo de Imageamento e Inversão Sísmica
UFRN	Universidade Federal do Rio Grande do Norte
PoliTo	Politecnico di Torino
NR	Não-Repetibilidade
SNR	Razão sinal-ruído, do inglês <i>Signal to Noise Ratio</i>
FWI	Inversão da Forma de Onda Completa, do inglês <i>Full Waveform Inversion</i>
GPU	Unidade de Processamento Gráfica, do inglês <i>Graphics Processing Unit</i>
OBN	Nós de Fundo Oceânico, do inglês <i>Ocean Bottom Nodes</i>
COV	Covariância
VAR	Variância
MDF	Método de Diferenças Finitas
API	Instituto Americano de Petróleo, do inglês <i>American Petroleum Institute</i>

# Lista de símbolos

$\theta$	Ângulo qualquer
$\mu$	Módulo elástico de cisalhamento
$K$	Módulo elástico de compressibilidade
$\rho$	Densidade
$\partial$	Derivada parcial
$\nabla$	Derivadas Parciais
$p$	Pressão
$V$	Volume
$A$	Área
$l$	Largura
$\psi$	Módulo elástico axial
$\tau$	Tensão cisalhante
$\Delta$	Varição
$v_p$	Velocidade da onda compressional
$\phi$	Função objetivo
$\Phi$	Valor de porosidade
$\eta$	Direção de atualização do modelo
$\beta$	Direção de atualização do modelo definida pelos gradientes anteriores
$\Phi$	Valor de porosidade
$m_0$	Modelo inicial
$dB$	Decibel
$Hz$	Hertz
$ms$	milissegundo

# Sumário

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>15</b>
<b>2</b>	<b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b>	<b>19</b>
2.1	Sísmica de Exploração	19
2.2	Ondas Sísmicas	20
2.3	A equação da Onda Acústica em Meios Isotrópicos de densidade constante	23
2.4	Solução da Equação da Onda	24
2.5	Sísmica <i>Time-Lapse</i>	25
2.6	Não-Repetibilidade (NR)	28
2.7	Inversão da Forma de Onda Completa (FWI)	29
2.7.1	Cálculo do Gradiente da Função Objetivo	30
2.7.2	Atualização do Modelo	31
2.8	FWI <i>Time-Lapse</i>	33
<b>3</b>	<b>METODOLOGIA</b>	<b>36</b>
3.1	Modelo de velocidades de um campo típico do pré-sal brasileiro	36
3.2	Modelagem numérica	38
3.2.1	Modelagem dos dados	38
3.2.2	Adição de NRs	40
3.3	Esquemas da FWI	44
3.3.1	Estático no tempo	44
3.3.2	Esquemas de recuperação <i>Time-Lapse</i>	45
3.3.3	Avaliação dos Modelos	47
<b>4</b>	<b>RESULTADOS E DISCUSSÕES</b>	<b>48</b>
<b>5</b>	<b>CONCLUSÃO</b>	<b>64</b>
	<b>REFERÊNCIAS</b>	<b>66</b>
	<b>APÊNDICES</b>	<b>71</b>
	<b>APÊNDICE A – DISCRETIZAÇÃO DA EQUAÇÃO DA ONDA EM MEIO BI-DIMENSIONAL</b>	<b>72</b>
	<b>APÊNDICE B – ASSESSING TIME-LAPSE FULL-WAVEFORM INVERSION STRATEGIES IN A BRAZILIAN PRE-SALT SETTING</b>	<b>75</b>

# 1 Introdução

Os métodos geofísicos são ferramentas de grande importância para o entendimento das estruturas que compõem o planeta por meio das propriedades físicas dos fenômenos associados. Sendo assim, a Geofísica constitui uma área multidisciplinar que incorpora princípios geológicos, físicos, matemáticos e computacionais na análise das estruturas e propriedades dos corpos em estudo. Além disso, torna-se imperativo a aquisição de dados, registrado através de sensores específicos ao fenômeno em investigação, para que seja descrita uma área. Estes dados passam por uma série de processos para melhorar sua qualidade em relação a erros e ruídos inerentes a um experimento real. Por fim, estes buscam reconstruir o modelo que melhor representa as observações e, então, serem devidamente interpretados para fins que vão desde exploração dos recursos naturais até a análise de risco do ambiente estudado.

Dentre os diversos métodos existentes, este trabalho baseia-se no método sísmico, também conhecido como sísmica. É um dos mais amplamente utilizados na indústria, principalmente na exploração de óleo e gás. A sísmica consiste na utilização da resposta de ondas mecânicas produzidas artificialmente por uma fonte sísmica, que se propaga no meio sofrendo fenômenos ondulatórios (e.g. refração, reflexão, transmissão e difração) e que são, posteriormente, registradas por sensores, também conhecidos como receptores. Em seguida, o dado é submetido por uma sequência de processos matemático-computacionais (e.g. filtragens, correção de estática, empilhamento) para que possa mitigar os efeitos de sinais não desejados (ruídos) e, posteriormente, produzir uma imagem de subsuperfície (Sheriff; Geldart, 1995). Além disso, o monitoramento sísmico ao longo do tempo, mais conhecido por monitoramento *Time-Lapse*, tem sido empregado como forte aliado da otimização da produção, da eficiência no sequestro de carbono e mitigação de riscos da exploração. Isso porque as variações oriundas da produção, como a mudança na saturação de fluídos e pressão na rocha alvo, conseqüentemente alteram as propriedades elásticas da mesma e, como resultado, manifestam-se como mudanças no sinal registrado na aquisição de monitoramento (monitor) em comparação a uma aquisição anterior (base) na mesma área (Lumley; Behrens, 1998; Johnston, 2013).

Entretanto, os campos ultraprofundos e de geologia complexa como o do pré-sal brasileiro ainda apresentam grandes desafios inerentes à região. Quer dizer, a baixa diferença de amplitude entre duas aquisições espaçadas no tempo (sinal *Time-Lapse*) esperada das rochas reservatório carbonáticas é extremamente comprometida pelas mudanças não relacionadas ao reservatório. Isto é, novas plataformas na região, diferentes condições de clima, deslocamento dos receptores entre as diferentes aquisições que provocam efeitos de NRs, distorcendo o sinal *Time-Lapse*. Portanto, as fontes de ruídos para o sinal *Time-Lapse* provocam efeitos de não-repetibilidades (NRs) nocivas à qualidade do dado registrado.

Aquisições de sísmica marinha habitualmente são adquiridas utilizando uma configuração tipo *Streamer*, quando os receptores são rebocados em longos cabos por um navio. Devido a sua natureza de baixa iluminação sísmica, o monitoramento sísmico através desta configuração também possui sua repetibilidade prejudicada. Este problema está diretamente associado a adversidades da inversão e indiretamente aos efeitos das NRs. Verifica-se, também, que grande parte dos esforços do processamento *Time-Lapse* está em mitigar os efeitos não relacionados às mudanças no reservatório, geralmente causadas pelas NRs (Rickett; Lumley, 2001; Kiyashchenko et al., 2020). Assim sendo, o uso de nós de fundo oceânico (OBNs - do nome em inglês *Ocean Bottom Nodes*) ajudam a mitigar os efeitos das NRs pela flexibilidade de posicionamento, possuir alta iluminação azimutal, espectro com maior razão sinal-ruído (SNR) nas baixas frequências, capacidade de gravar longas distâncias (*offsets*) e estar em um ambiente mais silencioso de ruídos ambientais. As vantagens dessa tecnologia também contribuem para a boa construção do modelo de velocidades através da Inversão de Forma de Onda Completa (FWI, do seu nome em inglês *Full Waveform Inversion*) (Cypriano et al., 2019).

A FWI é um método de inversão que utiliza toda a informação contida no sismograma para a recuperação dos parâmetros físicos de subsuperfície. Seu problema direto relaciona a resolução da equação da onda para todos os pontos do modelo, em todos os instantes de tempo o que a faz, conseqüentemente, considerar todos os campos de onda (forma de onda completa, ou, do inglês, *full waveform*) como parte do problema. Este é, então, diferente de problemas de tomografia, que utiliza de métodos assintóticos ou de traçado de raios, aproximações desta solução. A sua sensibilidade ao modelo inicial pelo problema restritivo do salto de ciclo a faz, geralmente, utilizar em seu passo inicial o modelo resultante de tomografias com as

propriedades macro-escala (de longos períodos) do meio (Hu et al., 2018). Como resultado, obtêm-se atualizações no modelo de propriedades físicas do meio, que minimiza de forma não-linear a diferença entre o dado observado e o modelado (Carcione; Herman; Kroode, 2002; Virieux; Operto, 2009; Virieux et al., 2017).

Sendo assim, a FWI no contexto *Time-Lapse* aparece na literatura como interessante ferramenta para recuperar diretamente diferenças com significado físico (Asnaashari et al., 2015; Yang et al., 2015; Zhou; Lumley, 2020; Zhou; Lumley, 2021a; Zhou; Lumley, 2021b). Aliás, destaca-se a sua capacidade mesmo em meios complexos, haja vista que os métodos convencionais de interpretação *Time-Lapse*, em sua maioria, baseiam-se em aproximações lineares das alterações no sinal sísmico em relação às mudanças nas propriedades de reservatório, que falham em situações cuja geologia é não trivial (Lumley; Behrens, 1998).

Portanto, o presente trabalho motiva-se no estudo do potencial e das limitações relacionadas ao uso desta técnica em um típico reservatório do pré-sal brasileiro. Destaca-se principalmente as implicações para o aumento da segurança operacional e a redução de custos associados à perfuração ao obter mais uma fonte de informações para o leque decisório. Acrescenta-se também todo o aprendizado viabilizado pelo desenvolvimento dos algoritmos envolvidos nos processos de modelagem e inversão no ponto de vista físico e computacional dos métodos geofísicos.

O objetivo deste trabalho é avaliar as limitações de sensibilidade deste método em relação aos efeitos de NRs inerentes das aquisições sísmicas. Afinal, diferente dos métodos de monitoramento tradicionais, a FWI transforma o problema para o domínio do modelo, que é discretizado de forma regular, e sua inversão é não-linear, cabendo então entender os efeitos de NRs neste modelo. Ainda cabe ressaltar que a FWI *Time-Lapse* é capaz de lidar melhor com ruídos e efeitos de NRs do que o fluxo tradicional em tempo (Hicks et al., 2016). Assim, será feito o uso de modelagens sintéticas e FWI através de algoritmos próprios em uma única unidade de processamento gráfico (GPU). O modelo de velocidades utilizado é baseado em um reservatório típico do pré-sal brasileiro, com uma camada d'água de aproximadamente 2 km, corpo de sal extenso e mudanças no reservatório esperadas de baixa porcentagem. Por fim, o estudo será feito para cada NR separadamente, em escala crescente de desvio da situação ideal, partindo do caso perfeito até a simulação do caso real, onde há a junção de todos os efeitos de NR no dado. Por último, no que tange as comparações, será feita a discussão

qualitativa dos resultados obtidos, alicerçados pela análise do fator de correlação de Pearson.

Esta monografia é composta por mais quatro capítulos, sendo este o da introdução. O primeiro que se segue é intitulado por Revisão Bibliográfica. Será nele descrito toda a literatura necessária para o desenvolvimento das ideias empregadas aqui. Aqui o leitor será introduzido aos conceitos da propagação da onda sísmica no meio, da técnica da FWI, dos métodos para extração de modelos de informação *Time-Lapse* e a métrica para comparação dos resultados utilizados no estudo.

Já no segundo capítulo discorro sobre a metodologia abordada neste trabalho. Apresenta-se o modelo utilizado, bem como considerações sobre sua região geológica. Também descrevo sobre os parâmetros utilizados para a simulação do cenário *Time-Lapse*. É juntamente retratado os fluxos de modelagem sintética, manipulação do dado observado com a NR analisada e inversão dos modelos base e monitor para a obtenção da resposta *Time-Lapse* recuperada. Conjuntamente, apresentarei as especificações numéricas, tal qual os algoritmos empregados.

No terceiro capítulo, os resultados obtidos empregando a metodologia para os parâmetros testados serão exibidos. Além disso, neste capítulo há a discussão sobre os resultados obtidos em relação as capacidades e limitações da técnica estudada.

O último capítulo é encarregado pela conclusão do trabalho, revisitando as expectativas em relação aos resultados finais, com proposições e considerações de futuros trabalhos a serem realizados na área.

## 2 Revisão Bibliográfica

Para o entendimento deste trabalho, este capítulo tem como objetivo expor a teoria necessária para os conceitos da metodologia. Busca-se dar ao leitor uma sucinta introdução aos temas bases do trabalho, explicando a matemática necessária, mesmo que não de forma aprofundada, para que ele consiga acompanhar as discussões dos capítulos que seguem. São sugeridas importantes referências para explicações mais detalhadas.

### 2.1 Sísmica de Exploração

A sísmica de exploração traz valiosa informação sobre as condições das rochas em subsuperfície. Este método, quando alicerçado na informação complementar de outros métodos, pode entregar o entendimento estrutural e composicional da geologia estudada. Sheriff e Geldart (1995) comentam que seus limites são alcançados antes mesmo de qualquer ambiguidade, pois indicações mais precisas podem ser obtidas através de outros métodos, como a perfuração de um poço. Entretanto, Cypriano et al. (2019) cita a importância econômica deste método em reservatórios profundos e complexos como os do pré-sal brasileiro, ao passo que a operacionalidade de uma perfuração nesta região é acompanhada de altos custos.

A sísmica de exploração, tanto quanto a sismologia, valem-se da propriedade dos corpos resistirem a força aplicada sobre eles. Na primeira, uma fonte de energia artificial provoca a propagação de ondas pelo meio enquanto que, na segunda, são aproveitadas as ondas originadas pelas movimentações de eventos naturais, como terremotos. Em ambos os casos são registradas as ondas que viajaram pelas rochas por estações chamadas receptores, equipamentos capazes de detectá-las (i.e. hidrofones, geofones e acelerômetros). O tempo de trânsito esperado é intimamente relacionado a capacidade que o meio possui de se deformar e retornar ao seu estado inicial. A teoria da elasticidade relaciona tal deformação sentida ao serem aplicadas forças externas e ao regressar para seu estado prévio no cessar das forças. Compete, portanto, à interpretação das variações de amplitude, fase e frequência do sinal obtido,

a fim de discernir as propriedades físicas das rochas, bem como as estruturas geológicas que constituem o subsolo (Telford; Geldart; Sheriff, 1990; Sheriff; Geldart, 1995).

## 2.2 Ondas Sísmicas

A energia gerada por um fenômeno natural ou fonte artificial percorrem de alguma forma o meio. Assim, as parcelas de energia que viajam distanciando-se da origem são chamadas de ondas sísmicas. Estas, exceto na vizinhança de sua fonte, são comumente assumidas de causar deformações puramente elásticas. Dessa forma, a velocidade de espalhamento da onda está relacionada aos parâmetros elásticos e densidade do meio por onde passam (Kearey; Brooks; Hill, 2002). Pode-se realizar a seguinte relação:

$$v = \left[ \frac{\text{Módulo elástico do material}}{\text{densidade do material } \rho} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (2.1)$$

Nesse contexto, há dois importantes tipos de ondas sísmicas: Ondas de corpo e ondas de superfície. O primeiro relaciona a propagação em relação ao volume interno do sólido e pode ser classificada em compressionais ou cisalhantes. Estas duas classificações também são usualmente chamadas de ondas-P ou ondas-S, relacionadas ao fato de serem usualmente os primeiros (P) e segundos (S) eventos observados ao estudar os abalos sísmicos. O movimento provocado pelas ondas-P e S tem caráter oscilatório, um na direção de propagação (Figura 1a) e a outra perpendicular a esta (Figura 1b). Já as ondas de superfícies são aquelas que sua propagação se dá pela fronteira do sólido. Estas ocorrem como consequência da não homogeneidade do meio, podendo ser então entendidas como uma interferência das ondas de corpo anteriormente mencionadas nesta condição, sendo chamadas de Love (Figura 1c) e Rayleigh (Figura 1d) (Sheriff; Geldart, 1995).

A teoria da elasticidade relaciona, portanto, a deformação sentida com a força externa aplicada através dos conceitos de tensão e deformação. Assim, a partir do balanceamento das forças externas e internas sobre a área em qualquer superfície de um corpo tem-se a medida da tensão, decomposta em tensão normal (aquela

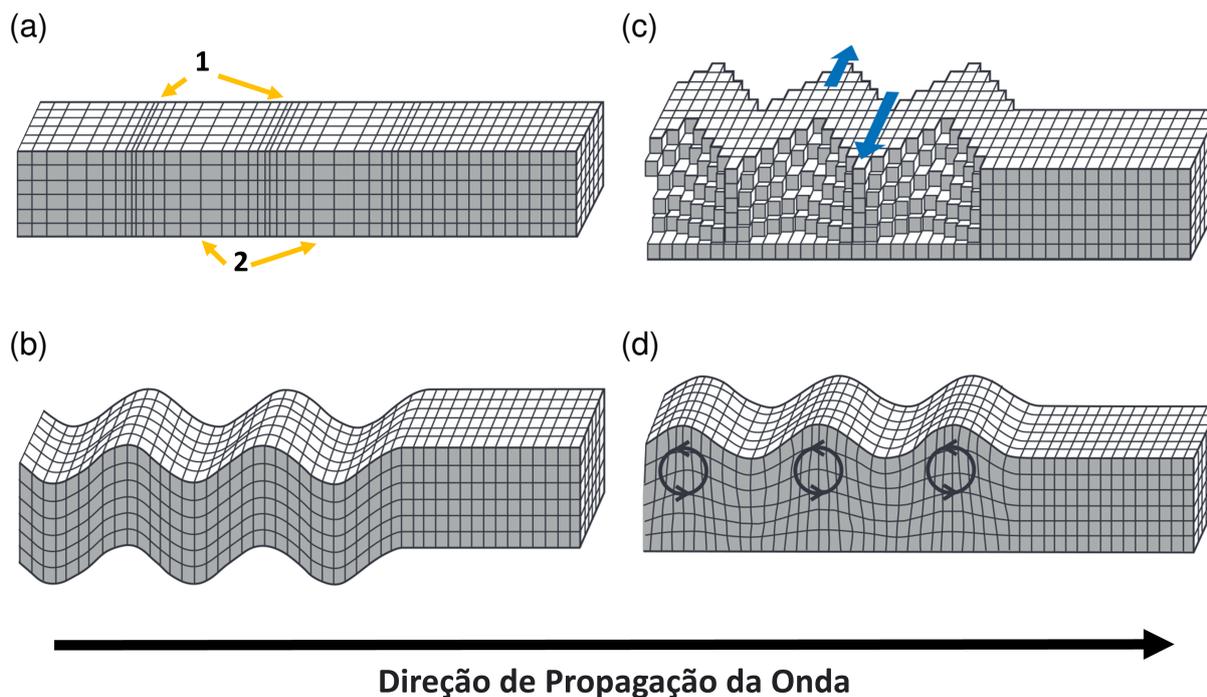


Figura 1 – Representação visual dos tipos de onda. Em (a) temos a onda-P, (b) a onda-S, (c) onda Love e (d) onda Rayleigh. Em 1 e 2 podemos ver o efeito de compressão e dilatação ao passar da onda, respectivamente. Fonte: Adaptado de Santos, Catapang e Reyta (2019)

perpendicular à superfície) ou tensão cisalhante (aquela paralela à superfície). Além disso, o corpo sobre tensão sofre alterações em seu formato e/ou tamanho que, caso a tensão seja pequena o suficiente para o corpo suportar-la sem sofrer deformações permanentes (limite de elasticidade), são diretamente proporcionais, de acordo com a lei de Hooke (Kearey; Brooks; Hill, 2002). Em suma, a proporcionalidade é dada por uma relação linear expressa pelos módulos elásticos. São de particular interesse para os estudos de geologia os módulos de Young ( $E$ ), incompressibilidade ou *Bulk* ( $K$ ), cisalhamento ( $\mu$ ) e axial ( $\psi$ ), que relacionam o tipo de deformação com a tensão sofrida.

Posto isto, o módulo de *Bulk* pode ser entendido como a medida de incompressibilidade de certo volume de um material quando sujeito à tensões hidrostáticas. Em outras palavras, este módulo relaciona a resistência do corpo à variações de volume causadas por uma tensão que não provoca cisalhamento, na qual

esta relação pode ser vista em um cubo conforme a Figura 2a e descrita por:

$$K = \frac{p}{\Delta V/V}, \quad (2.2)$$

sendo  $V$  o volume,  $\Delta V$  a sua variação e  $p$  a pressão aplicada. Enquanto isso, o módulo de cisalhamento nos traz a informação da resistência do material à tensão de cisalhamento, observada na Figura 2(b) e dada por:

$$\mu = \frac{\tau}{\tan\theta}, \quad (2.3)$$

com  $\tau$  sendo a tensão cisalhante. Paralelamente, o módulo axial define o antagonismo do corpo a uma tensão longitudinal, no caso onde há deformação apenas na mesma direção da tensão aplicada, visto em 2c e determinado por:

$$\psi = \frac{F/A}{\Delta l/l}, \quad (2.4)$$

Por fim, sabendo que a onda-P é composta de deformações (compressão e dilatação) uniaxial, é possível definir a velocidade da onda-P ( $v_p$ ) ao aplicar a eq. 2.4 na eq. 2.1 de forma que:

$$v_p = \left[ \frac{\psi}{\rho} \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (2.5)$$

sabendo que qualquer constante elástica isotrópica pode ser escrita em termo de duas outras:

$$\psi = K + 4/3\mu, \quad (2.6)$$

obtém-se então a usual representação da velocidade da onda-P no meio geológico relacionada a seus módulos elásticos  $K$  e  $\mu$ :

$$v_p = \left[ \frac{K + 4/3\mu}{\rho} \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (2.7)$$

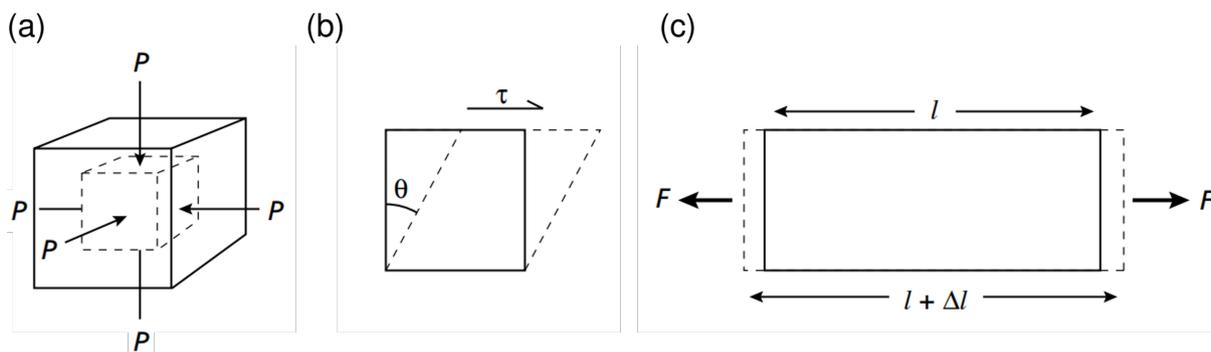


Figura 2 – Representação visual dos módulos elásticos. Em (a) é representado o módulo de Bulk ( $k$ ), (b) o de cisalhamento ( $\mu$ ) e (c) o axial ( $\psi$ ). Fonte: Adaptado de Kearey, Brooks e Hill (2002).

## 2.3 A equação da Onda Acústica em Meios Isotrópicos de densidade constante

O experimento numérico do fenômeno ondulatório é fundamental para a geofísica. Ainda, no caso da sísmica de exploração é usualmente utilizada a sua aproximação acústica, em que somente as ondas compressoriais são levadas em consideração. Como grande parte dos esforços para simulações são, ainda, relacionados ao custo computacional, usar esta forma aproximada se faz interessante por manter certa fidedignidade ao sinal observado com uma menor complexidade numérica.

A literatura apresenta diversas abordagens para a formulação da lei física que rege o problema. Estas são notadamente dadas através da simplificação das equações que ou governam a conservação do momento em um volume infinitesimal perturbado (Sheriff; Geldart, 1995; Fichtner, 2010), da Teoria de Campo Escalar Generalizado (BULCÃO, 1999) ou da Equação de Navier (GRAFF, 1975, apud Bulcão, 2004). Vale ressaltar que este trabalho não se propõe a deduzir a equação da onda ou sua aproximação acústica. A demonstração da discretização espaço-temporal da equação no contexto específico deste estudo é um trabalho secundário, tratado em sua sessão própria no apêndice. Recomenda-se a consulta aos trabalhos anteriormente mencionados para obter uma descrição detalhada dessas abordagens. A equação da onda para um meio isotrópico com densidade constante é então definida por:

$$\nabla^2 p_s(\vec{x}, t) - \frac{1}{v_p^2(\vec{x})} \frac{\partial^2 p_s(\vec{x}, t)}{\partial t^2} = f_s(\vec{x}_s, t), \quad (2.8)$$

em que o operador  $\nabla$  representa um operador diferencial vetorial, sendo este o operador

de derivadas parciais espaciais neste trabalho,  $p_s$  denota o campo de onda propagado e  $f_s(\vec{x}_s, t)$  é a fonte sísmica  $s$  disparada na posição  $\vec{x} = \vec{x}_s$ , com  $\vec{x}$  e  $0 \leq t \leq T$  representando, respectivamente, a coordenada espacial e o tempo, onde  $T$  é o tempo máximo de registro.

## 2.4 Solução da Equação da Onda

Uma vez que a Equação de Onda não apresenta uma solução analítica para meios heterogêneos, torna-se imperativo empregar um método numérico eficiente para resolver a equação 2.8. Carcione, Herman e Kroode (2002) em seu trabalho citam 3 categorias de métodos capazes de tal feito, sendo estas: Diretos, integrais e baseados no traçamento do raio. Das categorias de solução numérica apresentadas pelos autores, aquele que melhor se aproxima a necessidade deste trabalho está dentro dos diretos, já que são capazes de reproduzir todos os campos de onda.

O computo numérico da eq. 2.8 só é possível através da discretização das variáveis temporais e espaciais. A partir da discretização da onda acústica bi-dimensional que os pontos de nó de uma malha é relacionado com a velocidade da onda-P no meio e o campo de pressão, convencionando-se a notação de um campo discretizado utilizando o campo de pressão como exemplo:  $p(x, y, t) \rightarrow p(x_i, z_j, t_k) = p_{i,j}^k$ .

Então, o método das diferenças finitas (MDF) fora o escolhido neste trabalho para resolução da Equação da Onda (Carcione; Herman; Kroode, 2002; Virieux et al., 2012; Schuster, 2017). A fundamentação do MDF é reside na substituição das derivadas parciais por aproximações fundamentadas na expansão truncada da série de Taylor. A obtenção da equação da onda discretizada pode ser observada no A.

Algumas particularidades surgem ao definir um ambiente finito e numérico para simular o fenômeno físico. Inicialmente, a transição de um domínio contínuo e infinito para o discreto finito resulta na criação de condições de contorno artificialmente reflexivas, uma limitação imposta pelos recursos computacionais disponíveis. Diversas abordagens para contornar esse problema estão disponíveis na literatura, sendo recomendadas algumas referências, como Fichtner (2010), Schuster (2017) e Dolci et al. (2022). Outro aspecto crucial para o MDF é o critério de estabilidade, discutido em Lines, Slawinski e Bording (1999) como a condição que impede a dispersão numérica

que degrade a solução por conta das aproximações realizadas pelo método. Este critério determina que a velocidade de propagação numérica deve ser menor do que aquela real e coincide com a chamada condição de Courant-Friedrichs-Lewy (CFL) de uma dimensão, determinada através desta relação para N dimensões espaciais:

$$\frac{1}{\sqrt{N}} > \frac{v_p \Delta t}{h}. \quad (2.9)$$

## 2.5 Sísmica *Time-Lapse*

A sísmica *Time-Lapse* faz parte do processo de monitoramento do reservatório ao longo do tempo. Inicialmente, é estabelecida como a base referencial a aquisição sísmica realizada como a etapa preliminar à produção do reservatório ou de iniciativas destinadas à melhoria do processo de recuperação. Subsequentemente, uma segunda aquisição sísmica é conduzida preferencialmente com as mesmas configurações após um período de exploração, sendo o tempo definido dependente da recuperabilidade do reservatório, caracterizando-a como a aquisição monitora. Desta forma, como a distancia temporal entre aquisições em relação ao tempo geológico é muito curta, não é esperada grande mudança da geometria dos corpos e composição da subsuperfície, o que leva a avaliação das diferenças proporcionar informações sobre as modificações ocorridas no reservatório em decorrência da movimentação e substituição dos fluidos (Johnston, 2013). A informação é então utilizada para mapear, principalmente, os fluidos injetados, a identificação de compartimentos de pressão e o mapeamento do escoamento e barreiras de conectividade, ajudando então no planejamento da melhor recuperabilidade do reservatório (Lumley; Behrens, 1998).

A Figura 3 exemplifica visualmente a premissa do método. As alterações da subsuperfície podem ser visualizadas através da mudança de cor na camada do reservatório, representando a mudança de uma propriedade física. No sismograma em (c) há o resultado da simulação da aquisição nestes modelos. É importante notar que, mesmo nesse cenário controlado, as diferenças são mínimas entre os traços, sendo apenas presente uma pequena variação na amplitude e no tempo de chegada dos evento relacionados ao reservatório.

A determinação da possibilidade da variação na sísmica devido à produção é

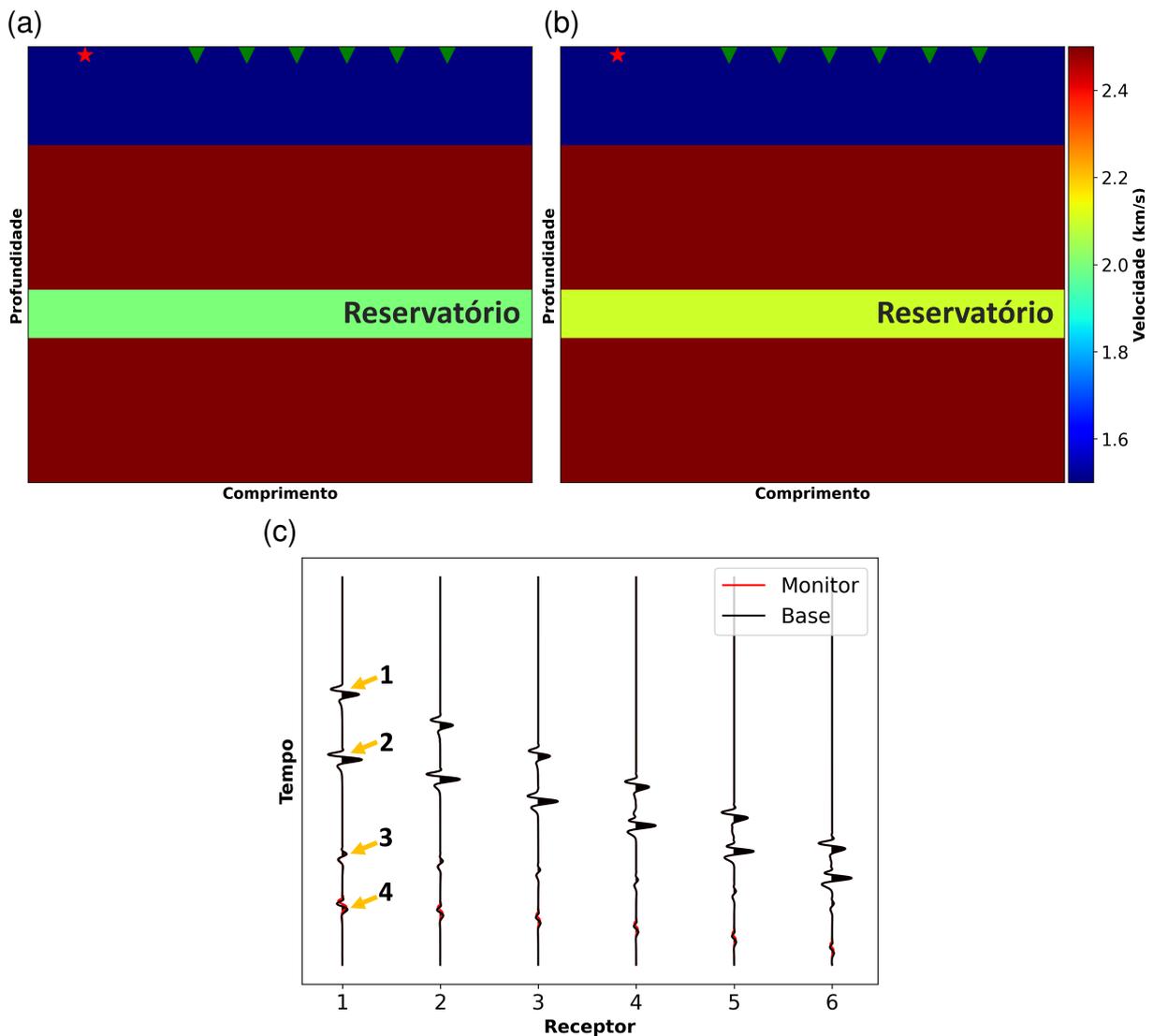


Figura 3 – Esquema de representação da sísmica *time-lapse*. Esta é uma representação em camadas plano paralelas da sísmica *time-lapse*. Em (a) há o reservatório antes de qualquer produção. Em (b) há representado a mesma configuração em um lapso temporal diferente. A estrela representa a fonte e os triângulos os receptores. O sismograma (c) representa a resposta para a propagação e registro de ondas acústicas nesse sistema. Os eventos indicados pelos números 1, 2, 3 e 4 são relativos à onda direta, ao fundo do mar, entrada e saída no reservatório, respectivamente. Fonte: O autor, inspirado em Johnston (2013).

a relação dos seus módulos elásticos com a densidade do material determina a velocidade da onda naquele meio, como visto na eq. 2.7. Ademais, os fluidos não possuem a capacidade de resistir ao cisalhamento, o que faz o módulo  $\mu$  se manter constante e, então, a informação de uma onda cisalhante ser relativamente insensível à produção. Logo,  $\mu$  tomar valor de zero na aproximação acústica não seria problema para a avaliação das mudanças ao longo do tempo.

Sendo assim, a equação de Gassmann permite entender as propriedades elásticas das rochas saturadas como a interação das propriedades da rocha seca, de sua matriz mineralógica e as do fluido. Essa relação se dá como

$$\frac{K_{sat}}{K_s - K_{sat}} = \frac{K_{seca}}{K_s - K_{seca}} + \frac{K_f}{\Phi(K_s - K_f)}, \quad (2.10)$$

$$\rho_{sat} = (1 - \Phi)\rho_{seca} + \Phi\rho_f,$$

onde o subscrito *sat* refere-se à rocha saturada, *seca* à rocha seca, *s* à matriz mineralógica e *f* ao fluido. O parâmetro  $\Phi$  é relacionado ao volume poroso da rocha. No entanto, é crucial levar em conta que, para a validade dessa relação, algumas suposições essenciais são impostas ao meio, sendo elas:

- As rochas são isotrópicas e homogêneas;
- As partículas da rocha são formados por um único mineral. Apesar disso, a variabilidade pode ser lidada pela média dos parâmetros;
- O fluido que constitui o volume poroso das rochas é único. Todavia, assim como a variabilidade de minerais, essa pode ser contornada ao utilizar alguma forma de média entre os possíveis constituintes, geralmente composto por gás, óleo e água (Wood, 1995 apud Johnston, 2013, Han; Sun; Liu, 2013).

O terceiro tópico abordado acima define, então, a capacidade da averiguar os efeitos da substituição dos constituintes do fluido.

Além disso e apesar das aproximações, Silva et al. (2020) demonstra que estas relações são válidas para um reservatório do pré-sal brasileiro.

Além disso, a variação do módulo de incompressibilidade do fluido e sua densidade resulta das alterações na densidade e temperatura causadas pelo processo de produção. Essa interdependência é exemplificada por regressões empíricas ou descrita pelas equações de estado regidas pelas leis da termodinâmica, embora não seja objetivo deste estudo apresentar uma demonstração detalhada dessas relações. A tabela subsequente destaca as consequências do aumento em algumas, embora não todas, propriedades do fluido em suas propriedades acústicas:

<sup>1</sup> A propriedade da gravidade é definida como uma medida relativa de um fluido em relação a outro. No contexto dos gases de hidrocarbonetos, a densidade é expressa como a razão entre a massa molecular do gás e a massa molecular do ar. No caso do óleo, a representação é frequentemente realizada através da escala de densidade relativa desenvolvida pelo *American Petroleum Institute* (API) em graus, comparando a densidade de diferentes óleos.

Tabela 1 – Tabela da variação das propriedades acústicas. Adaptado de Johnston (2013)

Constituinte do Fluido	Propriedade	Densidade	Velocidade
Gás	Pressão Temperatura Gravidade <sup>1</sup>	Aumento Diminuição Diminuição	Aumento Diminuição Aumento
Óleo	Pressão Temperatura Gravidade <sup>1</sup> Razão Gás/Óleo	Aumento Diminuição Diminuição Diminuição	Aumento Diminuição Diminuição Diminuição
Água	Pressão Temperatura Salinidade	Aumento Diminuição Aumento	Aumento Pequeno Aumento Aumento

## 2.6 Não-Repetibilidade (NR)

A presença de erros em medidas é uma característica inerente ao próprio processo de medição. Apesar do simples exemplo exposto no capítulo anterior, as variações observadas nos processos reais nem sempre são resultantes apenas da interferência antrópica em subsuperfície. Na verdade, apesar dos esforços na busca por maior repetibilidade entre as aquisições, toda e qualquer variação ocorrida durante a aquisição e processamento é potencialmente uma Não-Repetibilidade (NR).

O inevitável fato das NRs trazem um considerável efeito deletério nos métodos de lapso temporal. As mudanças esperadas no reservatório são de pequena magnitude, especialmente em reservatórios carbonáticos rígidos como os encontrados no pré-sal brasileiro (Cruz et al., 2021). Consequentemente, o sinal desejado acaba confundindo-se com ruídos *Time-Lapse* gerados pelas diferenças na geometria de aquisição (como variações no posicionamento da fonte ou receptor) condições ambientais (como condições de maré, variações da temperatura e velocidade da camada d'água) ou níveis de ruído ambientais ou gerados pela fonte.

É visto por Gherasim, L'Heureux e Lorenzo (2016), ao avaliar os efeitos de não-

repetibilidade, que a velocidade da coluna d'água trazem maiores efeitos de NRs. Além disso, Kiyashchenko et al. (2020) e Borges et al. (2022) mostram em seus estudos de caso a importância de ajustar as colunas d'água em aquisições através de OBNs.

## 2.7 Inversão da Forma de Onda Completa (FWI)

O problema da FWI é descrito como todo problema inverso. Sua formulação permite a estimativa de um conjunto de parâmetros que melhor explicam o fenômeno observado quando a inferência direta dessas causas é inacessível de maneira explícita. Neste caso específico, entende-se como causa os parâmetros físicos do meio no qual ocorreu a propagação das ondas emitidas por uma fonte e registradas nos receptores. Em outras palavras, o objetivo é determinar os parâmetros (coeficientes) da equação da onda que descrevem esse sistema.

O problema direto relaciona um conjunto de parâmetros  $\mathbf{m}$  que passam por uma lei  $L$ , dada por equações governantes do sistema, e o conjunto de dados  $d$  resultante através da seguinte relação:

$$L(\mathbf{m}) = d \quad (2.11)$$

Assim, no caso da FWI em sua aproximação acústica, a lei  $L$  é o operador que resolve a equação da onda. Esta é governada pelo operador de d'Alembert, regido pela equação 2.8 e dá a relação do dado  $d = p_s(\vec{x}_r, t)$  com o modelo físico. É importante notar que, com a aproximação acústica do fenômeno ondulatório, o parâmetro  $m$  relaciona-se com a velocidade da onda  $P$  no meio. Neste trabalho escolheu-se parametrizar  $m$  pela vagarosidade, ficando  $\mathbf{m} = 1/v_p$ .

Entretanto, resolver o problema inverso explicitamente, de modo que:

$$L^{-1}(d) = \mathbf{m} \quad (2.12)$$

onde  $(.)^{-1}$  denota o operador inverso, nem sempre é viável, especialmente no caso da FWI. Desse modo, a estimativa do modelo pode ser resolvida iterativamente a partir de um modelo inicial  $\mathbf{m}_k$  (também chamado de referência) por um vínculo  $f$ :

$$\mathbf{m}_{k+1} = f(\mathbf{m}_k), \quad (2.13)$$

em que  $k$  é o índice que representa a etapa do processo iterativo.

A busca por esse modelo  $\mathbf{m}_{k+1}$  é feita de tal forma que este seja um melhor resultado que seu antecessor. Para tanto, é definida alguma métrica de diferenças entre os dados observados  $d^{obs}$  e calculados  $d^{calc}$  chamada na bibliografia como função erro, objetivo, custo ou energia. Logo, o objetivo, da inversão é diminuir a discrepância entre eles. Assim, a função objetivo pode tomar algumas medidas de similaridade  $\chi$  como métrica de tal forma que:

$$\phi(m) = \chi(d^{obs}, d^{calc}) \quad (2.14)$$

A FWI é comumente formulada como um problema de otimização local, devido ao alto-custo computacional de resolver o problema direto. Isto é, com a direção de busca garantindo a convergência apenas o mínimo local informativo. Adicionalmente, a solução é usualmente obtida de forma iterativa, em um processo no qual a função objetivo é otimizada por meio de métodos baseados no gradiente. Na prática, essa abordagem visa aproximar os dados calculados aos dados observados, perturbando os parâmetros do modelo. Formalmente, este método de inversão é comumente fundamentado nos princípios do método dos mínimos quadrados, visando minimizar o resíduo entre os dados. A sua definição clássica no domínio do tempo se dá como segue:

$$\min_m \phi(m) := \frac{1}{2} \sum_{s,r} \int_0^T \left( \Gamma_{s,r} p_s(m, t) - d_{s,r}(t) \right)^2 dt \quad (2.15)$$

onde  $\Gamma_{s,r} p_s$  e  $d_{s,r}$  representam os dados modelados e observados, respectivamente. O termo  $\Gamma_{s,r}$  é um operador de extração nas posições dos receptores  $r$  da fonte  $s$ . Este termo permite a comparação com o sismograma observado, dado que o campo  $p$  é propagado para todos os pontos do modelo de velocidades. O operador é, então, responsável por gravar as frentes de onda que perpassam a posição do receptor, sendo possível computar os dados modelados de maneira análoga ao registro dos observados.

### 2.7.1 Cálculo do Gradiente da Função Objetivo

O gradiente da função objetivo nos dá a direção de atualização no espaço do modelo. A importância desta matriz na definição do problema de inversão está em regir os ajustes resultantes no modelo inicial. Porém, este é uma das operações de

maior custo computacional na FWI. Isso se deve à necessidade de construir a matriz de sensibilidades, também denominada matriz de derivadas de Fréchet. Assim, a exigência de realizar o problema direto para todo o conjunto de parâmetros do modelo, a cada fonte sísmica na aquisição, torna-o computacionalmente inviável.

Portanto, o Método do Estado Adjunto tem como objetivo construir eficientemente o gradiente. A vantagem ao utilizar esse método decorre da não necessidade de construir explicitamente as derivadas de Fréchet. Tal viabilidade pode ser alcançada por meio do método dos multiplicadores de Lagrange para a minimização de um funcional (ver Plessix (2006) para maior detalhamento). Este assemelha-se ao método de imageamento da migração reversa no tempo proposto por Claerbout (1971). Ambos podem ser entendidos pela correlação cruzada *zero-lag* dos tempos de chegadas entre os campos direto e retropropagado, como mostra a Figura 4. A contribuição da máxima correlação em cada tempo desses dois campos formará a imagem (migração) ou a perturbação no modelo (gradiente) das interfaces associadas.

Então, se as matrizes dos campos propagados e retropropagados são dadas por  $u$  e  $v$ , respectivamente, no passo de tempo  $k$ , define-se como o gradiente baseado no método do estado adjunto a seguinte equação:

$$\nabla\phi(m) = \sum_{k=1}^{n_t} u[k]v_{tt}[k] = J^T\phi(m), \quad (2.16)$$

onde  $n_t$  é o número total de passos de tempo,  $tt$  é o operador de derivada temporal de segunda ordem e  $J$  é o Jacobiano.

## 2.7.2 Atualização do Modelo

O gradiente é fundamental na definição dos próximos passos da atualização de modelo. Entretanto, como este aponta para a direção de maior crescimento de uma função, escolhemos a direção oposta a esta já que o objetivo é minimizar a função objetivo. O próximo passo necessário é determinar o tamanho de passo suficiente que garanta a diminuição da função objetivo. Pode-se entender essa relação genericamente por:

$$\phi(m_k - \alpha_k \nabla\phi(m_k)) < \phi(m_k) \quad (2.17)$$

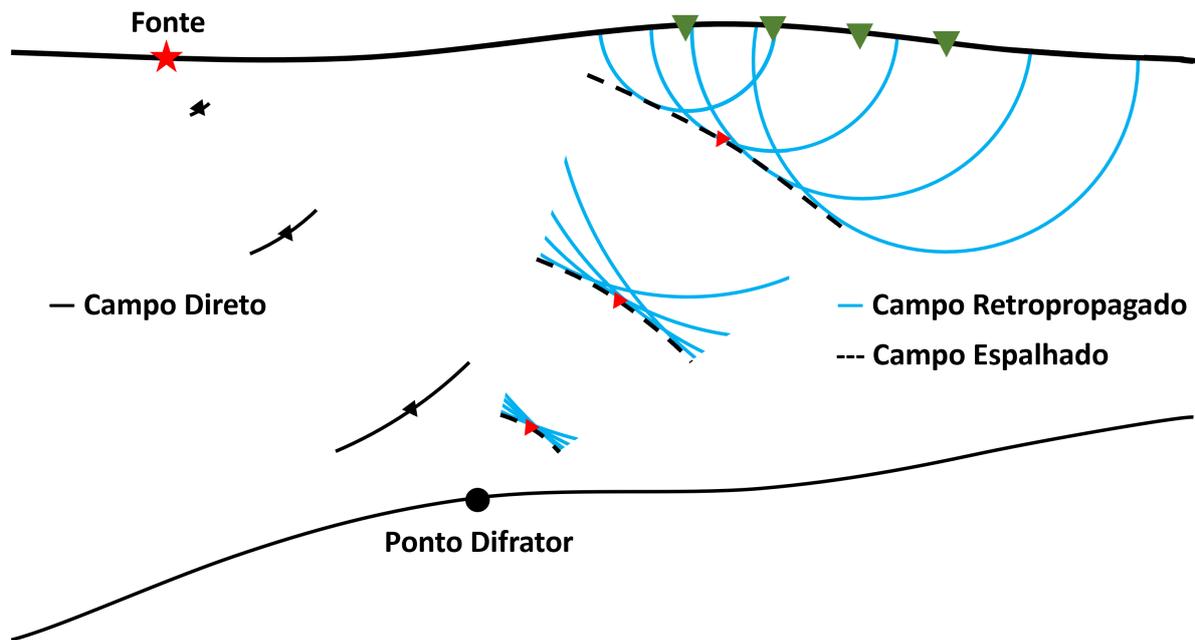


Figura 4 – Esquema de representação do método adjunto. O campo direto e ascendente encontram-se no ponto difrator associado, onde ocorrerá o ponto de maior correlação. Neste método, os receptores atuam como fontes pontuais, injetando o sismograma reversamente no tempo. A linha pontilhada mostra a frente de onda reconstruída associada ao difrator, onde ambos os campos terão a maior correlação entre eles. Fonte: Inspirado em BULCÃO (2004)

Desse modo, o método do gradiente conjugado é computado evitando caminhar por direções previamente exploradas, a partir da informação de gradientes anteriores (Hestenes and Stiefel, 1952, apud Schuster, 2017). Essa abordagem possibilita a convergência rápida e computacionalmente eficiente da solução do problema inverso. Entretanto, a extensão deste método para relações não-lineares requer adaptações no algoritmo, sendo empregada aqui a solução de Fletcher-Reeves (Fletcher e Reeves, 1964, apud Schuster, 2017). Nesse método, observa-se que:

$$m_{k+1} = m_k - \alpha_k \nabla \eta_k, \tag{2.18}$$

onde  $\eta_k$  é a direção que guarda as informações dos gradientes anteriores definida por:

$$\eta_{k+1} = \nabla \phi(m_{k+1}) + \beta_k^{FR}(\eta_k), \tag{2.19}$$

em que  $\beta_k^{FR}$  define-se como:

$$\beta_k^{FR} = \frac{\nabla \phi(m_{k+1}) \cdot \nabla \phi(m_{k+1})}{\nabla \phi(m_k) \cdot \nabla \phi(m_k)}. \tag{2.20}$$

Importante notar que na ocasião de  $k = 0$ ,  $h_0$  toma o valor do próprio gradiente, sendo então:

$$\eta_0 = \nabla\phi(m_0). \quad (2.21)$$

Consoante a isso, torna-se necessário empregar um algoritmo de busca linear que garanta que o passo  $\alpha_k$  diminua a função objetivo (Nocedal; Wright, 2006). Köhn (2011) sugere um fator de escala de 0.05 para o passo de atualização, empregado aqui neste trabalho. Para a detalhada explicação do método recomenda-se a leitura de Nocedal e Wright (2006), Schuster (2017) e Köhn (2011).

## 2.8 FWI *Time-Lapse*

A FWI por ser uma poderosa ferramenta de recuperação dos parâmetros físicos macroescala em alta definição, como a velocidade da onda-P no meio. Há também outras vantagens da FWI *Time-Lapse* quando relacionado aos métodos tradicionais, como trazer a informação de todas as formas de onda, não basear-se em uma aproximação linear e acomodar as diferenças nas posições. Sendo assim, é normal que seja analisada tal ferramenta no lapso temporal.

A extensão para a análise no tempo pode ser vista de forma direta. Isto é, ao inverter um modelo baseado no dado base e outro modelo para o dado monitor partindo de um mesmo modelo inicial, as diferenças são relacionadas à produção. Entretanto, tal estratégia, conhecida como paralela, apesar de simples e ter a capacidade de adequar diferentes geometrias, artefatos causados por efeitos de NRs podem ser falsamente interpretadas como mudanças reais.

À vista disso, há esforços na literatura para averiguar novas estratégias que possam mitigar variações causadas por ruídos *Time-Lapse*:

- Routh et al. (2012) propõe em seu trabalho um método em cascata que, partindo do modelo inicial, tem-se como resultado da primeira inversão o modelo base, que é usado como ponto de partida para obter o modelo monitor. A premissa deste fluxo está na proximidade do modelo monitor ao base, onde apenas informações da variação *Time-Lapse* seriam adicionadas após satisfatoriamente obter o modelo base. Todavia, é visto por Hochwart et al. (2022) que esta

estratégia carrega em si muitos artefatos devido a complexidade que a subsuperfície impõe pelas residuais discrepâncias do modelo base final ao modelo real.

- Maharramov\* e Biondi (2014) apresentam a estratégia em dupla cascata, que pode ser compreendida pela diferença paralela em segundo estágio. Isto porque além de uma sequencia em cascata tradicional, paralelamente é feita a estratégia inversa, obtendo o modelo base a partir do monitor. Assim, toma-se a diferença desses modelos de segundo estágio. É visto que, neste, os efeitos indesejados (*footprints*) das NRs são propagadas para ambos os modelos e eventualmente canceladas ao subtraírem.
- Mardan, Giroux e Fabien-Ouellet (2023) demonstram que a estratégia de inversão em cascata pode ser aprimorada ao promover uma ponderação da subtração entre os modelos. Tal parametrização leva em consideração que as mudanças em subsuperfície causadas pela produção são locais, os artefatos entre as sequências são de fase opostas e a anomalia possui mesma fase. Sendo assim, artefatos podem ser mitigados ao considerar o peso que promova a menor energia de uma norma para o meio.
- Yang et al. (2013) também demonstra uma alternativa de inversão em cascata, com seu fluxo semelhante ao método proposto por Routh, onde a diferença deste mora na formulação do resíduo na função objetivo. Apesar da mesma ideia de proximidades entre os modelos, estabelecer o resíduo a ser minimizado como a dupla diferença entre os dados observados e modelados do base e monitor promove apenas atualizações no modelo provocadas pela mudança no reservatório, tendo em vista que o modelo base invertido é suficientemente bom.
- Zhou e Lumley (2021a) em sua estratégia de diferenças centrais, partem do mesmo fluxo de inversão de dupla cascata. Assim, após computar paralelamente ambas diferenças em cascata, o método diferencia-se ao avaliar a média das diferenças como seu modelo de resultante. Argumenta-se que os artefatos de ambas cascatas possuem sinais opostos e, por isso, tendem a se cancelar. Portanto, este teria um resultado mais robusto em relação aos artefatos.

Estes esquemas já tiveram aplicações bem sucedidas em casos de estudos usando dados reais (Raknes; Weibull; Arntsen, 2013; Yang et al., 2013; Hicks et

al., 2016). Outras estratégias também aparecem na literatura objetivando a redução dos efeitos de NRs e maximização da recuperação das informações do reservatório (Raknes; Arntsen, 2014; Li; Alkhalifah; Guo, 2021; Silva et al., 2023; DA SILVA et al., 2023).

## 3 Metodologia

O modelo de velocidade compressional utilizado como modelo de referência base, também aqui chamado de verdadeiro, visa representar um campo típico do pré-sal brasileiro de água profunda na bacia de Santos. Isso significa que este é composto por uma extensa camada d'água com a média de 2km de profundidade, sedimentos do pós-sal com superfícies não plano-paralelas, presença de carbonatos do albiano, grande camada de sal com baixa variação de velocidade e o reservatório carbonático logo abaixo de sua base (Johann; Monteiro, 2016). Outrossim, o modelo de referência monitor difere apenas por uma anomalia gaussiana adicionada na região do reservatório onde se infere a localização de um poço injetor de água.

As etapas dos experimentos numéricos desenvolvidos se deram a partir de uma mesma rotina (*script*) em *MATLAB*, um para a modelagem e outro para a inversão. Em outras palavras, o dado observado e o dado modelado diferem apenas como consequência dos modelos utilizados como entrada e da NR adicionada ao dado observado conforme o teste em questão, sendo que para os dados observados foram utilizados os modelos verdadeiros, já para o modelado os modelos estimados ou iniciais. Este é conhecido como crime de inversão [recomenda-se ler Wirgin (2004) sobre a importância de estudar este caso especial].

### 3.1 Modelo de velocidades de um campo típico do pré-sal brasileiro

O modelo de velocidades acústicas demonstrado na Figura 5a será usado tanto para a validação da inversão quanto para o fluxo do trabalho. Este foi retirado de um modelo originalmente tridimensional (3D) que, por razões relacionadas ao alto custo computacional associada a inversão, resultou na sessão em duas dimensões (2D) com extensão lateral de 22,025 km por 8,025 km totais na vertical. O modelo bidimensional foi, então, discretizado a cada 25m em ambas direções, resultando em 881x321 pontos de malha regular. Sendo assim, considera-se esse como o modelo verdadeiro base.

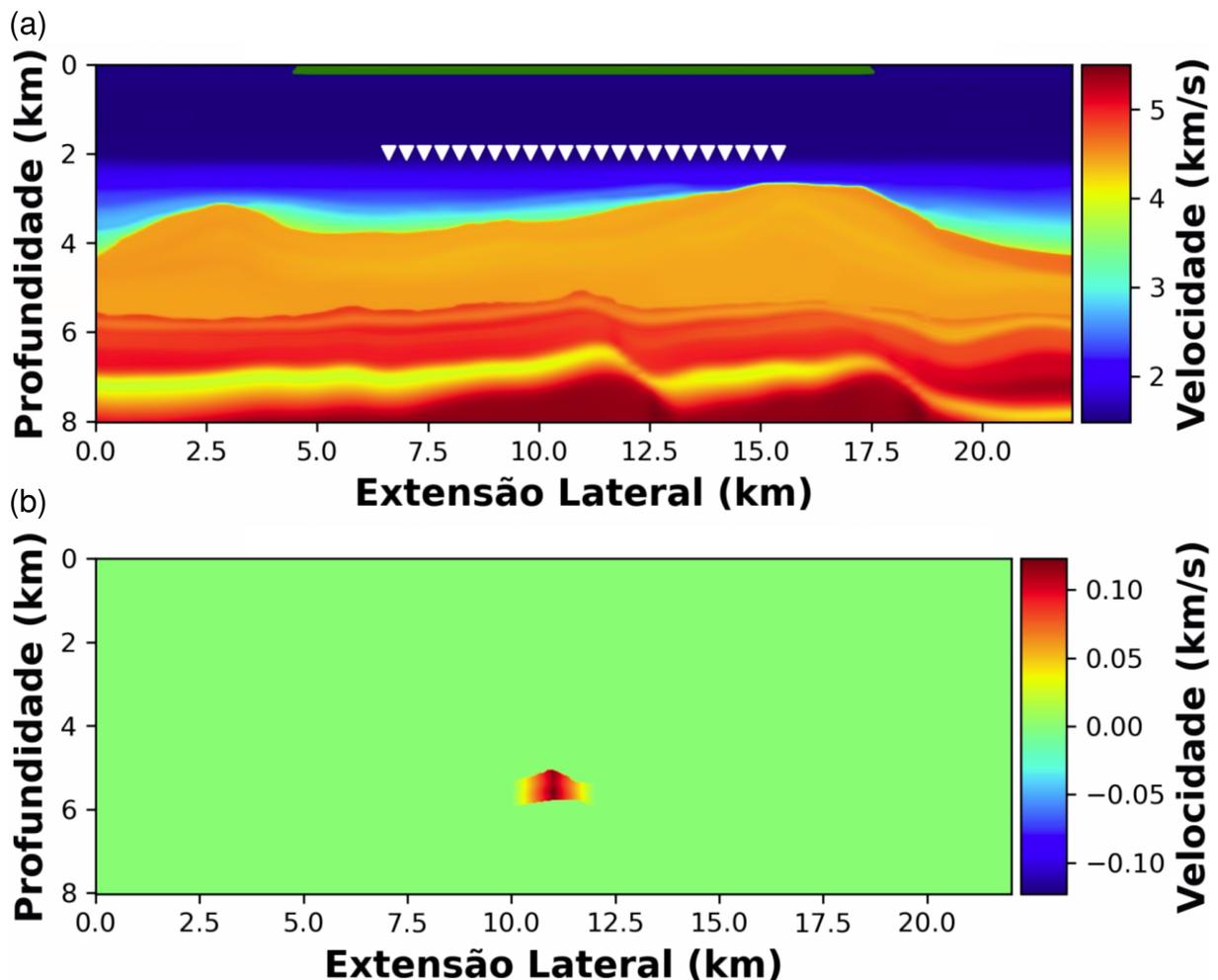


Figura 5 – Imagem dos modelos utilizados como verdadeiros nos experimentos numéricos. Em a) temos o modelo base e em b) temos a diferença entre o modelo monitor e base, evidenciando a anomalia adicionada na região de interesse. Fonte: O autor.

Ademais, o efeito *Time-Lapse* esperado é de 2,5% de aumento na velocidade da onda P (*hardening*) na região do reservatório, demonstrado na Figura 5b. Esta decisão baseou-se na média entre o padrão de 3% traçado pela indústria e o estudo do limite de sensibilidade de Cruz et al. (2021), definido em 2% para este tipo de reservatório. Então, considerando o modelo tridimensional, aplicou-se uma anomalia gaussiana de 1km de raio ao entorno da região de interesse, confinado pelos horizontes da rocha reservatório, com o aumento esperado no parâmetro do modelo, que decai conforme a distância em relação ao centro da anomalia. Logo, a mesma sessão 2D foi selecionada com os novos valores como o modelo verdadeiro monitor.

Além disso, o modelo de velocidade iniciais é, também, oriundo do modelo base verdadeiro. A partir deste, é aplicado a suavização gaussiana na vagarosidade de 250m de desvio padrão, resultando no modelo inicial mostrado na Figura 6. Deste, é

avaliado o impacto da imprecisão de outras incertezas, já que a intenção é avaliar a influência dos parâmetros de NRs em um modelo inicial considerado bom independente dos efeitos de salto de ciclo.

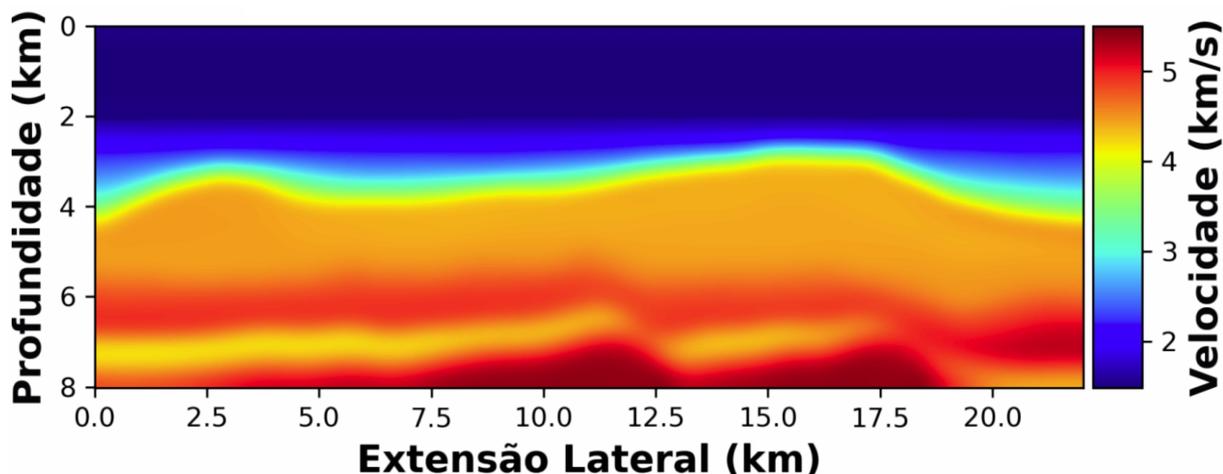


Figura 6 – Imagem do modelo utilizado como inicial nos experimentos numéricos de inversão.  
Fonte: O autor.

## 3.2 Modelagem numérica

Entende-se por modelagem numérica as técnicas computacionais para análise de fenômenos físicos ou matemáticos. Na análise sísmica, esta se faz importante pela sua capacidade de simular, com precisão, o comportamento de propagação das ondas em subsuperfície em seu trajeto da fonte ao receptor. Nesse sentido, os cálculos para obtenção do campo de onda no instante  $t$  valem-se da modelagem de diferenças finitas (MDF) para a solução aproximada das equações diferenciais que governam a simulação. Afim de evitar reflexões espúrias introduzidas pelo domínio finito, fora introduzida mais pontos de malha absorcivas por todo o perímetro do modelo que provocam o decaimento da amplitude das frentes de onda que chegam na borda do modelo.

### 3.2.1 Modelagem dos dados

O cálculo para a modelagem dos dados foi feito através do MDF. Para tanto, a equação da onda acústica discretizada foi utilizada para computar a propagação do

campo. Todos os experimentos utilizaram como fonte sísmica a ondaleta (*wavelet*) de Ricker com sua frequência de pico em 5 Hz como demonstrado na Figura 7 (Wang, 2015). Além disso, as simulações receberam os seguintes parâmetros:

Tabela 2 – Tabela de parâmetros para os dados calculados.

Parâmetro	Valor
Número de Fontes	253
Número de <i>nodes</i>	23
Tempo total de registro	7,0 s
Taxa de Amostragem	2,0 ms
Taxa de Registro	2,0 ms
Ordem do Operador de DF (tempo)	2
Ordem do Operador de DF (Laplaciano)	8
Pontos de borda	Observado: 300 — Sintético: 100

A escolha de um maior número de pontos de borda absorcivas para o dado observado é para garantir através do alto número de pontos a representação de um meio infinito, como o real, enquanto o sintético empregado na FWI fora apenas o suficiente para garantir a inexistência de reflexões espúrias observáveis no sismograma.

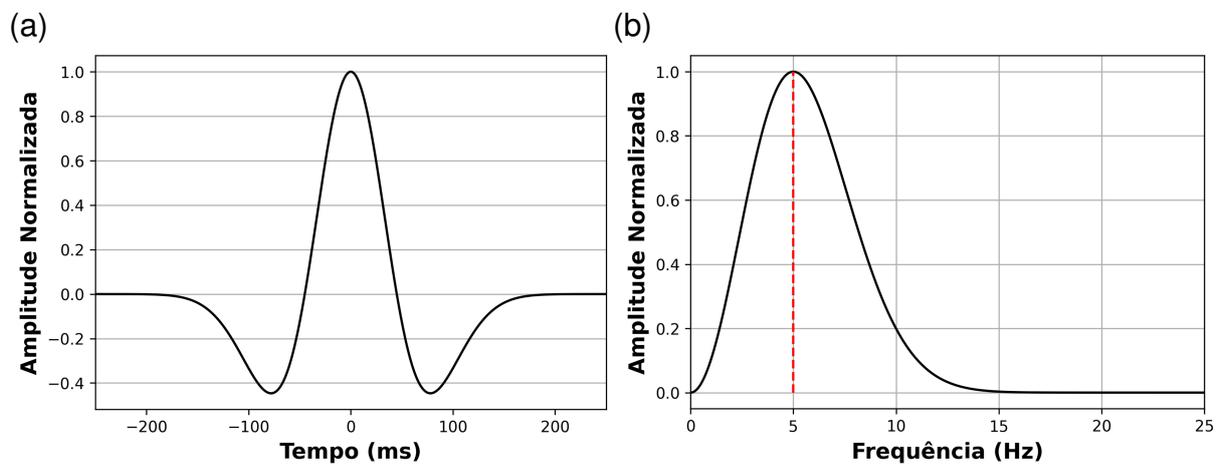


Figura 7 – Imagem da *wavelet* de Ricker no domínio do tempo (a) e no domínio da frequência (b). A linha pontilhada em (b) mostra o pico de frequência em 5 Hz. Fonte: O autor.

Foi então empregada a lógica do seguinte algoritmo para obtenção dos sismogramas:

---

**Algoritmo 1:** Pseudocódigo para Modelagem do Dado

---

**Saída:** Dado Modelado

```
1 início
2   para cada tiro na aquisição faça
3     1) Propagar o campo da fonte resolvendo a equação da onda pelo MDF;
4     2) Gravar o valor do campo para o instante de registro na posição dos
       receptores;
5   fim
6 fim
```

---

Além disso, o princípio da reciprocidade é uma interessante forma de reduzir o custo computacional da simulação. Isso porque o número de receptores é consideravelmente menor que o número de fontes e, conseqüentemente, o algoritmo resolve menos modelagens sísmicas. Então, em todas as simulações foram utilizadas as posições das fontes como os receptores e os *nodes* como fontes mas, para facilitar o entendimento, serão referidos pelo seu nome anterior à reciprocidade.

### 3.2.2 Adição de NRs

As NRs são todo e qualquer sinal *Time-Lapse* que não represente a diferença antrópica esperada da exploração em subsuperfície. Porém, como este é um experimento numérico se faz necessário aplicar modificações coerentes com as imprecisões reais, tanto no domínio dos modelos verdadeiros quanto no domínio dos dados de entrada. Isto é, para que fossem simuladas condições de aquisições diferentes entre o dado base e monitor, foi necessário introduzir variações de velocidade na camada d'água entre os modelos, adicionar ruídos aleatórios no dado observado, alterar características da fonte sísmica como a sua fase e amplitude e também alterar as posições das fontes e receptores sísmicos. Vale também ressaltar que cada alteração foi avaliada separadamente.

O ruído introduzido no dado observado foi aplicada independentemente traço a traço, tanto nos dados base e monitor. Além disso, O caráter aleatório segue a distribuição gaussiana. Assim, foram escolhidos quatro diferentes valores de SNRs finais: 30 dB, 20 dB, 10 dB e 5 dB, os quais podem ser observados na Figura 8. O objetivo desse experimento é avaliar a relação da qualidade do sinal e a capacidade da

inversão distinguir a baixa variação do sinal no reservatório do ruído de fundo.

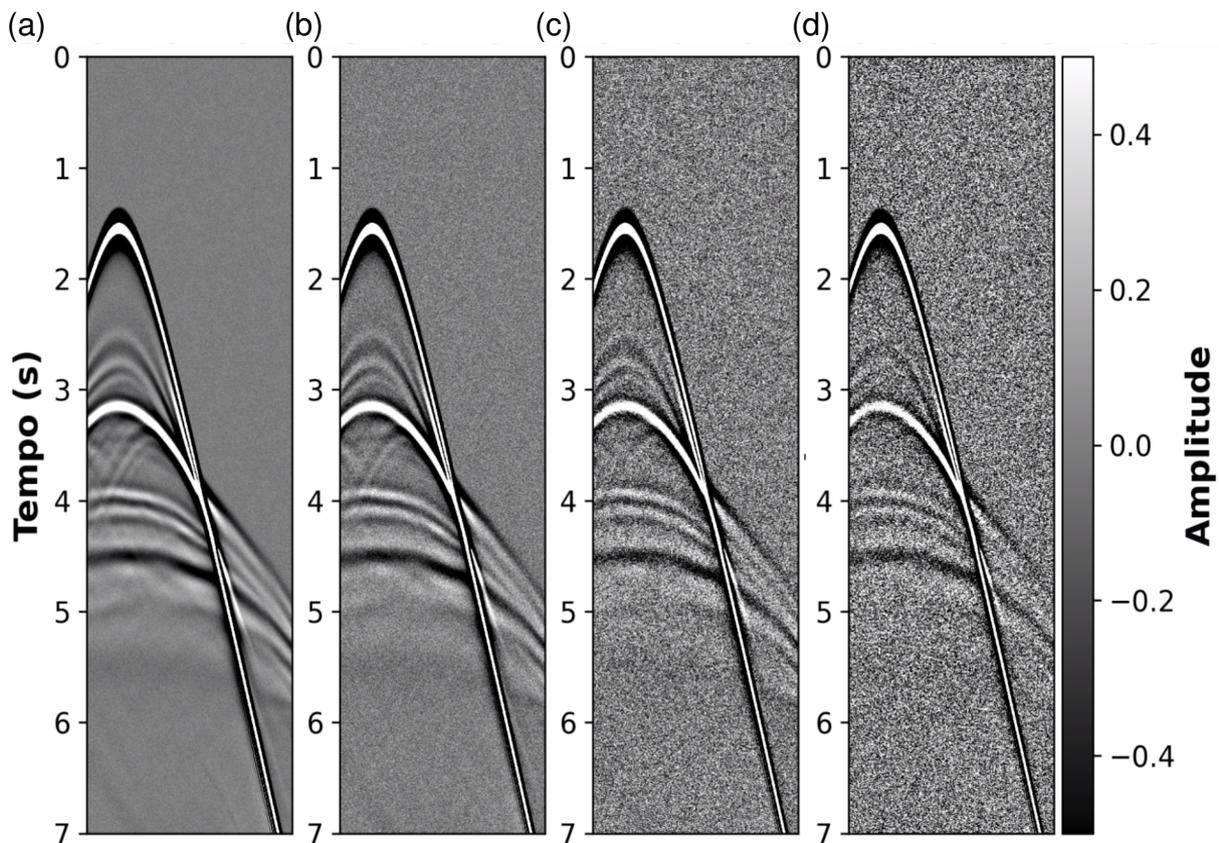


Figura 8 – Figura contendo os sismogramas com adição de ruído referente ao modelo base. Os sismogramas de (a) a (d) representam os ruídos introduzidos de 30 dB, 20 dB, 10 dB e 5 dB, respectivamente. Fonte: O autor.

A variação do posicionamento dos *nodes* e das fontes seguem valores típicos vistos numa aquisição de geometria similar no Golfo do México (Reasnor et al., 2010). Neste experimento também é analisada a influência do erro de medida dos Sistemas de Navegação por Satélite (GNSS - do ingles *Global Navigation Satellite Systems*) do posicionamento dos equipamentos (Capuzzo et al., 2023). As distribuições de erro e incertezas seguem são de natureza gaussiana, adicionados na posição original de cada equipamento, como visto nas figs. 9 e 10. É importante salientar que nesse tipo de aquisição as fontes variam de forma enviesada pelo seu posicionamento, como demonstra a Figura 11. Isto é consequência de serem rebocadas por um mesmo navio, seguindo uma linha de aquisição e acionadas sequencialmente, diferente das variações dos *nodes* que são posicionados independentemente. Vale ressaltar que as alterações deste experimento foram apenas empregadas nos dados monitores, para a simplicidade do trabalho. Isto não altera sua validade já que as mudanças são relativas entre ambas as aquisições. O que é avaliado aqui é a capacidade da inversão de lidar

com a diferente iluminação da subsuperfície e distinção dessa para com o desvio de tempo e amplitude do sinal no reservatório esperado.

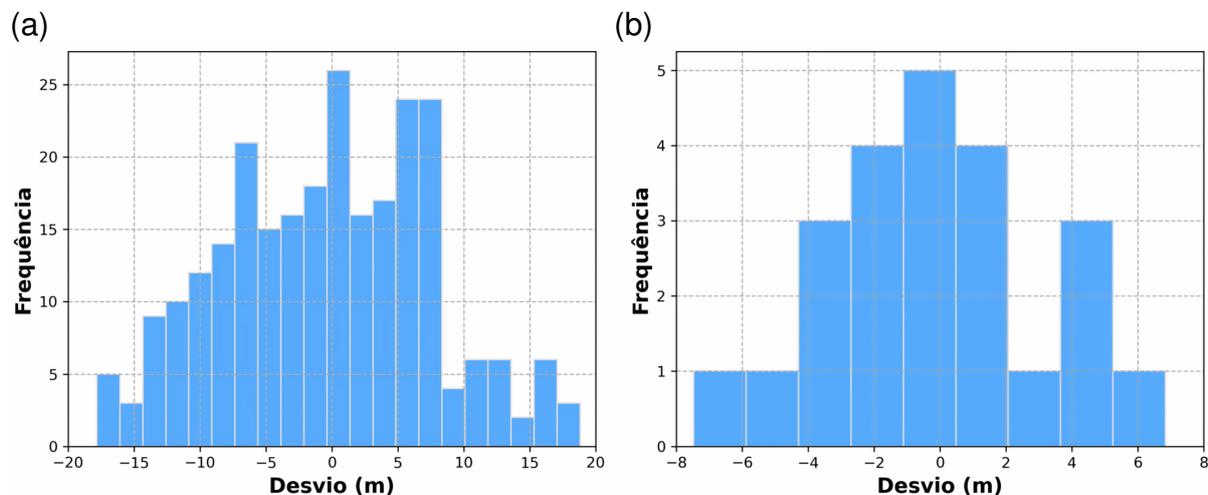


Figura 9 – Figura contendo a distribuição das NRs de posicionamento da fonte (a) e *node* (b).  
Fonte: O autor.

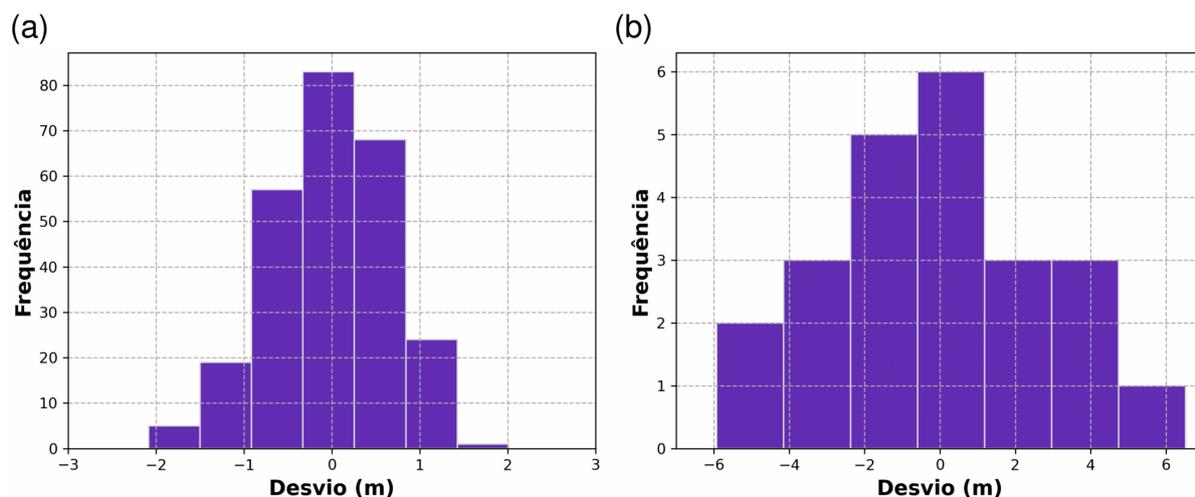


Figura 10 – Figura contendo a distribuição dos erros de medida de posicionamento da fonte (a) e *node* (b). Fonte: O autor.

A variação na velocidade da camada d'água é um efeito resultante das diferentes épocas da aquisição sísmica. Os efeitos climáticos das estações do ano alteram a temperatura e salinidade presente na coluna d'água e, conseqüentemente, a velocidade de propagação da onda acústica. Sendo assim, a partir dos dados disponíveis das médias históricas de temperatura e salinidade por Locarnini et al. (2018) e Zweng et al. (2019), foi traçado um perfil de variação esperado entre uma aquisição dada no verão e outra no inverno a partir da equação de Mackenzie (Mackenzie, 1981). O perfil de variação média estimada foi aplicado na coluna d'água do modelo monitor,

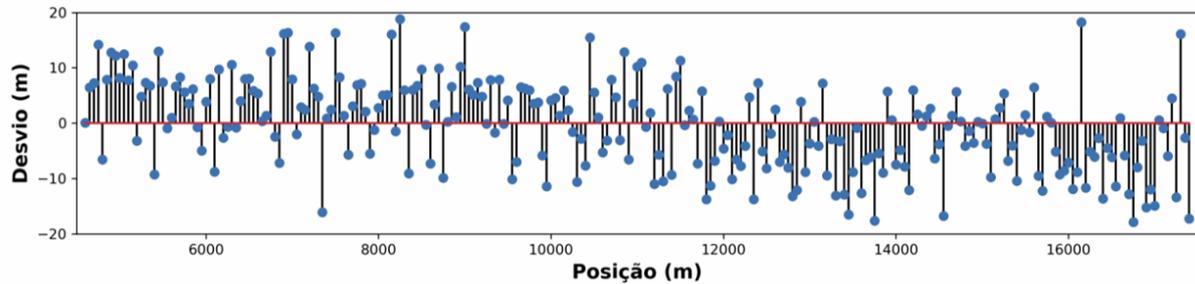


Figura 11 – Figura contendo o desvio de NR no posicionamento em relação à posição do tiro base, demonstrando a tendência de erro de acordo com sua vizinhança. Fonte: O autor.

considerando que a condição do modelo base era de perfil de verão, como demonstrado na Figura 12. Esta variação é consistente com aquela observada por Borges et al. (2022). Neste experimento busca-se avaliar o impacto das variações nos tempos de transito induzidas pela nova camada d'água e a capacidade da inversão de distinguir estas da esperada pelo sinal *time-lapse*.

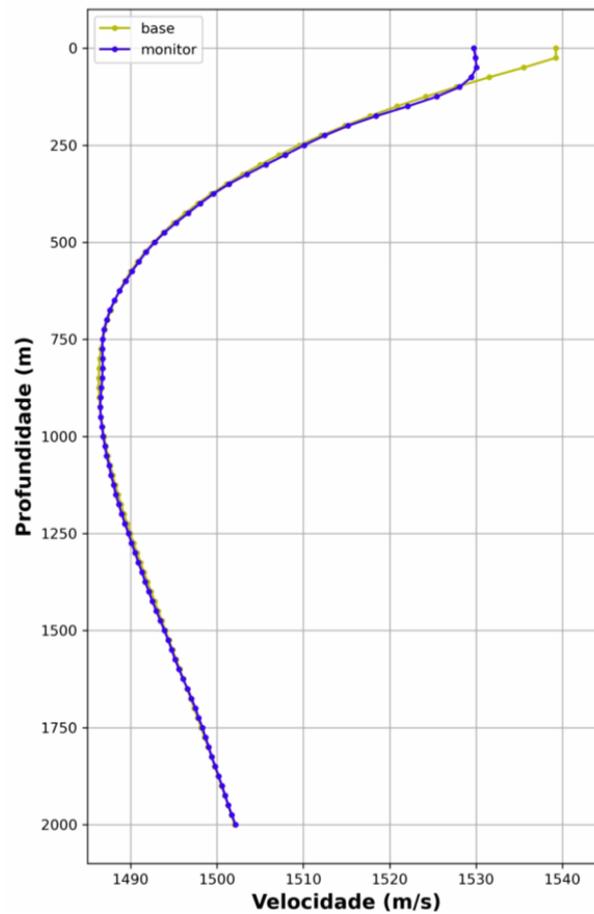


Figura 12 – Figura contendo o perfil de velocidade da onda-P na camada d'água para os dois instantes de aquisição. Em azul é traçado o perfil de inverno (monitor) e em amarelo o de verão (base). Fonte: O autor.

### 3.3 Esquemas da FWI

#### 3.3.1 Estático no tempo

A FWI é, na prática, entendida como o problema de otimização de mínimos quadrados de uma função objetivo. Pelo alto número de parâmetros envolvidos, é aqui resolvido de forma iterativa pelo método do conjugado do gradiente, buscando aproximar o dado modelado do dado observado. Como critério de parada arbitrário, foi escolhido 50 iterações totais para todas as inversões. O algoritmo de inversão pode ser entendido pelo seguinte fluxo:

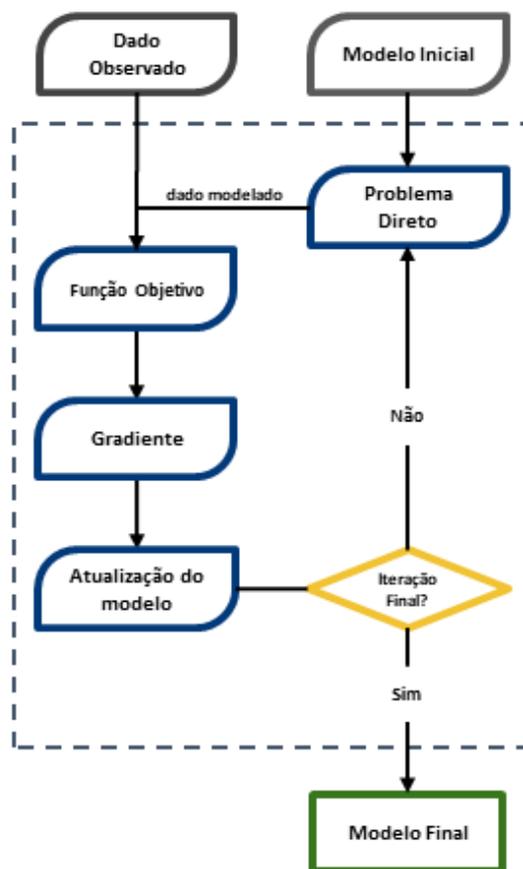


Figura 13 – Fluxograma da metodologia de inversão invariante no tempo para um modelo. Fonte: O autor.

### 3.3.2 Esquemas de recuperação *Time-Lapse*

Alguns esforços em relação a recuperar informações *Time-Lapse* e mitigar artefatos através da FWI já foram estudados na literatura. Com isso, temos algumas metodologias importantes de avaliar o desempenho no caso do pré-sal brasileiro. Logo, a sequência de inversões invariante no tempo, demonstrado no fluxograma da Figura 14, foi aplicada. Ou seja, partindo de um mesmo modelo inicial, inverte-se independentemente para o dado observado base ( $d_b$ ) e monitor ( $d_m$ ), obtemos o primeiro modelo recuperado base ( $m_b$ ) e monitor ( $m_m$ ). A partir do modelo  $m_b$  foi iniciada mais uma inversão, agora adotando como entrada o dado monitor para recuperar um modelo  $m'_m$  e, paralelamente, foi feita outra inversão adotando como dado de entrada a diferença entre os dados monitor e base ( $d_m - d_b$ ) que resultou no modelo  $m_{dd}$ . Por fim, partindo do modelo  $m_m$  foi adotado o dado base, originando o modelo  $m'_b$ . Em todos os casos foi utilizada a norma L2 como a função objetivo.

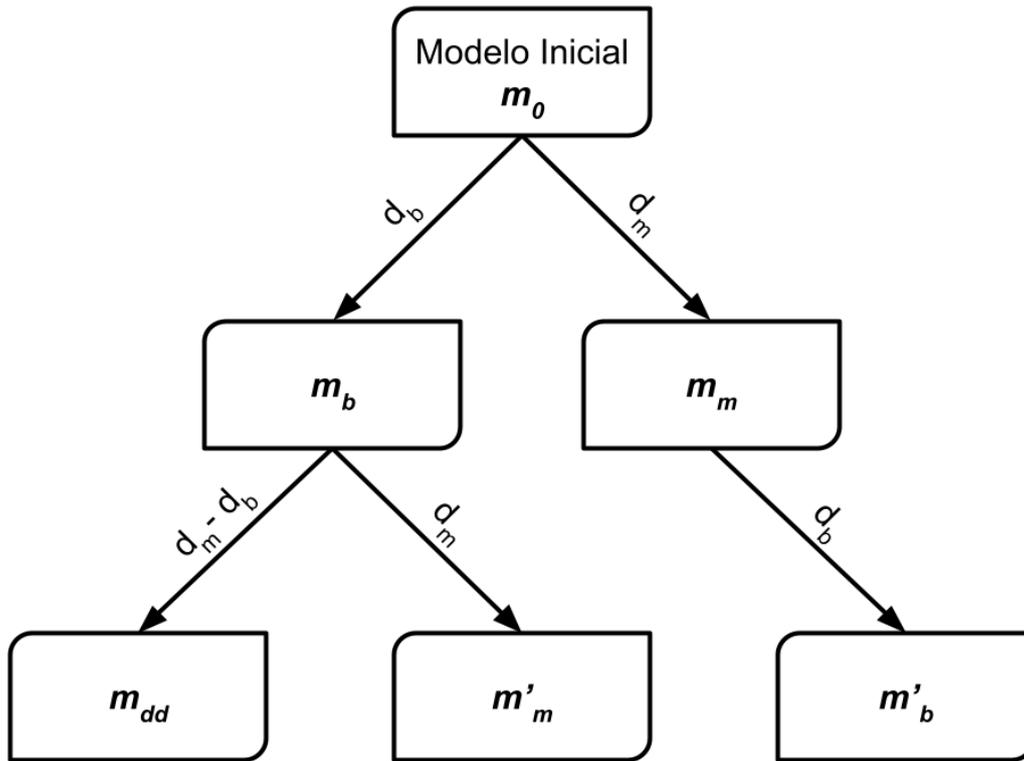


Figura 14 – Fluxograma da metodologia de inversões invariantes no tempo adotada para recuperar as informações *Time-Lapse*. Fonte: O autor.

Sendo assim, as estratégias para extrair a anomalia *Time-Lapse* serão denominadas:

- Diferença paralela

$$\Delta m_p = m_m - m_b \tag{3.1}$$

- Diferença sequencial (Hicks et al., 2016)

$$\Delta m_s = m'_m - m'_b \tag{3.2}$$

- Diferença central (Zhou; Lumley, 2021a)

$$\Delta m_c = \frac{(m'_m - m'_b)}{2} + \frac{(m_m - m_b)}{2} \tag{3.3}$$

- Dobro da diferença (Yang et al., 2015)

$$\Delta m_{dd} = m_{dd} - m_b \quad (3.4)$$

- Diferença ponderada, que a partir das eqs. 3.5 e 3.6, obtemos o modelo de perturbação da eq. 3.7.

$$\Delta m^- = m_m - m_b \quad (3.5)$$

$$\Delta m^+ = m_m - m'_b \quad (3.6)$$

$$\Delta m_w = \frac{\beta \Delta m^- + \Delta m^+}{1 + \beta} \quad (3.7)$$

O valor de  $\beta$  - fator de ponderação entre as vinhetas - foi deduzido a partir da metodologia proposta por Mardan, Giroux e Fabien-Ouellet (2023). Busca-se o menor valor da norma  $l_1$  do modelo de diferenças resultante calculada em cada profundidade do modelo. Para tanto, é avaliado este fator para valores entre -100 e 100 espaçados em intervalos de 0,02. A partir disso é escolhido um perfil 1D de  $\beta$ , variando apenas em profundidade com os valores que entregaram o menor resultado da norma  $l_1$ .

### 3.3.3 Avaliação dos Modelos

A avaliação dos modelos será feita através dos fatores de correlação de Pearson entre o modelo de diferenças estimado ( $\Delta m_e$ ) e o modelo real ( $\Delta m_r$ ). Este fora calculado da seguinte forma:

$$p = \frac{cov(\Delta m_e, \Delta m_r)}{\sqrt{var(\Delta m_e) \cdot var(\Delta m_r)}} \quad (3.8)$$

## 4 Resultados e Discussões

O primeiro passo para a análise dos resultados desta monografia, na verdade, é garantir que as inversões não variantes no tempo estejam coerentes. Logo, partindo do modelo inicial com a suavização gaussiana de amostras de 250m, aplica-se os dados base sem qualquer NR no algoritmo de inversão para chegar no modelo recuperado base. Vemos então, na Figura 15c, que a inversão é capaz de reconstruir as principais estruturas do modelo, como a separação dos folhelhos e calcários, a delimitação do topo do sal, a estratificação da camada do sal, a base do sal e a própria camada do reservatório. De mesmo modo, o comportamento de constante decaimento e posterior convergência da função objetivo na Figura 16 indica que o resultado está como o esperado. Assim, considera-se a inversão robusta e capaz de seguir os testes de inversão para o reservatório.

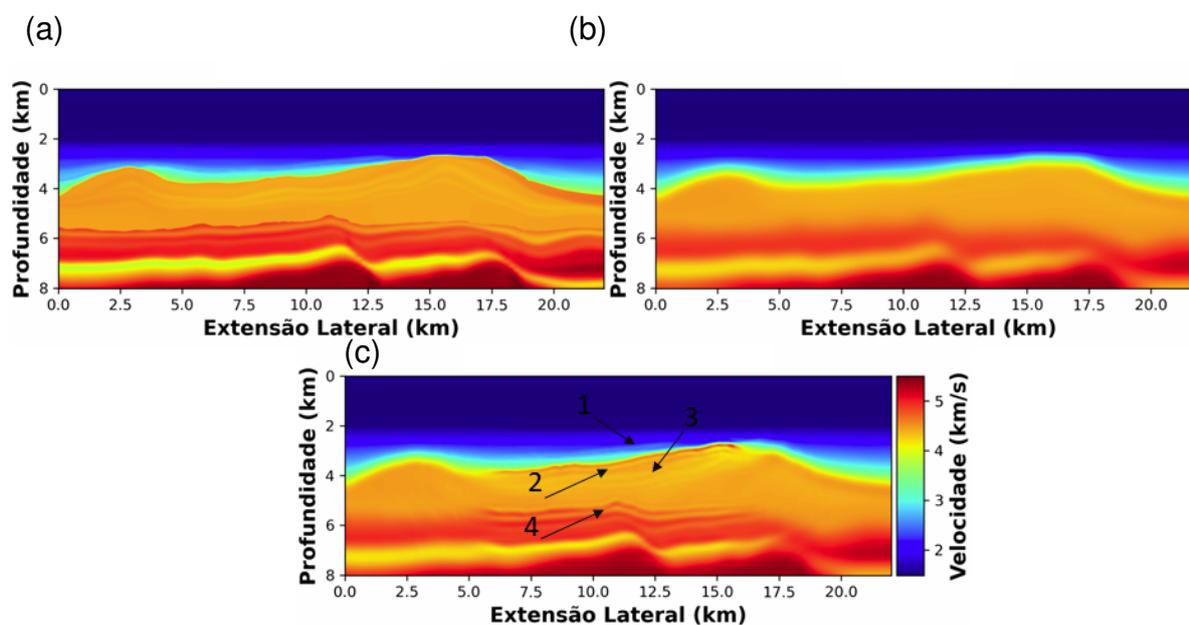


Figura 15 – Modelos (a) Real, (b) inicial e (c) recuperado. Em (c) as setas demonstram que foram recuperadas as interfaces dos (1) folhelhos, (2) topo do sal, (3) estratificação do sal e (4) base do sal e reservatório. Fonte: O autor.

Em seguida, é necessário confirmar a capacidade dos métodos de recuperar a informação da mudança no reservatório. Sendo assim, usando o modelo real base como ponto de partida fora recuperado dois modelos monitores e um modelo base,

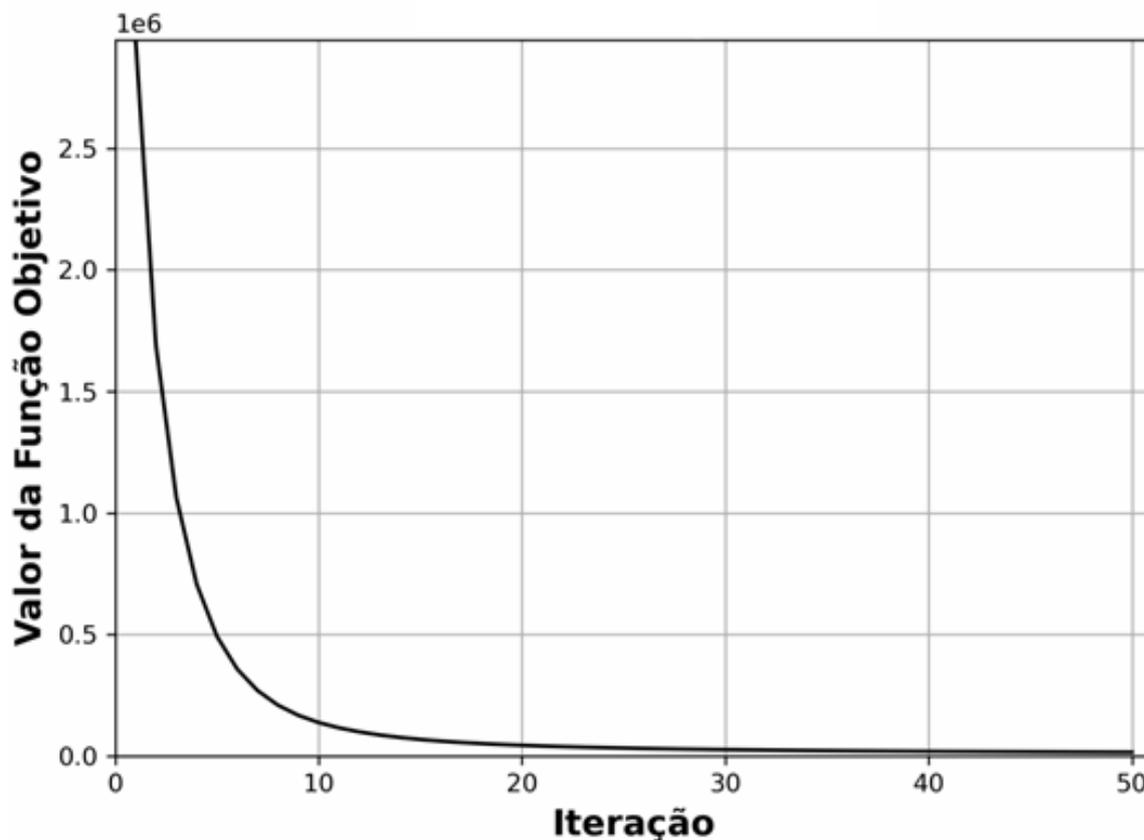


Figura 16 – Gráfico da função objetivo a cada iteração, indicando o comportamento esperado de decaimento do erro de ajuste entre o dado modelado e observado de uma inversão. Fonte: O autor.

usando a lógica de cascata e dupla diferenças para um monitor. Nesse sentido, como o modelo inicial é quase perfeito, diferindo apenas pela ausência da anomalia, este teste garante a suficiência de resolução e sensibilidade ao modelo inicial, por manter a cinemática intacta. Portanto, é visível na Figura 17 que a anomalia no reservatório é recuperada em geometria e amplitude dentro da resolução esperada para a frequência da *wavelet*, endossando que a aplicação do fluxo de testes proposto para cada tipo de NR trará informações sobre a capacidade do método de lidar com estas.

A primeira aplicação do fluxo, após garantida a qualidade e capacidade da FWI, é referente caso mais simples: máxima repetibilidade entre os lapsos temporais. Isto é, nenhum erro foi adicionado ao problema, de modo que pudesse partir as análises de comparação em um caso ideal de inversão. Os modelos de diferença propostos na seção de metodologia resultantes, partindo do modelo inicial  $m_0$ , são ilustrados na Figura 18. Cada método avaliado demonstrou ser capaz em recuperar a informação da anomalia no reservatório. No entanto, observa-se uma artefato residual de baixa

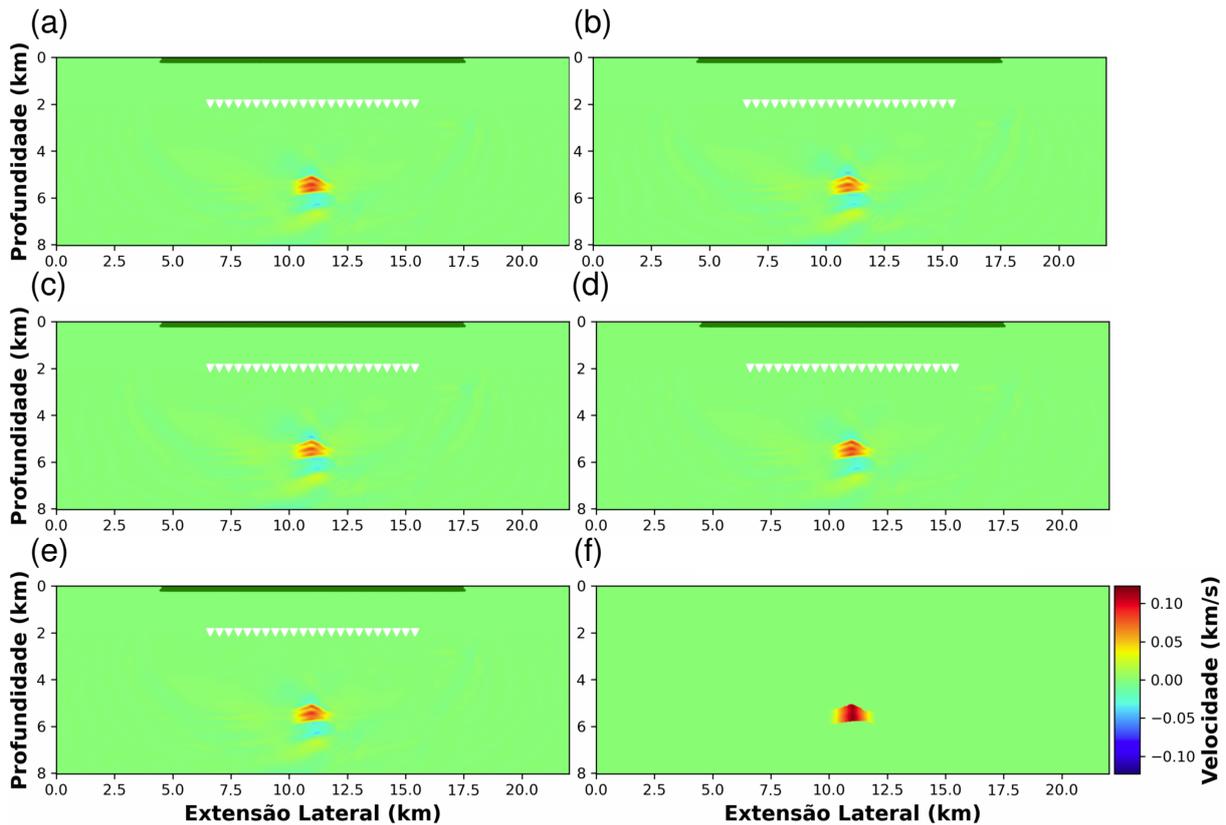


Figura 17 – Figura de comparação entre os métodos propostos para a inversão partindo do modelo base real. De a-f temos: diferença paralela, diferença sequencial, diferença central, dupla diferenças, diferença ponderada e diferença real. Fonte: O autor.

amplitude em todos os métodos, causada pela onda mergulhante dos tiros de longo *offset*.

Além disso, uma análise mais detalhada revela que o método paralelo (fig. 18 (a)) e o ponderado (fig. 18e) trazem a menor correlação, devido à busca das principais correções cinemáticas do modelo. Isso se deve aos desajustes ao topo do sal e às camadas do pós-sal causados pela suavização do modelo inicial. Outrossim, os modelos sequencial (fig. 18b), dupla diferença (fig. 18c) e central (fig. 18d) foram capazes de melhor recuperar a anomalia, já que partem de um modelo mais ajustado. Ademais, destaca-se que o método sequencial obteve o melhor resultado. Isso se deve ao fato de que a inversão de dupla diferença adicionou uma anomalia de baixa velocidade ao modelo, possivelmente associada ao comum problema de salto de ciclo na FWI. Por outro lado, a diferença central mostrou-se ineficaz por atenuar a informação do reservatório, uma vez que este realiza a média dos modelos em cascatas com o paralelo, apesar de promover a redução de artefatos indesejados.

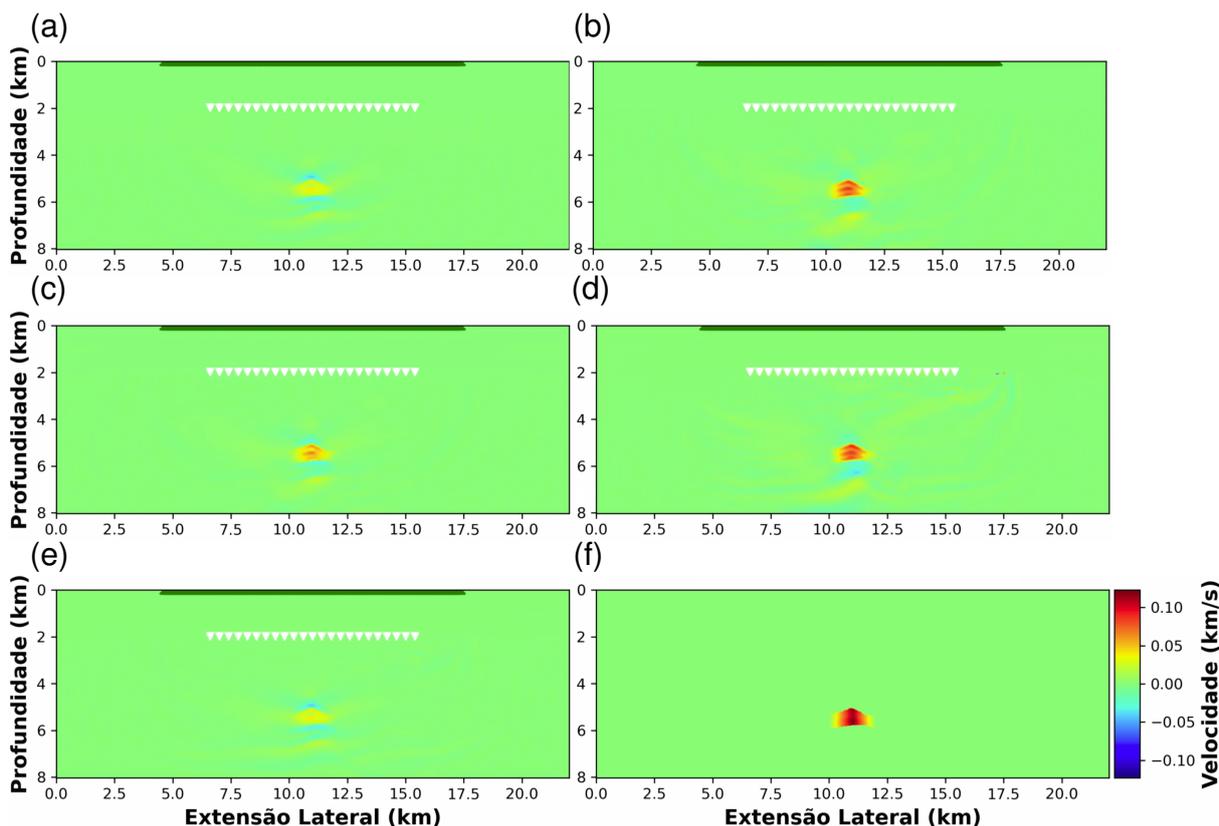


Figura 18 – Figura de comparação entre os métodos propostos para a inversão partindo do modelo suavizado inicial. De a-f temos: diferença paralela, diferença sequencial, diferença central, dupla diferenças, diferença ponderada e diferença real. Fonte: O autor.

A comparação dos fatores de correlação de Pearson dos testes iniciais chama a atenção pela maior correlação quando partindo de um modelo menos ajustado. Esse resultado revela um fato interessante das inversões via métodos de mínimos informativos: o resultado obtido nem sempre é a solução global do problema, mas um mínimo local. Esta não é uma discussão que cabe ao escopo deste trabalho, entretanto é um fato inerente ao processo de inversão por métodos locais que promovem diferentes soluções ao problema devido à não unicidade da solução da Equação da Onda.

Posteriormente, dado que toda aquisição apresenta ruídos aleatórios inerentes ao processo de medição, é pertinente avaliar o impacto desses ruídos no procedimento de inversão. Tipicamente, é comum empregar dados de entrada para a FWI em diferentes estágios do pré-processamento no contexto do ruído. Sendo assim, a variação desse parâmetro reflete diretamente a influência da qualidade dos dados no resultado final *time-lapse*. Dito isto, a mera introdução de ruídos com SNR de 30 dB são suficientes para alterar o comportamento da FWI (fig. 20). Contudo, observa-

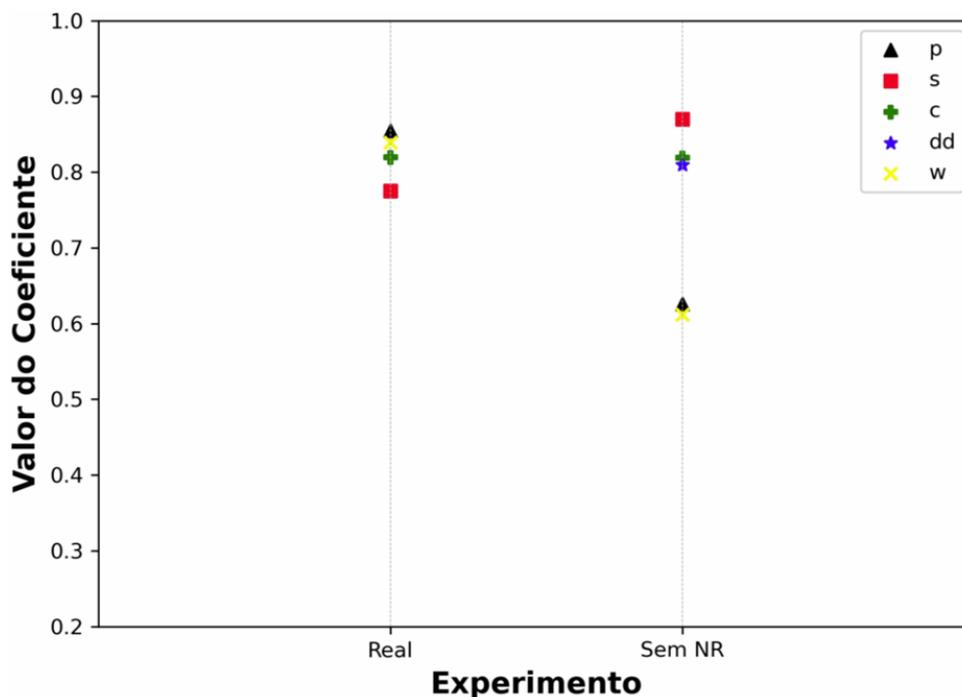


Figura 19 – O Gráfico do Coeficiente de Correlação de Pearson para a inversão vindida do base real e do modelo inicial a taxa de correlação entre o modelo estudado e a diferença esperada. As diferenças paralelas (p) são demonstrados no triângulo preto, o quadrado vermelho representa a diferença sequencial (s), a cruz verde as diferenças centrais (c), a estrela azul é o de dupla diferenças e o x amarelo o ponderado. Fonte: O autor.

se um efeito estabilizador nos modelos paralelo (fig. 20a), ponderado (fig. 20e) e de dupla diferença (fig. 20d), diminuindo artefatos em comparação ao caso sem presença de NR. As inversões de dupla cascata, por outro lado, são prejudicadas na recuperação da anomalia (fig. 20b e 20c). A Figura 21 mostra que, com SNR de 20 dB, a variação de velocidade já é consideravelmente menor em magnitude em todos os modelos, embora ainda permita visualizar a geometria da anomalia. A partir da SNR de 10 dB, aproxima-se a limitação do método proposto, com a delimitação do formato e magnitude da anomalia comprometida, e artefatos mais evidentes no resultado final (fig. 22). O resultado de dupla diferença (fig. 22d) apresenta uma anomalia pouco interpretável devido à baixa variação e, portanto, confiabilidade. Diferenças paralelas (fig. 22a), sequenciais (fig. 22b), centrais (fig. 22c) e ponderadas (fig. 22e) mostram resultados semelhantes, com destaque para a diferença sequencial pela melhor delimitação espacial e amplitude da anomalia. A contaminação do dado com ruídos de razão de 5 dB em relação ao sinal degradou completamente a capacidade dos métodos, introduzindo artefatos na inversão de magnitude similar e reduzindo a

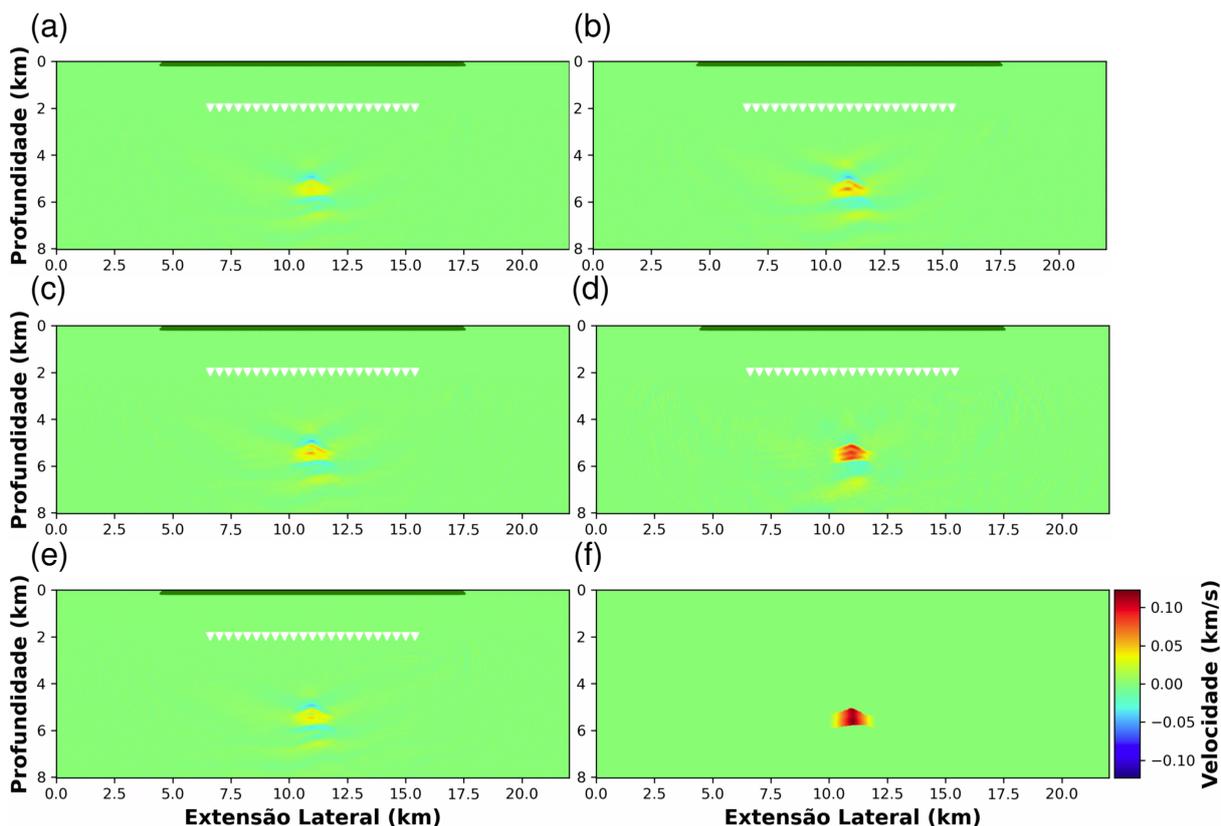


Figura 20 – Figura de comparação entre os métodos propostos para a NR relacionada ao nível de ruído com 30 dB de SNR. De a-f temos: diferença paralela, diferença sequencial, diferença central, dupla diferenças, diferença ponderada e diferença real. Fonte: O autor.

capacidade de distinguir a anomalia do artefato (fig. 23). Portanto, diminuir a SNR, isto é: piorar o dado de entrada, acaba configurando efeito deletério no resultado final para todos os esquemas, constatado pelo coeficiente de Pearson exposto na Figura 24. Também é possível concluir que, devido à natureza não linear da FWI, os resultados não apresentam um comportamento previsível. Entre os modelos avaliados, observa-se que o modelo de diferenças centrais é o mais estável ao longo desta série de testes.

A Figura 25 ilustra os resultados relacionados aos erros de posicionamento, tanto nos OBNs quanto nas fontes. Neste experimento, a escolha de utilizar as informações de posição para a inversão foi apropriada, dada a disponibilidade desses dados após uma aquisição. Sendo assim, não fora necessário forçar o reposicionamento ignorando as NRs. Percebe-se, aqui, que o efeito deste não é tao prejudicial quanto de maiores níveis de ruído. Todos os modelos de diferença apresentam um aumento nos artefatos de fundo em comparação com o teste sem adição dos parâmetros de NR, principalmente em regiões de baixa iluminação do problema. Como essas regiões

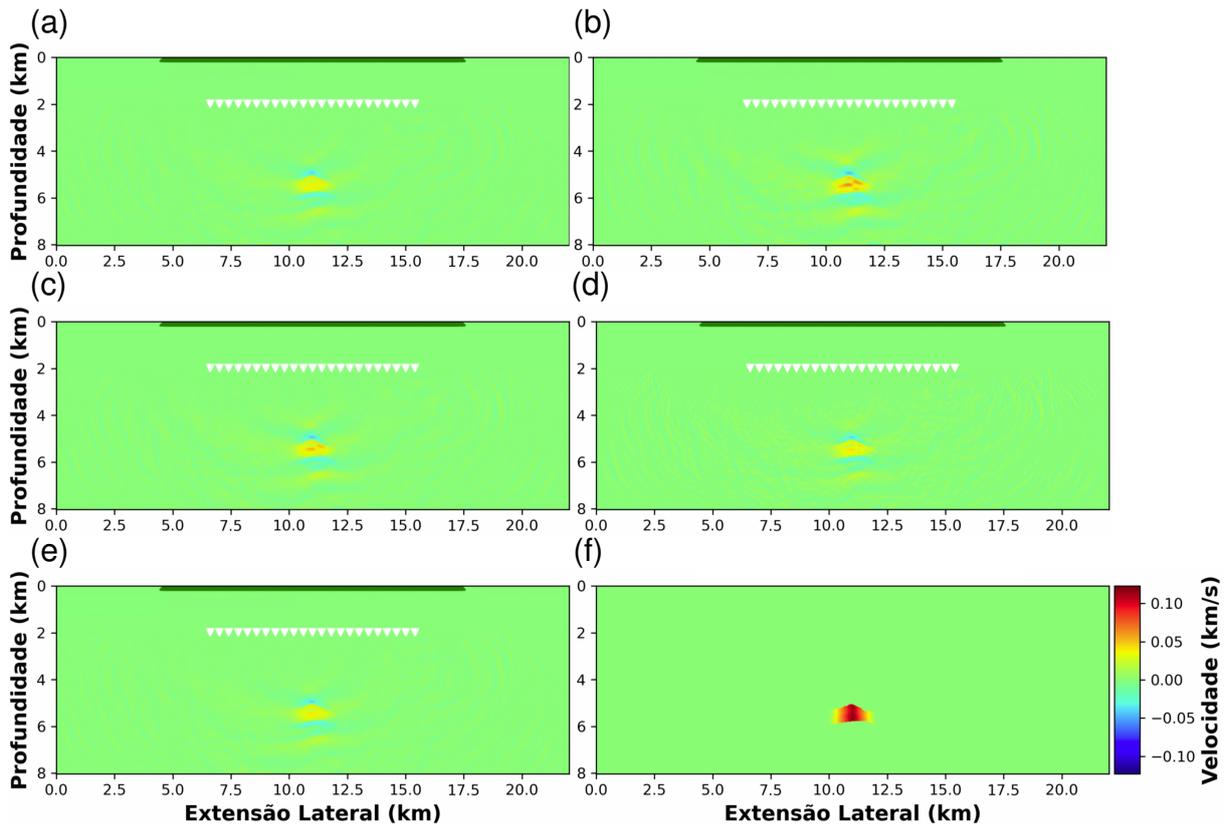


Figura 21 – Figura de comparação entre os métodos propostos para a NR relacionada ao nível de ruído com 20 dB de SNR. De a-f temos: diferença paralela, diferença sequencial, diferença central, dupla diferenças, diferença ponderada e diferença real. Fonte: O autor.

estão distantes da anomalia, esses artefatos não prejudicam a interpretação.

Analisando mais detalhadamente, a diferença paralela (fig. 25a) possui semelhante recuperação ao caso sem adição dos parâmetros de NR, devido a capacidade da reconstrução da informação pela FWI. Entre todos os resultados neste contexto específico, destaca-se que os modelos recuperados de segunda ordem apresentam um ajuste mais preciso, uma vez que partem do modelo base recuperado, que é de melhor ajuste, permitindo assim uma discernimento mais eficiente do efeito da anomalia. Além disso, o modelo de dupla diferenças 25(d) conseguiu lidar com a não repetibilidade por honrar as diferenças de posicionamento na modelagem. Apesar de não demonstrado os modelos resultantes, fora analisada na Figura 27 a influencia do erro de posicionamento para cada instrumento, individualmente, através dos coeficientes de Pearson.

Os desafios mais significativos relacionados ao posicionamento surgem ao

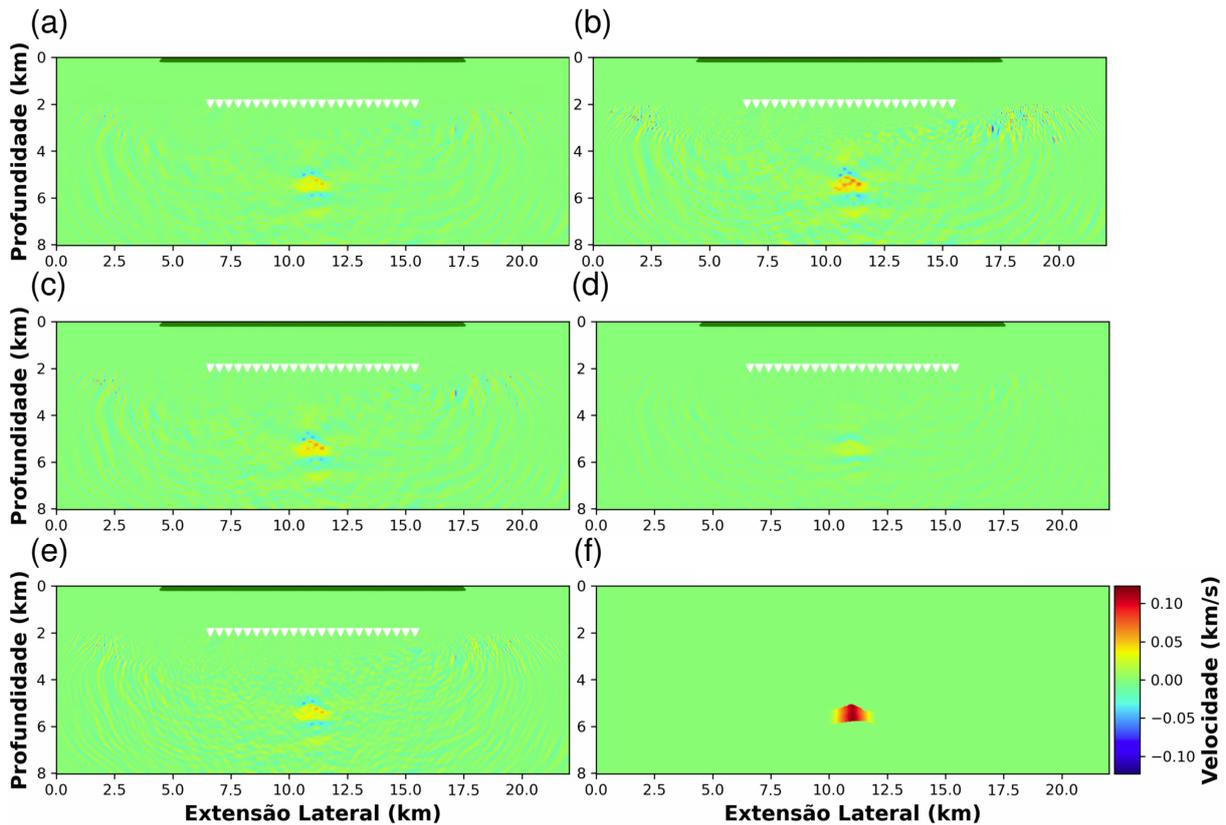


Figura 22 – Figura de comparação entre os métodos propostos para a NR relacionada ao nível de ruído com 10 dB de SNR. De a-f temos: diferença paralela, diferença sequencial, diferença central, dupla diferenças, diferença ponderada e diferença real. Chama-se atenção para o aumento da presença de artefatos relacionados ao ruído de fundo. Fonte: O autor.

examinar variações associadas ao erro de medida. O resultado das duplas diferenças, conforme ilustrado na Figura 26d, revela uma limitação em distinguir entre o desajuste causado pelo erro de posicionamento e o desajuste proveniente da anomalia. Isso ocorre devido não apenas à incompatibilidade causada pela NR, mas também à irregularidade dupla presente nos tempos de trânsito diferentes entre o dado sintético monitorado e o observado. Também é evidente, pela Figura 27, como esta variação resultou em resultados menos precisos.

De mesmo modo ao caso anterior, os modelos de segunda ordem destacam-se por apresentar um ajuste mais preciso, por partir do modelo base recuperado, permitindo discernir de maneira mais eficiente o efeito da anomalia. Outrossim, ao trabalhar com a média das variações, o resultado das diferenças centrais ilustrado pela Figura 26c consegue lidar de maneira mais eficaz com os artefatos. No entanto, todos os modelos encontram desafios para restabelecer a magnitude esperada da velocidade

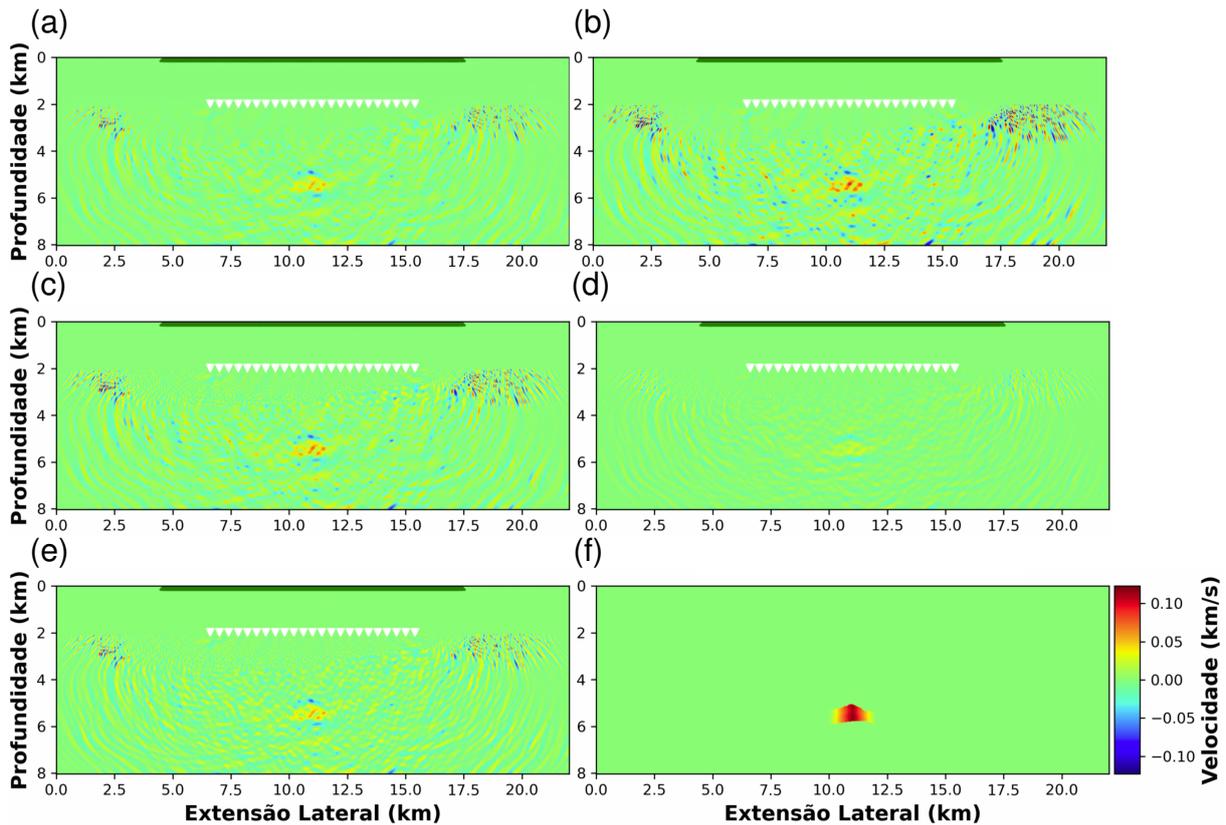


Figura 23 – Figura de comparação entre os métodos propostos para a NR relacionada ao nível de ruído com 05 dB de SNR. De a-f temos: diferença paralela, diferença sequencial, diferença central, dupla diferenças, diferença ponderada e diferença real. Chama-se atenção para a dificuldade de interpretação da anomalia em relação ao ruído de fundo. Fonte: O autor.

no reservatório.

A ultima variação que este trabalho propôs avaliar tange as variações da coluna d'água. A Figura 28 avalia o efeito da variação do perfil de velocidade compressional no oceano, assumindo o verdadeiro perfil para ambos os modelos iniciais. A magnitude das diferenças possuem grande variação entre os resultados encontrados. O resultado de dupla diferenças não obteve boa capacidade de recuperação para a situação, mas os outros modelos revelam a capacidade de compensar os diferentes tempos de transito.

Um experimento mais específico, focado apenas na diferença paralela ao fixar a velocidade da camada d'água ao modelo base, demonstrado pela Figura 29 destaca a importância de considerar o perfil correto da lâmina d'água durante a inversão. Este evidencia um artefatos coerentes com a geologia em toda a região do modelo decorrente da introdução de uma cinemática diferente à simulação. Isso ressalta a

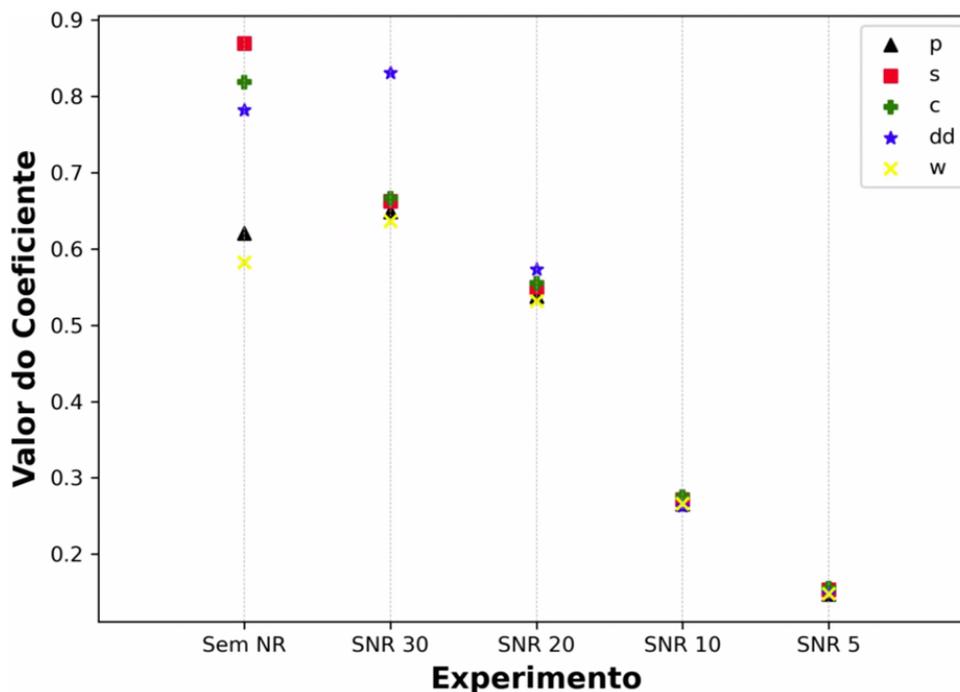


Figura 24 – O Gráfico do Coeficiente de Correlação de Pearson para a variação de SNR demonstra a taxa de correlação entre o modelo estudado e a diferença esperada. As diferenças paralelas (p) são demonstrados no triângulo preto, o quadrado vermelho representa a diferença sequencial (s), a cruz verde as diferenças centrais (c), a estrela azul é o de dupla diferenças e o x amarelo o ponderado. Fonte: O autor.

relevância de levar em conta o perfil preciso da lâmina d'água durante a análise para que não ocorra inconsistências do resultado com o fenômeno observado. Além disso, o coeficiente de Pearson para essa comparação demonstra que há a degradação do resultado final.

A compilação dos coeficientes de Pearson de todos os experimentos aqui feitos visto na Figura 31 revela um significativo resultado: Não há um método ótimo para todos os tipos de efeitos de NR. Além disso, os modelos mostram que cada fonte de ruído *Time-Lapse* estudada individualmente contribui para um tipo de artefato observado, sejam artefatos incoerentes - como nos experimentos de variação de SNR - quanto artefatos coerentes - vistos nos experimentos de variação da lamina d'água - e, por fim, artefatos típicos de iluminação em que ressalta os caminhos de onda percorrido - visto no experimento da variação de posicionamento. Estas ambas informações culminam para uma mesma conclusão: dos métodos estudados, o seu emprego em um cenário real é dependente das necessidades específicas daquele caso.

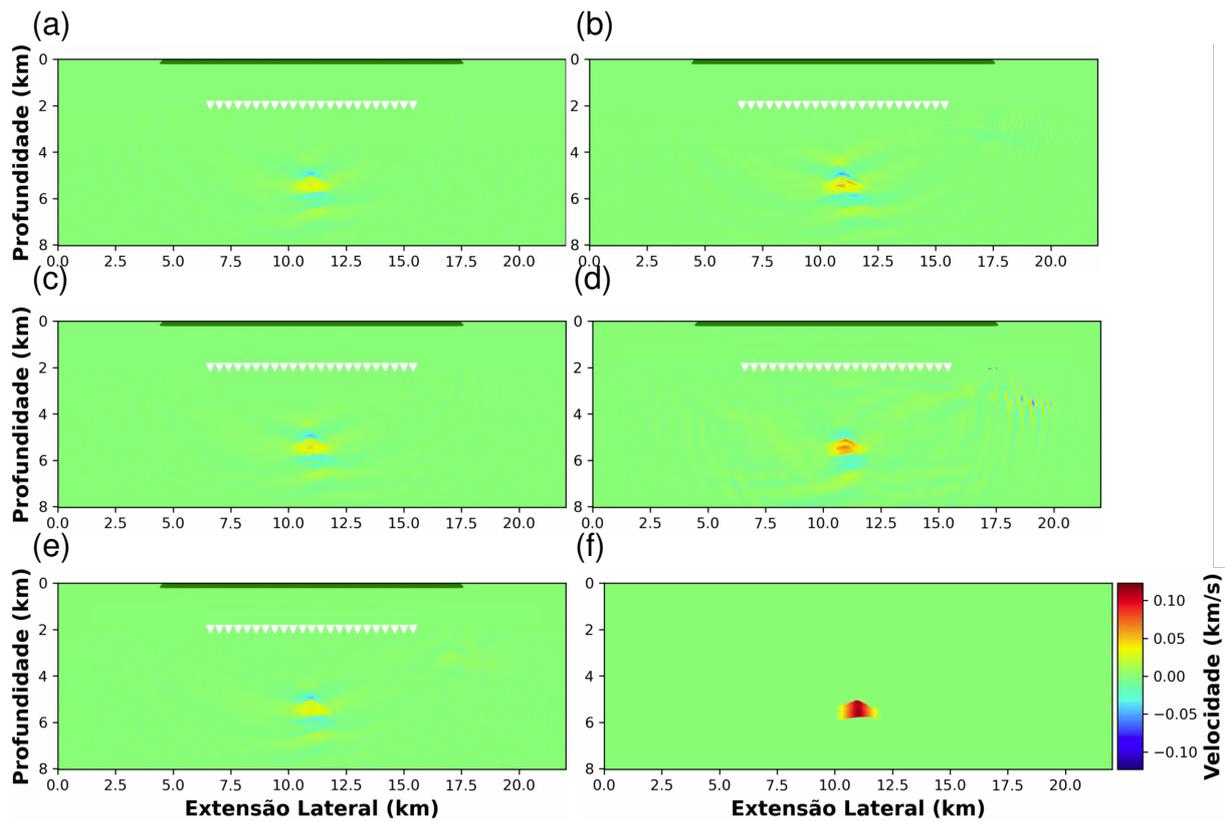


Figura 25 – Figura de comparação entre os métodos propostos para a NR relacionada ao posicionamento. De a-f temos: diferença paralela, diferença sequencial, diferença central, dupla diferenças, diferença ponderada e diferença real. Fonte: O autor.

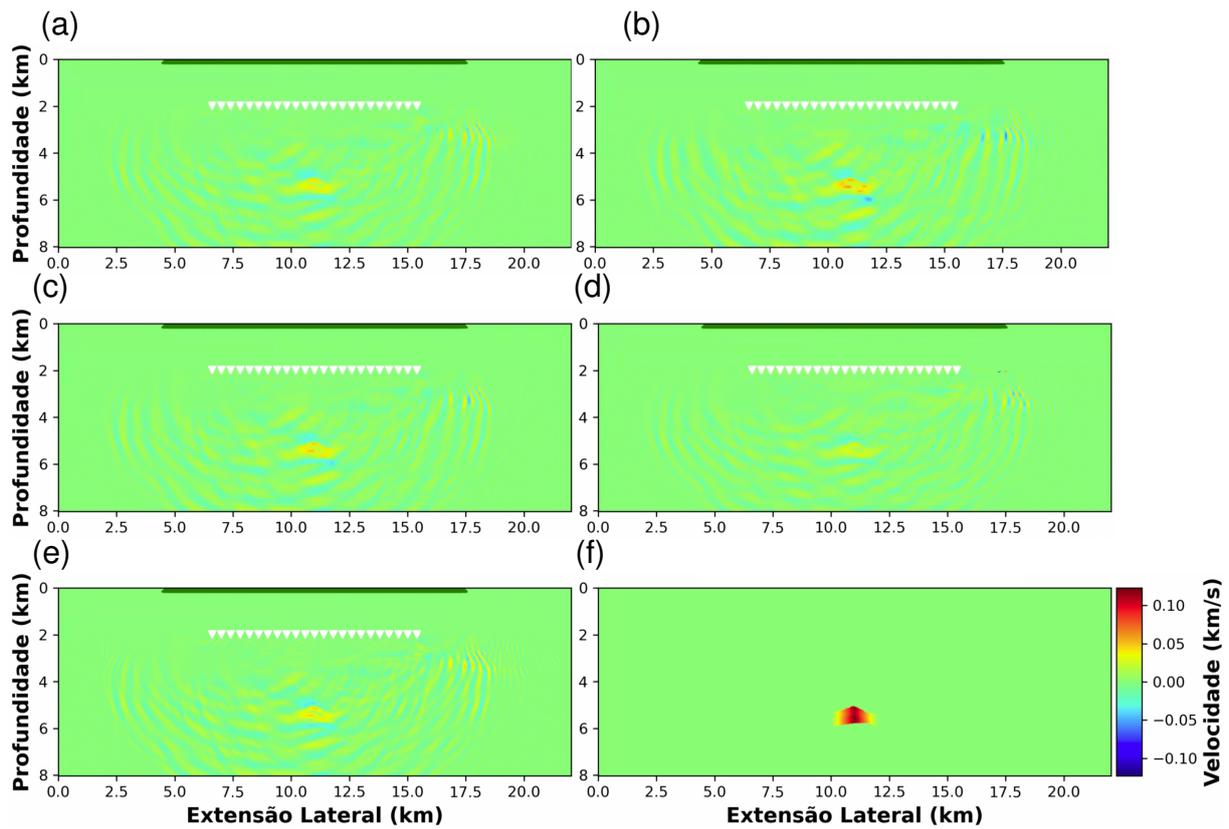


Figura 26 – Figura de comparação entre os métodos propostos para a NR relacionada ao erro de posicionamento. De a-f temos: diferença paralela, diferença sequencial, diferença central, dupla diferenças, diferença ponderada e diferença real. Nota-se a presença de artefatos e a dificuldade da recuperação da anomalia. Fonte: O autor.

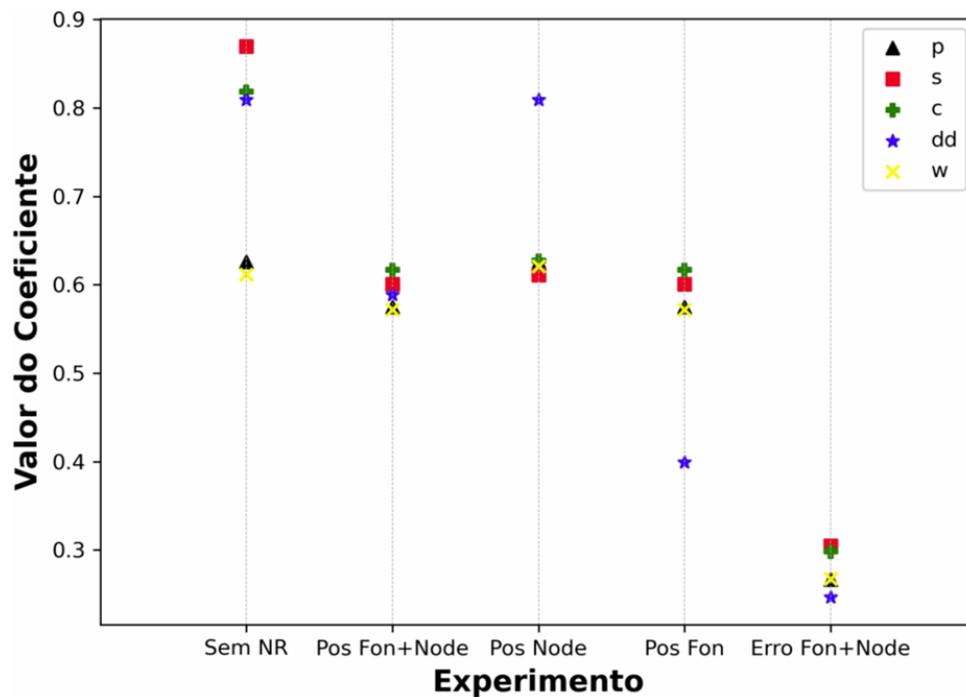


Figura 27 – O Gráfico do Coeficiente de Correlação de Pearson para a variação de posicionamento e erro de medida demonstra a taxa de correlação entre o modelo estudado e a diferença esperada. As diferenças paralelas (p) são demonstrados no triângulo preto, o quadrado vermelho representa a diferença sequencial (s), a cruz verde as diferenças centrais (c), a estrela azul é o de dupla diferenças e o x amarelo o ponderado. Fonte: O autor.

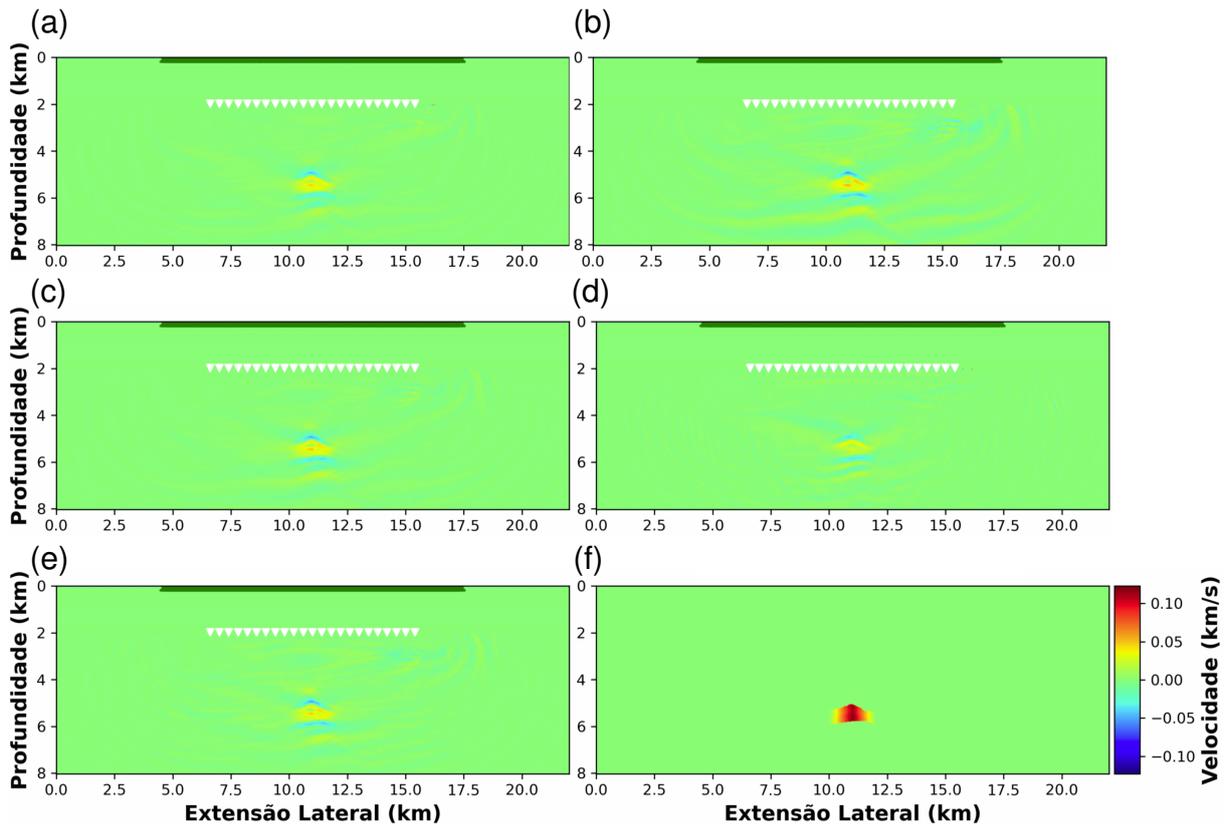


Figura 28 – Figura de comparação entre os métodos propostos para a NR relacionada ao perfil d’água. De a-f temos: diferença paralela, diferença sequencial, diferença central, dupla diferenças, diferença ponderada e diferença real. Fonte: O autor.

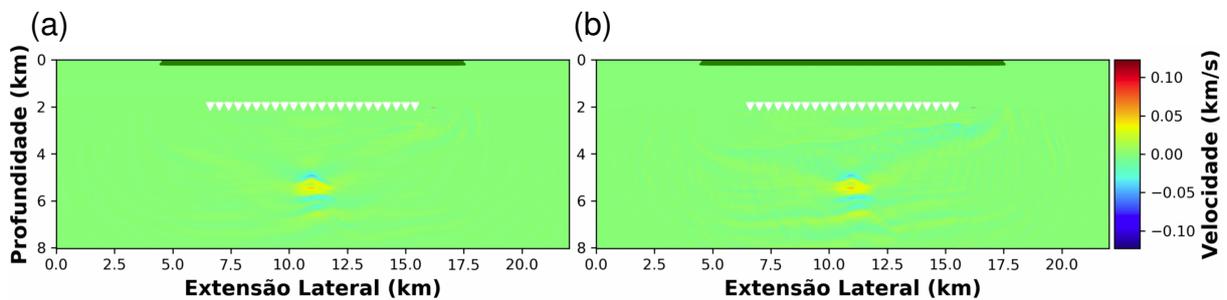


Figura 29 – Figura de comparação entre os métodos paralelos com a inversão utilizando os perfis de velocidades reais (a) e fixo para o perfil do modelo base (b). Fonte: O autor.

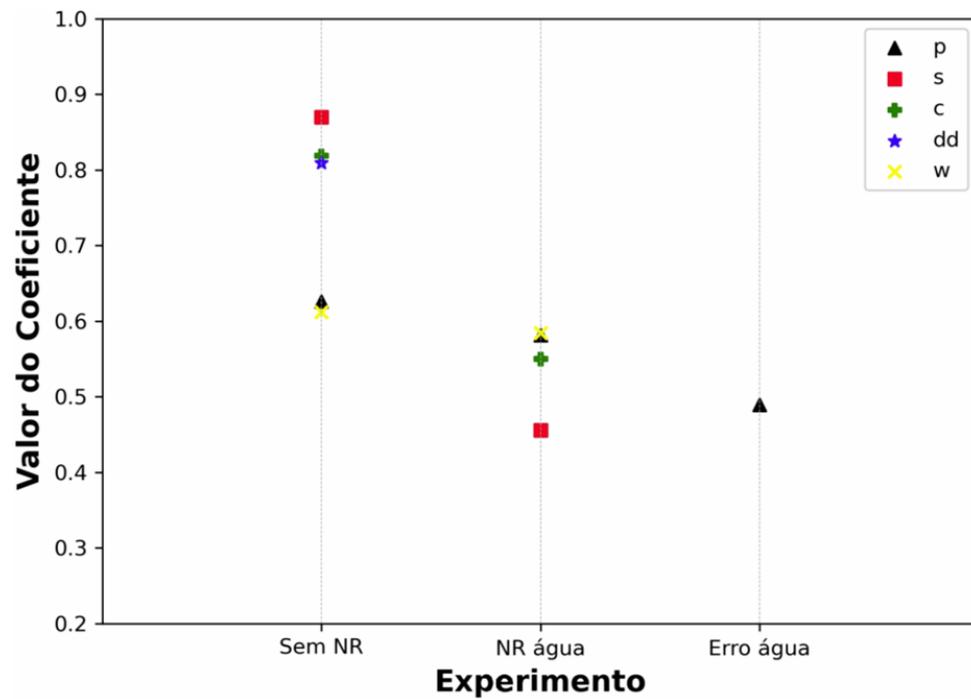


Figura 30 – O Gráfico do Coeficiente de Correlação de Pearson para a variação do perfil de velocidades da camada d'água demonstra a taxa de correlação entre o modelo estudado e a diferença esperada. As diferenças paralelas (p) são demonstrados no triângulo preto, o quadrado vermelho representa a diferença sequencial (s), a cruz verde as diferenças centrais (c), a estrela azul é o de dupla diferenças e o x amarelo o ponderado. Fonte: O autor.

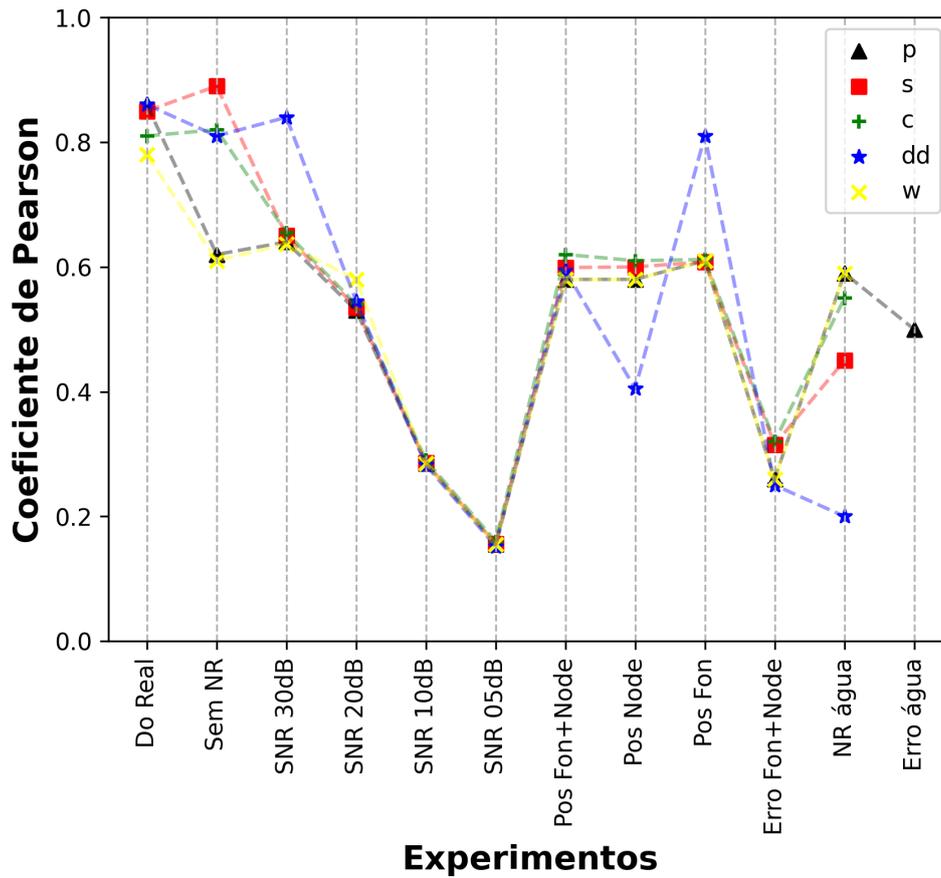


Figura 31 – O Gráfico do Coeficiente de Correlação de Pearson para todos os experimentos definindo a taxa de correlação entre o modelo estudado e a diferença esperada. As diferenças paralelas (p) são demonstrados no triângulo preto, o quadrado vermelho representa a diferença sequencial (s), a cruz verde as diferenças centrais (c), a estrela azul é o de dupla diferenças e o x amarelo o ponderado. Fonte: O autor.

## 5 Conclusão

Neste trabalho, foi apresentada a comparação entre metodologias da FWI *Time-Lapse*, considerando reservatórios ultra-profundos inspirados na região brasileira do pré-sal. Os resultados revelaram que as estratégias estudadas são capazes de detectar sutis mudanças na velocidade de ondas P em reservatórios típicos de petróleo do pré-sal brasileiro, utilizando a tecnologia OBN. Os resultados aqui apresentados revelam que os artefatos de inversão devido aos efeitos de NR se manifestam de maneira diferente para cada esquema, seja pela introdução de perturbações expúrias ou pela incapacidade de recuperar a informação *Time-Lapse*. A capacidade de reproduzir a diferença esperada para cada cenário pouco diz sobre a eficiência geral de um método em relação aos outros. Diferentes perturbações introduzidas ao experimento levam à incertezas no resultado final que precisam ser levadas em consideração para a escolha do mais apropriado para a especificidade de um caso. Por isso, entende-se que o método de diferenças centrais por manter-se estável e, por isso, confiável na separação do resultado ao ruído/efeitos da NR. O resultado apresentado é condizente com os trabalhos de Hochwart et al. (2022) e DA SILVA et al. (2023) no que tange a capacidade de empregar a FWI *Time-Lapse* para a região do pré-sal brasileiro.

Este trabalho demonstra a influencia de diferentes NRs e, portanto, permite uma melhor estimativa dos limites desta técnica. Sugere-se, para outros trabalhos, a avaliação de outras funções objetivos que possam ser mais robustas à presença de ruído, além de ponderar um rápido pré-processamento ao dado para a inversão melhor acessar a informação do reservatório em um caso real, como filtragens para ruídos aleatórios.

Além disso, outro importante passo é o estudo da técnica em cenários de mistura das NRs identificadas. A justificativa de tal estudo se dá pela melhor simulação do caso real, onde o dado adquirido possui a influencia de erros e ruídos conhecidos ou não. Cabe também a introdução de físicas mais complexas nas simulações, ao analisar a influência dos efeitos elásticos no dado, além de geometrias em 3 dimensões. Isso porque, mesmo que o que é válido no 2D seja válido em 3D, as influências azimutais e da geometria irregular do topo do sal serão melhores observadas e estudadas nesta configuração, além de permitir explorar diferentes configurações de aquisição (Lopez

et al., 2020).

Por fim, com o aumento da importância das aquisições *Time-Lapse* na região do pré-sal brasileiro, sugere-se empregar esta mesma metodologia em um estudo de caso real, em que pode-se verificar a robustez das estratégias com os parâmetros de erros agora desconhecidos.

# Referências

ASNAASHARI, A.; BROSSIER, R.; GARAMBOIS, S.; AUDEBERT, F.; THORE, P.; VIRIEUX, J. Time-lapse seismic imaging using regularized full-waveform inversion with a prior model: which strategy? *Geophysical prospecting*, European Association of Geoscientists & Engineers, v. 63, n. 1, p. 78–98, 2015.

BORGES, F.; MUZZETTE, M.; QUEIROZ, L. E.; PEREIRA-DIAS, B.; DIAS, R.; BULCÃO, A. Analysis of water velocity changes in time-lapse ocean bottom acquisitions - a synthetic 2d study in Santos basin, offshore Brazil. *Journal of Applied Geophysics*, v. 197, p. 104521, 2022. ISSN 0926-9851. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S092698512100269X>.

BULCÃO, A. Formulação do método dos elementos de contorno com dupla reciprocidade usando elementos de ordem superior aplicação a problemas de campo escalar generalizado. *Dissertação (Mestrado)*. (PPGEM) - Universidade Federal do Espírito Santo, 1999.

BULCÃO, A. *Modelagem e migração reversa no tempo empregando operadores elásticos e acústicos*. Tese (Doutorado) — (PEC/COPE) - Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2004.

CAPUZZO, F.; CETALE, M.; SILVA, S. L. da; MOREIRA, R.; COSTA, F. T.; KARSOU, A. A.; LOPEZ, J. Influence of node position uncertainty on fwi and mirror-rtm. In: \_\_\_\_\_. *Third International Meeting for Applied Geoscience & Energy Expanded Abstracts*. [s.n.], 2023. p. 690–694. Disponível em: <https://library.seg.org/doi/abs/10.1190/image2023-3916807.1>.

CARCIONE, J. M.; HERMAN, G. C.; KROODE, A. T. Seismic modeling. *Geophysics*, Society of Exploration Geophysicists, v. 67, n. 4, p. 1304–1325, 2002.

CLAERBOUT, J. F. Toward a unified theory of reflector mapping. *Geophysics*, Society of Exploration Geophysicists, v. 36, n. 3, p. 467–481, 1971.

CRUZ, N. M.; CRUZ, J. M.; TEIXEIRA, L. M.; COSTA, M. M. da; OLIVEIRA, L. B. de; URASAKI, E. N.; BISPO, T. P.; JARDIM, M. de S.; GROCHAU, M. H.; MAUL, A. Tupi Nodes pilot: A successful 4D seismic case for Brazilian presalt reservoirs. *The Leading Edge*, v. 40, n. 12, p. 886–896, 12 2021. ISSN 1070-485X. Disponível em: <https://doi.org/10.1190/tle40120886.1>.

CYPRIANO, L.; YU, Z.; FERREIRA, D.; HUARD, B.; PEREIRA, R.; JOUNO, F.; KHALIL, A.; URASAKI, E.; CRUZ, N. da; YIN, A. et al. Obn for pre-salt imaging and reservoir monitoring—potential and road ahead. In: *16th International Congress of the Brazilian Geophysical Society*. [S.l.: s.n.], 2019.

DA SILVA, S.; MOREIRA, R.; HOCHWART, B.; CETALE, M. Suppressing 4D-noise induced by coordinate inaccuracies using a receiver-extension fwi strategy. In: EUROPEAN ASSOCIATION OF GEOSCIENTISTS & ENGINEERS. *84th EAGE Annual Conference & Exhibition*. [S.l.], 2023. v. 2023, n. 1, p. 1–5.

- DOLCI, D. I.; SILVA, F. A.; PEIXOTO, P. S.; VOLPE, E. V. Effectiveness and computational efficiency of absorbing boundary conditions for full-waveform inversion. *Geoscientific Model Development*, Copernicus GmbH, v. 15, n. 14, p. 5857–5881, 2022.
- FICHTNER, A. *Full seismic waveform modelling and inversion*. Berlin, Heidelberg: Springer, 2010.
- GHERASIM, M.; L'HEUREUX, E.; LORENZO, Z. Evaluation and correction of sources of 4d noise using modeled ocean-bottom-node data. *The Leading Edge*, Society of Exploration Geophysicists, v. 35, n. 10, p. 880–886, 2016.
- HAN, D.; SUN, M.; LIU, J. Velocity and density of oil-hc-co 2 miscible mixtures. *Seg Technical Program Expanded Abstracts*, 2013. Disponível em: <<https://api.semanticscholar.org/CorpusID:55030856>>.
- HICKS, E.; HOEBER, H.; HOUBIERS, M.; LESCOFFIT, S. P.; RATCLIFFE, A.; VINJE, V. Time-lapse full-waveform inversion as a reservoir-monitoring tool—a north sea case study. *The Leading Edge*, Society of Exploration Geophysicists, v. 35, n. 10, p. 850–858, 2016.
- HOCHWART, B.; SILVA, S. da; MOREIRA, R.; CETALE, M. A comparative study of single, double and central difference time-lapse full-waveform inversion using ocean bottom nodes. In: SBGF. *IX SimBGF*. [S.l.], 2022.
- HU, W.; CHEN, J.; LIU, J.; ABUBAKAR, A. Retrieving Low Wavenumber Information in FWI: An Overview of the Cycle-Skipping Phenomenon and Solutions. *IEEE Signal Process. Mag.*, v. 35, n. 2, p. 132–141, 2018.
- JOHANN, P. R. S.; MONTEIRO, R. C. Geophysical reservoir characterization and monitoring at brazilian pre-salt oil fields. In: OTC. *Offshore Technology Conference*. [S.l.], 2016. p. D021S020R003.
- JOHNSTON, D. H. *Practical applications of time-lapse seismic data*. [S.l.]: Society of Exploration Geophysicists, 2013.
- KEAREY, P.; BROOKS, M.; HILL, I. *An introduction to geophysical exploration*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2002. v. 4.
- KIYASHCHENKO, D.; WONG, W.-F.; CHERIEF, D.; CLARKE, D.; DUAN, Y.; HATCHELL, P. Unlocking seismic monitoring of stiff reservoirs with 4d obn: A case study from brazil pre-salt. In: *SEG Technical Program Expanded Abstracts 2020*. [S.l.]: Society of Exploration Geophysicists, 2020. p. 3759–3763.
- KÖHN, D. *Time Domain 2D Elastic Full Waveform Tomography*. Tese (Doutorado) — Christian-Albrechts Universität Kiel, 2011.
- LI, Y.; ALKHALIFAH, T.; GUO, Q. Target-oriented time-lapse waveform inversion using deep learning-assisted regularization. *Geophysics*, v. 86, n. 4, p. R485–R495, 06 2021. ISSN 0016-8033. Disponível em: <<https://doi.org/10.1190/geo2020-0383.1>>.
- LINES, L. R.; SLAWINSKI, R.; BORDING, R. P. A recipe for stability of finite-difference wave-equation computations. *Geophysics*, Society of Exploration Geophysicists, v. 64, n. 3, p. 967–969, 1999.

- LOCARNINI, M.; MISHONOV, A.; BARANOVA, O.; BOYER, T.; ZWENG, M.; GARCIA, H.; SEIDOV, D.; WEATHERS, K.; PAVER, C.; SMOLYAR, I.; OUTROS. World ocean atlas 2018, volume 1: Temperature. A. Mishonov, Technical Editor, NOAA Atlas NESDIS 81, 52pp, 2018. Disponível em: <https://archimer.ifremer.fr/doc/00651/76338/>.
- LOPEZ, J.; NETO, F.; CABRERA, M.; COOKE, S.; GRANDI, S.; ROEHL, D. Refraction seismic for pre-salt reservoir characterization and monitoring. In: \_\_\_\_\_. *SEG Technical Program Expanded Abstracts 2020*. [s.n.], 2020. p. 2365–2369. Disponível em: <https://library.seg.org/doi/abs/10.1190/segam2020-3426667.1>.
- LUMLEY, D.; BEHRENS, R. Practical issues of 4d seismic reservoir monitoring: What an engineer needs to know. *SPE Reservoir Evaluation & Engineering*, OnePetro, v. 1, n. 06, p. 528–538, 1998.
- MACKENZIE, K. V. Nine-term equation for sound speed in the oceans. *The Journal of the Acoustical Society of America*, Acoustical Society of America, v. 70, n. 3, p. 807–812, 1981.
- MAHARRAMOV\*, M.; BIONDI, B. Joint full-waveform inversion of time-lapse seismic data sets. In: *SEG Technical Program Expanded Abstracts 2014*. [s.n.], 2014. p. 954–959. Disponível em: <https://library.seg.org/doi/abs/10.1190/segam2014-0962.1>.
- MARDAN, A.; GIROUX, B.; FABIEN-OUELLET, G. Weighted-average time-lapse seismic full-waveform inversion. *Geophysics*, Society of Exploration Geophysicists, v. 88, n. 1, p. R25–R38, 2023.
- NOCEDAL, J.; WRIGHT, S. J. *Numerical Optimization*. [S.l.]: Springer, New York, NY, USA, 2006.
- PLESSIX, R.-E. A review of the adjoint-state method for computing the gradient of a functional with geophysical applications. *Geophysical Journal International*, Blackwell Publishing Ltd Oxford, UK, v. 167, n. 2, p. 495–503, 2006.
- RAKNES, E.; WEIBULL, W.; ARNTSEN, B. Time-lapse full waveform inversion: Synthetic and real data examples. In: . [S.l.: s.n.], 2013. p. 944–948.
- RAKNES, E. B.; ARNTSEN, B. Time-lapse full-waveform inversion of limited-offset seismic data using a local migration regularization. *Geophysics*, v. 79, n. 3, p. WA117–WA128, 05 2014. ISSN 0016-8033. Disponível em: <https://doi.org/10.1190/geo2013-0369.1>.
- REASNOR, M.; BEAUDOIN, G.; PFISTER, M.; AHMED, I.; DAVIS, S.; ROBERTS, M.; HOWIE, J.; OPENSHAW, G.; LONGO, A. Atlantis time-lapse ocean bottom node survey: a project team's journey from acquisition through processing. In: \_\_\_\_\_. *SEG Technical Program Expanded Abstracts 2010*. [s.n.], 2010. p. 4155–4159. Disponível em: <https://library.seg.org/doi/abs/10.1190/1.3513730>.
- RICKETT, J.; LUMLEY, D. Cross-equalization data processing for time-lapse seismic reservoir monitoring: A case study from the gulf of mexico. *Geophysics*, Society of Exploration Geophysicists, v. 66, n. 4, p. 1015–1025, 2001.

*Full Wavefield Inversion of Time-Lapse Data for Improved Imaging and Reservoir Characterization*, All Days de *SEG International Exposition and Annual Meeting*, (SEG International Exposition and Annual Meeting, All Days). SEG-2012-1043 p.

SANTOS, J.; CATAPANG, A. N.; REYTA, E. D. Understanding the fundamentals of earthquake signal sensing networks. *Analog Dialogue*, v. 53, n. 4, 2019.

SCHUSTER, G. T. *Seismic Inversion*. [S.l.]: Society of exploration geophysicists, 2017.

SHERIFF, R. E.; GELDART, L. P. *Exploration seismology*. [S.l.]: Cambridge university press, 1995.

SILVA, D. D.; BENJAMIN, R.; DUARTE, E. F.; MEDEIROS, J.; LOPEZ, J. Improving robustness of 4d fwi to non-repeatability using non-parametric residual statistics. *European Association of Geoscientists amp; Engineers*, v. 2023, n. 1, p. 1–5, 2023. ISSN 2214-4609. Disponível em: <https://www.earthdoc.org/content/papers/10.3997/2214-4609.202310989>.

SILVA, E.; DAVÓLIO, A.; SANTOS, M.; SCHIOZER, D. 4D petroelastic modeling based on a presalt well. *Interpretation*, Society of Exploration Geophysicists and American Association of Petroleum . . . , v. 8, n. 3, p. T639–T649, 2020.

TELFORD, W. M.; GELDART, L. P.; SHERIFF, R. E. *Applied geophysics*. [S.l.]: Cambridge university press, 1990.

VIRIEUX, J.; ASNAASHARI, A.; BROSSIER, R.; MÉTIVIER, L.; RIBODETTI, A.; ZHOU, W. An introduction to full waveform inversion. In: *Encyclopedia of exploration geophysics*. [S.l.]: Society of Exploration Geophysicists, 2017. p. R1–1.

VIRIEUX, J.; ETIENNE, V.; CRUZ-ATIENZA, V.; BROSSIER, R.; CHALJUB, E.; COUTANT, O.; GARAMBOIS, S.; MERCERAT, D.; PRIEUX, V.; OPERTO, S. Modelling seismic wave propagation for geophysical imaging. In: *Seismic waves-research and analysis*. [S.l.]: IntechOpen, 2012.

VIRIEUX, J.; OPERTO, S. An overview of full-waveform inversion in exploration geophysics. *GEOPHYSICS*, v. 74, p. WCC1–WCC26, 11 2009. ISSN 0016-8033.

WANG, Y. Frequencies of the ricker wavelet. *Geophysics*, Society of Exploration Geophysicists, TULSA, v. 80, n. 2, p. A31–A37, 2015. ISSN 0016-8033.

WIRGIN, A. The inverse crime. *arXiv preprint math-ph/0401050*, 2004.

YANG, D.; FEHLER, M.; MALCOLM, A.; LIU, F.; MORTON, S. Double-difference waveform inversion of 4d ocean bottom cable data: Application to valhall, north sea. In: *SEG Technical Program Expanded Abstracts 2013*. [s.n.], 2013. p. 4966–4970. Disponível em: <https://library.seg.org/doi/abs/10.1190/segam2013-1318.1>.

YANG, D.; MEADOWS, M.; INDERWIESEN, P.; LANDA, J.; MALCOLM, A.; FEHLER, M. Double-difference waveform inversion: Feasibility and robustness study with pressure data. *Geophysics*, Society of Exploration Geophysicists, v. 80, n. 6, p. M129–M141, 2015.

ZHOU, W.; LUMLEY, D. Non-repeatability effects on time-lapse 4d seismic full-waveform inversion. In: *SEG Technical Program Expanded Abstracts 2020*. [S.l.]: Society of Exploration Geophysicists, 2020. p. 3719–3723.

ZHOU, W.; LUMLEY, D. Central-difference time-lapse 4d seismic full-waveform inversion. *Geophysics*, GeoScienceWorld, v. 86, n. 2, p. R161–R172, 2021.

ZHOU, W.; LUMLEY, D. Nonrepeatability effects on time-lapse 4d seismic full-waveform inversion for ocean-bottom node data. *Geophysics*, GeoScienceWorld, v. 86, n. 4, p. R547–R561, 2021.

ZWENG, M.; SEIDOV, D.; BOYER, T.; LOCARNINI, M.; GARCIA, H.; MISHONOV, A.; BARANOVA, O.; WEATHERS, K.; PAVER, C.; SMOLYAR, I.; OUTROS. *World Ocean Atlas 2018, Volume 2: Salinity*. [S.l.], 2019. Disponível em: <https://archimer.ifremer.fr/doc/00651/76339/>.

# Apêndices

# APÊNDICE A – Discretização da Equação da Onda em meio bi-dimensional

Para que seja possível simular o fenômeno sísmico em um meio computacional, modelo geológico é discretizado em uma malha numérica espacial e temporal. Sua discretização se dá através de pontos finitos contendo as informações físicas do meio e os campos de pressão, respectivamente, em seus nós. Com o objetivo de simplificações, será considerado que a malha espacial possui o mesmo distanciamento, sendo para o caso em 2 dimensões (2D):  $\Delta x = \Delta z = h$ .

Essa abordagem considera a derivada do ponto avaliado como uma construção dependente de sua vizinhança. Dessa forma, ao analisar a função  $f(x)$   $n$  vezes diferenciável ao entorno do ponto  $x_0$ , a expansão de Taylor nos dá:

$$f(x_0 + h) = f(x_0) + f'(x_0)h + \frac{f''(x_0)}{2!}h^2 + \frac{f'''(x_0)}{3!}h^3 + \dots, \quad (\text{A.1})$$

$$f(x_0 - h) = f(x_0) - f'(x_0)h + \frac{f''(x_0)}{2!}h^2 - \frac{f'''(x_0)}{3!}h^3 + \dots, \quad (\text{A.2})$$

o que permite analisar a derivada de primeira ordem de forma progressiva, resolvendo a eq. A.1 para  $f'(x)$ :

$$f'(x_0) = \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h} - \underbrace{\frac{1}{h} \left( \frac{f''(x_0)}{2!}h^2 + \frac{f'''(x_0)}{3!}h^3 + \dots \right)}_{O(h^2)} \quad (\text{A.3})$$

$$f'(x_0) = \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h} + O(h^2)$$

regressiva, resolvendo a eq. A.2 para  $f'(x)$ :

$$f'(x_0) = \frac{f(x_0) - f(x_0 - h)}{h} + \underbrace{\frac{1}{h} \left( \frac{f''(x_0)}{2!}h^2 - \frac{f'''(x_0)}{3!}h^3 + \dots \right)}_{O(h^2)} \quad (\text{A.4})$$

$$f'(x_0) = \frac{f(x_0) - f(x_0 - h)}{h} + O(h^2)$$

ou centralizada, resolvendo a subtração das eqs. A.1 e A.2 para  $f'(x_0)$

$$\begin{aligned}
 f(x_0 + h) - f(x_0 - h) &= 2f'(x)h + 2\frac{1}{6}f'''(x_0)h^3 + 2\frac{1}{120}f^{(5)}(x_0)h^5 + \dots \\
 f'(x_0) &= \frac{f(x_0 + h) - f(x_0 - h)}{2h} - \underbrace{\frac{1}{2h}\left(2\frac{1}{6}f'''(x_0)h^3 + 2\frac{1}{120}f^{(5)}(x_0)h^5 + \dots\right)}_{O(h^2)} \quad (\text{A.5}) \\
 f'(x_0) &= \frac{f(x_0 + h) - f(x_0 - h)}{2h} + O(h^2),
 \end{aligned}$$

com  $O(h^2)$  sendo o termo de erro relacionado ao truncamento da série.

É importante notar que termos de ordem superior àquela analisada podem ser desconsiderados devido ao pequeno tamanho de  $h$ . Portanto, a porção negligenciada é designada como o erro de aproximação, fornecendo a ordem do erro. Neste estudo, a análise abordou explicitamente termos de segunda ordem, ou seja, desconsiderando contribuições a partir de  $h^2$ .

É possível também obter a aproximação da derivada segunda da função através do MDF, sendo definida pela soma das eqs. A.1 e A.2, resolvendo para  $f''(x)$ :

$$\begin{aligned}
 f(x_0 + h) + f(x_0 - h) &= 2f(x_0) + 2\frac{1}{2}f''(x_0)h^2 + 2\frac{1}{24}f^{(4)}(x_0)h^4 + \dots \\
 f''(x_0) &= \frac{f(x_0 + h) - 2f(x_0) + f(x_0 - h))}{h^2} - \underbrace{\frac{1}{h^2}\left(2\frac{1}{24}f^{(4)}(x_0)h^4 + \dots\right)}_{O(h^2)} \quad (\text{A.6}) \\
 f''(x_0) &= \frac{f(x_0 + h) - 2f(x_0) + f(x_0 - h))}{h^2} + O(h^2).
 \end{aligned}$$

Neste caso, para obter ordens superiores são necessários mais dois pontos da malha discretizada em relação à primeira derivada.

Virieux et al. (2012) destacam que um operador de diferenças finitas de segunda ordem é suficientemente preciso para as derivadas temporais. Adicionalmente, aumentar a ordem dos operadores desta derivada acarretaria em um aumento do peso computacional, uma vez que demandaria o armazenamento de um maior número de campos de pressão na memória. Portanto, é necessário manter três campos definidos para a construção do algoritmo da marcha temporal: o passado  $p_{i,j}^{k-1}$ , o presente  $p_{i,j}^k$  e o futuro  $p_{i,j}^{k+1}$ , para todos os pontos da malha. Considera-se então a aproximação:

$$\frac{\partial^2 p_s(\vec{x}, t)}{\partial t^2} = \frac{p_{i,j}^{k+1} - 2p_{i,j}^k + p_{i,j}^{k-1}}{\Delta t^2} + O(\Delta t^2) \quad (\text{A.7})$$

Ademais, o operador Laplaciano ( $\nabla^2$ ) refere-se às segundas derivadas parciais espaciais. Como neste trabalho é empregada a equação 2.8 em duas dimensões, é necessário avaliar as derivadas parciais  $\partial^2 p_s(\vec{x}, t)/\partial x^2$  e  $\partial^2 p_s(\vec{x}, t)/\partial z^2$ . Neste trabalho fora empregada sua aproximação de oitava ordem, necessitando de 17 pontos da malha, o que tornam suas aproximações:

$$\frac{\partial^2 p_s(\vec{x}, t)}{\partial x^2} = \frac{-9p_{i+4,j}^k + 128p_{i+3,j}^k - 1008p_{i+2,j}^k + 8064p_{i+1,j}^k - 14350p_{i,j}^k + 8064p_{i-1,j}^k - 1008p_{i-2,j}^k + 128p_{i-3,j}^k - 9p_{i-4,j}^k}{5040h^2} + O(h^8) \quad (\text{A.8})$$

$$\frac{\partial^2 p_s(\vec{x}, t)}{\partial z^2} = \frac{-9p_{i,j+4}^k + 128p_{i,j+3}^k - 1008p_{i,j+2}^k + 8064p_{i,j+1}^k - 14350p_{i,j}^k + 8064p_{i,j-1}^k - 1008p_{i,j-2}^k + 128p_{i,j-3}^k - 9p_{i,j-4}^k}{5040h^2} + O(h^8)$$

Portanto, ao aplicar as aproximações vistas nas eqs. A.7 e A.8 na eq. 2.8, obtém-se o esquema da marcha temporal que calcula o campo de pressão para todos os instantes de tempo e todos os pontos do modelo. Fica então que o campo futuro  $p_{i,j}^{k+1}$  é definido por:

$$\left[ \frac{\partial^2 p_s(x, z, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p_s(x, z, t)}{\partial z^2} \right] - \frac{1}{v_p^2(x, z)} \frac{\partial^2 p_s(x, z, t)}{\partial t^2} = f_s(\vec{x}, t),$$

$$\left[ \frac{-9p_{i+4,j}^k + 128p_{i+3,j}^k - 1008p_{i+2,j}^k + 8064p_{i+1,j}^k - 14350p_{i,j}^k + 8064p_{i-1,j}^k - 1008p_{i-2,j}^k + 128p_{i-3,j}^k - 9p_{i-4,j}^k}{5040h^2} + \frac{-9p_{i,j+4}^k + 128p_{i,j+3}^k - 1008p_{i,j+2}^k + 8064p_{i,j+1}^k - 14350p_{i,j}^k + 8064p_{i,j-1}^k - 1008p_{i,j-2}^k + 128p_{i,j-3}^k - 9p_{i,j-4}^k}{5040h^2} \right] - \frac{1}{v_{p_{i,j}}^2} \left( \frac{p_{i,j}^{k+1} - 2p_{i,j}^k + p_{i,j}^{k-1}}{\Delta t^2} \right) = f_{i,j}^k,$$

$$p_{i,j}^{k+1} = 2p_{i,j}^k - p_{i,j}^{k-1} + \frac{\Delta t^2 v_{p_{i,j}}^2}{5040h^2} [-9(p_{i+4,j}^k + p_{i-4,j}^k + p_{i,j+4}^k + p_{i,j-4}^k) + 128(p_{i+3,j}^k + p_{i-3,j}^k + p_{i,j+3}^k + p_{i,j-3}^k) - 1008(p_{i+2,j}^k + p_{i-2,j}^k + p_{i,j+2}^k + p_{i,j-2}^k) + 8064(p_{i+1,j}^k + p_{i-1,j}^k + p_{i,j+1}^k + p_{i,j-1}^k) - 28700p_{i,j}^k] - \Delta t^2 v_{p_{i,j}}^2 f_{i,j}^k. \quad (\text{A.9})$$

Além disso, convencionam-se que a eq. 2.8 é sujeita as seguintes condições iniciais:

$$\begin{cases} p(x, z, t = 0) = 0 \\ \frac{\partial^2 p_s(x, z, t)}{\partial t^2} |_{t=0} = 0, \end{cases} \quad (\text{A.10})$$

garantindo que todo campo é gerado pelo termo da fonte  $f_{i,j}^k$  (Schuster, 2017).

APÊNDICE B – ASSESSING  
TIME-LAPSE FULL-WAVEFORM  
INVERSION STRATEGIES IN A  
BRAZILIAN PRE-SALT SETTING



**ASSESSING TIME-LAPSE FULL-WAVEFORM INVERSION  
STRATEGIES IN A BRAZILIAN PRE-SALT SETTING**

Journal:	<i>Brazilian Journal of Geophysics</i>
Manuscript ID	GeoPhys-2023-0044
Manuscript Type:	Original Article
Keywords:	Time-lapse FWI, Brazilian pre-salt, Ocean-bottom nodes, Central-difference FWI, Seismic reservoirs

SCHOLARONE™  
Manuscripts



Brazilian Journal of Geophysics  
Brazilian Geophysical Society  
ISSN 0102-261X

## ASSESSING TIME-LAPSE FULL-WAVEFORM INVERSION STRATEGIES IN A BRAZILIAN PRE-SALT SETTING

**ABSTRACT.** We conducted a comparative study of time-lapse full-waveform inversion (time-lapse FWI) strategies, considering a typical deep-water Brazilian pre-salt setting. This study employed a realistic P-wave model, ocean-bottom nodes (OBN) acquisition, noisy data, and a Gaussian anomaly to represent time-lapse model changes. We evaluated the four most commonly used time-lapse FWI schemes. In the first, known as parallel time-lapse FWI, two independent FWI processes are performed from the same initial model, utilizing baseline and monitor datasets. In the second strategy, namely sequential time-lapse FWI, the retrieved baseline model serves as the starting model for inverting monitor data. In both cases, the time-lapse model is derived by subtracting the retrieved baseline model from the retrieved monitor model. The remaining two methods were double-difference and central-difference time-lapse FWI. Our findings demonstrate that all these schemes can detect model variations of 3%. Remarkably, the central-difference time-lapse FWI method demonstrated superior accuracy in producing time-lapse models and, as such, presents itself as a promising strategy for implementation in time-lapse studies within Brazilian pre-salt regions.

**Keywords:** Time-lapse FWI; Brazilian pre-salt; Ocean-bottom nodes (OBN); Central-difference FWI; Seismic reservoirs

## 2 ASSESSING TIME-LAPSE FULL-WAVEFORM INVERSION STRATEGIES

---

### INTRODUCTION

Characterizing and monitoring reservoirs are vital in strategically planning oil and gas production operations. Time-lapse studies serve as a critical tool for discerning nuanced variations within seismic reservoir properties (Sambo et al., 2020). These variations can be attributed to many factors, including the dynamic processes associated with fluid injection and extraction. Time-lapse investigations delve into the meticulous analysis of geophysical data acquired through two or more distinct seismic surveys conducted at varying temporal intervals within the same geographical area (Lumley, 2001). Through these comparative examinations, geoscientists can understand how subsurface physical properties evolve over time, enabling them to optimize production strategies, enhance hydrocarbon recovery, and make informed decisions regarding reservoir management and environmental impact assessments (Nguyen et al., 2015; Cardoso et al., 2022).

Time-lapse approaches operate under the premise that features within the target area exhibit more significant variations from one seismic acquisition to another when contrasted with the surrounding region. Within this context, alterations in the overburden are obtained by analyzing the disparities between each survey conducted in the time-lapse domain. This approach is grounded in the reliable assumption that geological attributes, which remain constant over time and contribute to the seismic image, including factors like lithology, porosity, and shale content tend to cancel out. Consequently, the remaining changes observed (time-lapse model) are primarily associated to the time-varying dynamic properties associated with, for instance, fluid flows. These dynamic properties encompass alterations in fluid saturation and pore pressure, which are crucial factors to monitor and understand when evaluating the subsurface environment.

However, the issue of non-repeatability (NR) can introduce a significant challenge in obtaining suitable time-lapse models (Borges et al., 2021). NR issues can cause false time-lapse anomalies, which may be mistakenly interpreted as alterations in the physical characteristics of the subsurface (Zhou and Lumley, 2021b). To address this challenge, the deployment of ocean bottom node (OBN) surveys has gained prominence, representing a practical solution to mitigate NR errors (Yang et al., 2016). This shift towards OBN surveys has been driven by the inherent difficulties associated with streamer surveys in managing NR, azimuth illumination, fold and longer offsets concerns (Cypriano et al., 2019). A case in point is the Tupi Nodes pilot project, a study conducted by Cruz et al. (2021), which underscores the advantages of OBN technology in the context of deep-water Brazilian pre-salt reservoirs. The Tupi Nodes pilot project demonstrated a highly favorable time-lapse response by leveraging full-waveform inversion (FWI) (Virieux and Operto, 2009) as an integral component of the time-lapse seismic processing toolkit. FWI enables precise estimation of rock property changes (Warner et al., 2013; Górszczyk et al., 2021; da Silva et al., 2023b), such as P-wave velocity alterations, further enhancing subsurface analysis accuracy in dynamic geological environments. Consequently, operating the FWI technique to analyze OBN data can yield significantly more precise subsurface models.

This work essays a comprehensive comparative analysis of time-lapse FWI methodologies within the context of a typical deep-water Brazilian pre-salt geological setting. Specifically, we consider an OBN acquisition geometry to determine the most effective time-lapse FWI seismic monitoring technique for identifying changes in the properties of ultra-deep reservoirs while contending with noisy data. It is important to emphasize that, owing to the inherent nonlinear characteristics of FWI, our investigation also delves into the nonlinear artifacts introduced by the data inversion process. These artifacts can introduce subsurface model changes unrelated to

1  
2  
3 reservoir variations, as highlighted in prior researches (Yang et al., 2015; Zhou and Lumley, 2021b; da Silva et al.,  
4 2023a). The choice to employ FWI is rooted in its standing as a robust seismic inversion method that leverages  
5 the comprehensive physical principles embedded within a wave equation (Virieux and Operto, 2009). From a  
6 practical standpoint, FWI is usually formulated as a local optimization problem, where the primary objective is  
7 to minimize the sum of squared differences between the modeled data (derived from the wave equation solution)  
8 and the observed seismic data (Fichtner, 2010). Utilizing the entire waveforms, rather than solely travel times  
9 or amplitudes, enables a comprehensive evaluation of the propagation of waves that illuminate the subsurface.

10  
11  
12  
13  
14 Time-lapse seismic methodologies entail the implementation of two distinct seismic surveys within the same  
15 geographical area. In the initial survey, known as the baseline data acquisition, baseline data is recorded, while  
16 the follow-up surveys record monitor data. In this work we explore the applicability of the four most widely  
17 employed time-lapse FWI strategies, considering one monitor data acquisition. The first strategy, *parallel time-*  
18 *lapse FWI* (Lumley, 2001), consists of conducting two independent FWI processes starting from the same initial  
19 model. The baseline and monitor models are constructed using the respective baseline and monitor data sets.  
20 The time-lapse model is subsequently ascertained by subtracting the retrieved baseline model from the retrieved  
21 monitor model. In the second strategy, *sequential time-lapse FWI* (Routh et al., 2012), the retrieved baseline  
22 model serves as the starting point for inverting the monitor data. The time-lapse changes are calculated by  
23 subtracting the retrieved baseline model from the new retrieved monitor model obtained through the inversion  
24 of the monitor data. In the third time-lapse FWI approach, *double-difference time-lapse FWI* (DDWI) (Yang  
25 et al., 2015), the retrieved baseline model serves as the initial model for inverting the difference between the  
26 baseline and monitor data sets. The time-lapse changes are derived by subtracting the retrieved baseline model  
27 from the new model acquired through this inversion process. Finally, in the fourth time-lapse FWI approach  
28 considered in this work, *central-difference time-lapse FWI* (CFWI) (Zhou and Lumley, 2021a), the retrieved  
29 baseline and monitor models are employed as initial models for a new FWI application. In particular, the  
30 retrieved baseline model is used as the starting model for inverting the monitor model, producing a second  
31 monitor model. Simultaneously, the retrieved monitor model is employed as the initial model for inverting the  
32 baseline data, creating a second baseline model. The resulting time-lapse model is then computed by subtracting  
33 the baseline models' arithmetic mean from the monitor models' arithmetic mean.

34  
35  
36  
37  
38  
39  
40  
41  
42  
43  
44  
45  
46  
47  
48  
49  
50  
51  
52  
53  
54  
55  
56  
57  
58  
59  
60  
The structure of this work is as follows. In the subsequent section we briefly present the main ingredients of  
FWI and the time-lapse schemes employed in this work. Then, in the numerical experiments section, we present  
our implementation of a 2D acoustic FWI in the time domain employing a finite difference computational  
algorithm. Notably, our focus is examining the sensitivity of the aforementioned time-lapse methodologies  
employing FWI and OBN. Finally, in the last section we discuss and present our concluding remarks, outlining  
the best time-lapse strategies and prospects for future research endeavors.

## 4 ASSESSING TIME-LAPSE FULL-WAVEFORM INVERSION STRATEGIES

## METHODS

## Full-waveform inversion (FWI)

Full-waveform inversion (FWI) is a powerful technique that aims to retrieve a high-resolution subsurface model iteratively (Virieux and Operto, 2009). In this approach, an initial model is considered, and seismic waveforms are modeled based on this model by numerically solving a wave equation. In this work we assume the premise that the following acoustic wave equation describes the wavefields:

$$\nabla^2 p_s(\vec{x}, t) - \frac{1}{m^2(\vec{x})} \frac{\partial^2 p_s(\vec{x}, t)}{\partial t^2} = f_s(\vec{x}_s, t), \quad (1)$$

where  $p_s$  denotes the modeled wavefield,  $m$  represent the P-wave velocities (model parameters) to be estimated, and  $f_s(\vec{x}_s, t)$  is a seismic source  $s$  fired at the position  $\vec{x} = \vec{x}_s$ , with  $\vec{x}$  and  $0 \leq t \leq T$  representing, respectively, the spatial coordinate and the time;  $T$  is the recording time.

Then, these synthetic waveforms (modeled data) are compared with observed data through an objective function  $\phi$  (Fichtner, 2010). In this work we consider a classical time-domain FWI, in which the objective function is defined as:

$$\phi(m) := \frac{1}{2} \sum_{s,r} \int_0^T \left( \Gamma_{s,r} p_s(m, t) - d_{s,r}(t) \right)^2 dt, \quad (2)$$

where  $\Gamma_{s,r} p_s$  and  $d_{s,r}$  represent modeled and observed data, respectively, in which  $\Gamma_{s,r}$  is an extracting operator onto the receiver  $r$  of the source  $s$  (da Silva et al., 2020). With the application of the adjoint-state method (see, for instance, Plessix (2006)), discrepancies between modeled and observed data are used for iterative model updates. This process is replicated several times, with each FWI iteration obtaining a subsurface model closer to an accurate representation of the subsurface properties.

## Time-lapse FWI strategies

In this section we present the time-lapse FWI frameworks considered in this work. Time-lapse analyses involve the conduction of two distinct seismic surveys operated within the same geographic region but at varying time intervals. The initial survey yields what we term as the baseline data, denoted as  $d_b$ , while the subsequent survey captures the monitor data, labeled as  $d_m$ . For a concise notation, we adopt the expression  $\delta m$  to represent the retrieved time-lapse model.

In this work we explore four distinct time-lapse FWI schemes:

- (i) **Scheme I:** In the first scheme, also known as the *parallel time-lapse FWI* (Lumley, 2001), we perform two independent FWI procedures from the same initial model, denoted as  $m_0$ , where the baseline and monitor seismic data are utilized in these detached inversions. The resulting time-lapse model is derived by subtracting the retrieved baseline model,  $m_b$ , from the retrieved monitor model,  $m_m$ , denoted as:

$$\delta m_{par} = m_b - m_m; \quad (3)$$

- (ii) **Scheme II:** In the second scheme, also known as the *sequential time-lapse FWI* (Routh et al., 2012),

we start by obtaining the baseline model,  $m_b$ , inverting the baseline data,  $d_b$ , by starting from the initial model  $m_0$ . Subsequently, a new FWI is conducted, inverting the monitor data  $d_m$  by using the retrieved baseline model  $m_b$  as the initial model. The resulting time-lapse model is obtained from

$$\delta m_{seq} = m_b - m'_m, \quad (4)$$

where  $m'_m$  represents the retrieved monitor model when initiated from  $m_b$ ;

- (iii) **Scheme III:** In the third scheme, also known as the *double-difference time-lapse FWI* (DDWI) (Yang et al., 2015), we first obtain the baseline model,  $m_b$ , inverting the baseline data,  $d_b$ , from the initial model  $m_0$ . Subsequently, a new FWI is conducted, starting from the retrieved baseline model  $m_b$  and inverting the difference between the double difference:  $\delta d(m_{dd}, t) = [\Gamma_{s,r} p_{s_b}(m_b, t) - \Gamma_{s,r} p_{s_{dd}}(m_{dd}, t)] - [d_b(t) - d_m(t)]$ , where  $\Gamma_{s,r} p_{s_b}(m_b, t)$  and  $\Gamma_{s,r} p_{s_{dd}}(m_{dd}, t)$  are the modeled data from the retrieved baseline model,  $m_b$ , and the model  $m_{dd}$  to be reconstructed, respectively. The resulting time-lapse model is then obtained through

$$\delta m_{dd} = m_b - m_{dd}, \quad (5)$$

with  $m_{dd}$  representing the resulting model from the inversion of the observed data difference,  $d_b(t) - d_m(t)$ , starting from the model  $m_b$ .

- (iv) **Scheme IV:** In the last scheme, also known as the *central-difference time-lapse FWI* (CFWI) (Zhou and Lumley, 2021a), we conduct two independent FWI processes starting from the model  $m_0$ , using the baseline and monitor seismic data to retrieve the baseline  $m_b$  and monitor  $m_m$  models, in a manner akin to the *parallel time-lapse FWI* strategy. This is the first step. The second step also involves two FWI procedures, closely resembling the *sequential time-lapse FWI* strategy, with one using the monitor data  $d_m$  and initiating from  $m_b$  to establish a new monitor model  $m'_m$ . The other utilizes the baseline data  $d_b$  and starting from  $m_m$  to generate a new base model  $m'_b$ . Then, the resulting time-lapse model is obtained from the average of the differences between the monitor and baseline models from both steps, specifically

$$\delta m_{cd} = \frac{m_b + m'_b}{2} - \frac{m_m + m'_m}{2}. \quad (6)$$

Figure 1 provides a graphical representation summarizing these time-lapse strategies, shedding a comprehensive understanding of the workflows of these time-lapse FWI schemes.

## 6 ASSESSING TIME-LAPSE FULL-WAVEFORM INVERSION STRATEGIES

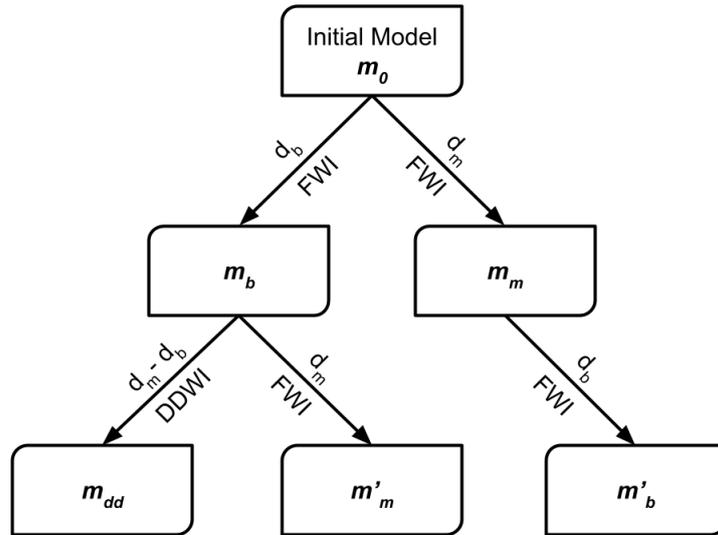


Figure 1: Inversions workflow. Starting from the initial model  $m_0$  we obtain  $m_b$  and  $m_m$ . From  $m_b$  we then recover  $m_{dd}$  and  $m'_m$  while from  $m_m$  we get  $m'_b$ . Here, FWI stands for a time-invariant FWI while DDWI means Double-Difference Waveform Inversion in reference to how its data residual is formulated.

## NUMERICAL EXPERIMENTS

In order to conduct a comparative assessment of the time-lapse FWI schemes, we consider a realistic Brazilian pre-salt P-wave velocity model, as initially modified from Karsou (2020), which is depicted in Fig. 2(a). This model encompasses a geological structure featuring a deep water layer, with an average depth of  $2\text{km}$ , underlying post-salt marine shales and rock layers, a substantial salt body, a pre-salt oil reservoir, and bedrock below. We discretize this P-wave model into a regular grid comprising  $840 \times 280$  points, with each cell measuring  $25 \times 25\text{m}$ . We adopt an OBN geometry for data acquisition in all numerical experiments. This geometry comprises 23 nodes situated on the ocean floor, spaced at intervals of  $400\text{m}$  (indicated by white triangles in Figure 2(a)), along with 257 seismic sources positioned at a depth of  $10\text{m}$  (marked by the green line in Figure 2(a)), and separated by  $50\text{m}$  apart. The seismic source employed was a Ricker wavelet with a peak frequency of  $5\text{Hz}$ . We set to  $7\text{s}$  the acquisition time.

Using the P-wave model presented in Fig. 2(a), we generate the baseline data set  $d_b$  by employing the 2D time-domain acoustic wave equation (1). Subsequently, we introduce Gaussian noise with a signal-to-noise ratio (SNR) of  $10\text{dB}$  to mimic real-world conditions. Moreover, we perturb the baseline model by introducing

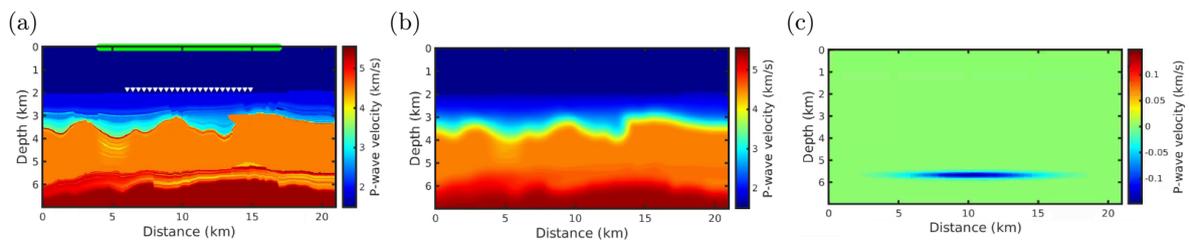


Figure 2: (a) Typical Brazilian pre-salt P-wave velocity model and OBN acquisition, where the white triangles represent the nodes and the green dots are the shot points. (b) Initial model  $m_0$ . (c) True time-lapse model changes.

a bivariate Gaussian anomaly to construct the monitor model, as depicted in Fig. 2(c). In this context, we simulate a time-lapse model featuring a maximum P-wave velocity reduction of 3% at the reservoir level. While the differences between the baseline and monitor true models might not be readily discernible to the naked eye, denoting it as the true time-lapse model. With the monitor model in place, we then generate the monitor data  $d_m$  using the 2D time-domain acoustic wave equation (1) and subsequently apply Gaussian noise with an SNR of 10dB. In Fig. 3, Panels (a) and (b) depict receiver-gathers corresponding to the first node from the baseline and monitor models, respectively, while Panel (c) highlights the difference between these seismograms.

To solve the FWI problem, we employ a Fletcher-Reeves nonlinear conjugate gradient method (see, for instance, Nocedal and Wright (2006)), with a scaling factor of 0.05, following the recommendation by Köhn (2011). We set the stopping criterion for our numerical simulations at 50 iterations. Figure 4 shows the retrieved FWI models. The FWI results exhibit remarkable similarity; thus, the minimal dissimilarities are only discernible in the time-lapse domain. Figure 5 shows the resulting time-lapse models associated with the four time-lapse FWI schemes. Within this visual representation, a notable observation emerges regarding *Scheme II*, where the resulting time-lapse model is predominantly marked by artifacts throughout the model, as showcased in Fig. 5(b). Unfortunately, this outcome falls short of expectations, as it deviates significantly from the true time-lapse model (Fig. 2(c)). *Scheme III* also exhibits several artifacts, albeit on a smaller scale, particularly near the upper regions of the salt layer. In contrast, *Scheme I* and *Scheme IV* demonstrate a more effective mitigation of the time-lapse noises from the ocean floor and the uppermost salt layer. Furthermore, it is crucial to recognize that, within *Scheme I* and *Scheme IV*, certain artifacts do exist; however, their presence is unrelated to geological structures, as seen in *Scheme II* and *Scheme III*. Instead, these artifacts are primarily associated with noise in the central portion of the model, spanning distances between 5 and 15 km, and mark

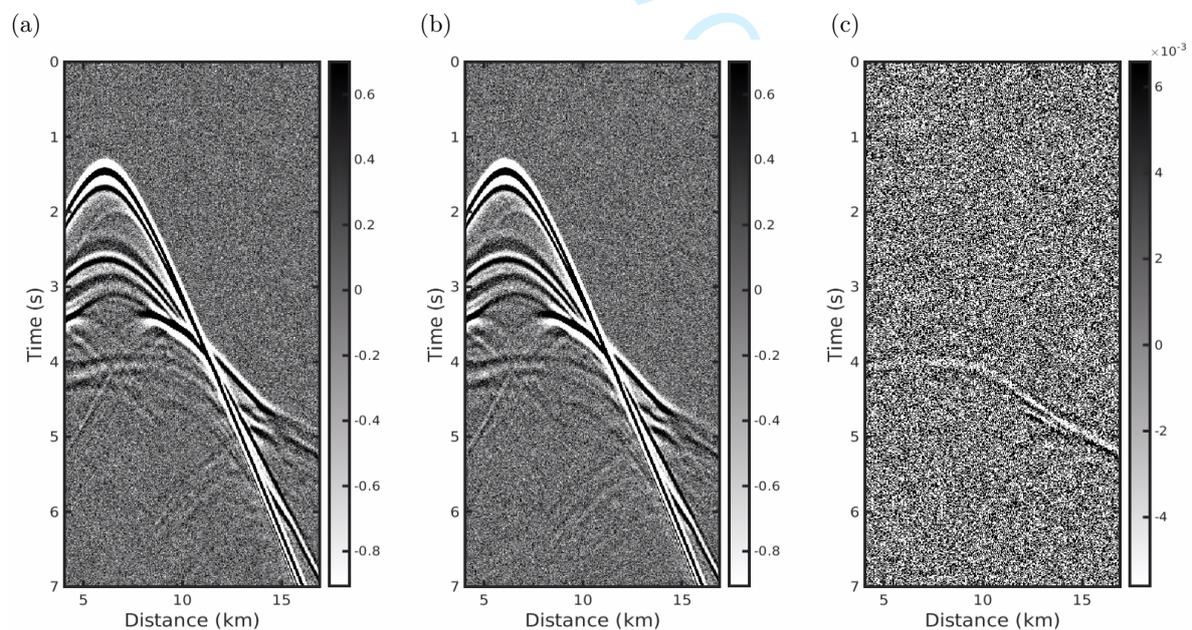


Figure 3: Observed seismograms. (a) Baseline data,  $d_b$ . (b) Monitor data,  $d_m$ . (c) Difference between baseline and monitor data,  $d_b - d_m$ .

## 8 ASSESSING TIME-LAPSE FULL-WAVEFORM INVERSION STRATEGIES

the wavepaths at the model's extremities where seismic illumination is practically absent.

Figure 6 shows P-wave vertical-velocity profiles depicting model changes arising from the time-lapse FWI schemes against the true time-lapse model represented by the black curve. These profiles are observed at distinct distances: 10.25km, 10.50km (the central region of the Gaussian anomaly), and 10.75km. All the schemes can detect time-lapse changes within the pre-salt reservoir. Nevertheless, *Scheme II* exhibits heightened discrepancies when evaluating regions beyond the primary target area. This is evident from larger amplitude variations around  $\delta m = 0$ , which suggests pronounced errors relative to *Schemes I, III, and IV*. Furthermore,

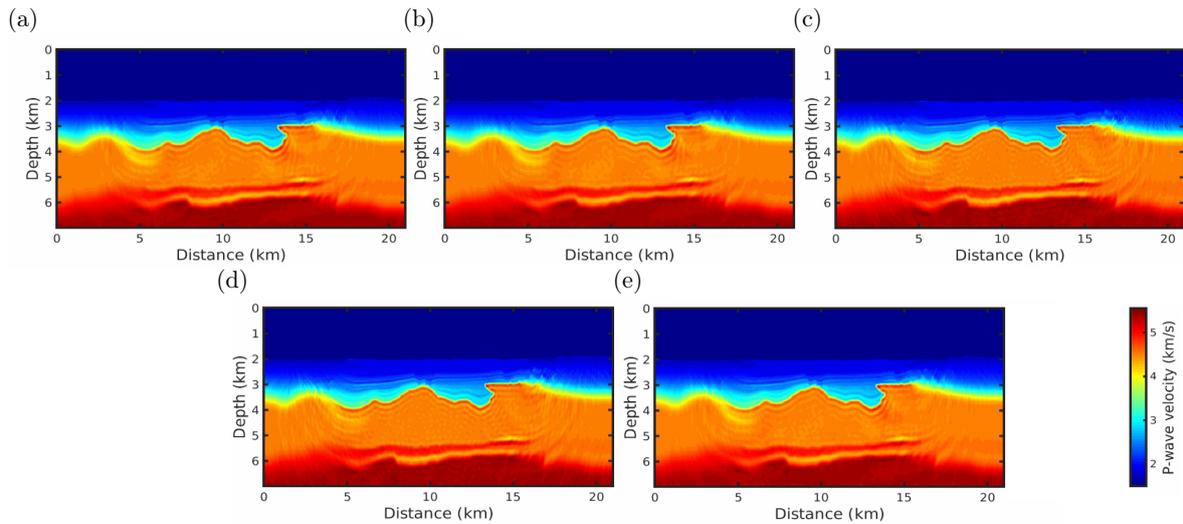


Figure 4: FWI resulting models. (a) Retrieved baseline model,  $m_b$ , and (b) retrieved monitor model,  $m_m$ . Retrieved (c) monitor model  $m'_m$  from baseline model  $m_b$ , and (d) retrieved baseline model  $m'_b$  from monitor model  $m_m$ . (e) Retrieved DDWI model  $m_{dd}$  from baseline model  $m_b$  using double-difference data.

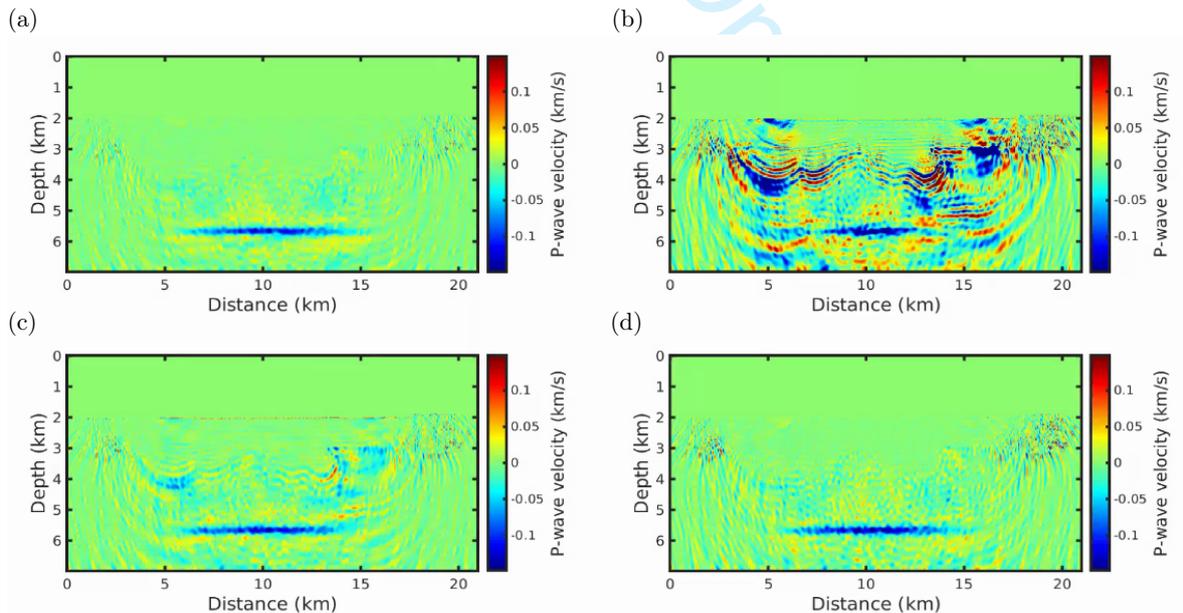


Figure 5: Recovered time-lapse model changes from: (a) *Scheme I*, (b) *Scheme II*, (c) *Scheme III* (DDWI), and (d) *Scheme IV* (CFWI).

*Scheme II* appears to overreach in estimating time-lapse changes, as indicated by the purple curve. On a brighter note, the efficacy of *Schemes I, III, and IV* is highlighted by their adeptness at identifying the time-lapse changes, particularly within depths ranging from 5.5 to 6.0 km. Notably, *Scheme IV* outperforms the rest in its remarkable precision within the area of peak seismic illumination (central segment of the P-wave model). This prowess is noted through the almost perfect alignment of the blue curve (representing *Scheme IV*) with the benchmark black curve in the pre-salt domain, as showcased in Fig. 6(b).

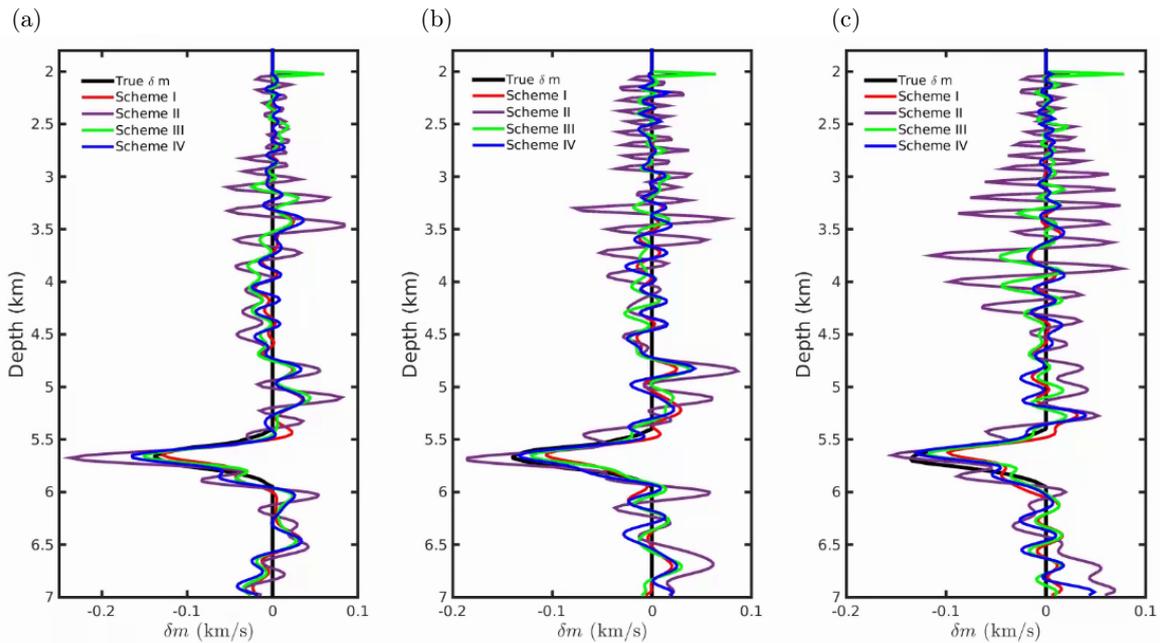


Figure 6: P-wave vertical-velocity profiles for the time-lapse schemes at a lateral distance of: (a) 10.25 km, (b) 10.50 km, and (c) 10.75 km.

## CONCLUSION

In this work we have compared the most used time-lapse FWI methodologies in the literature, drawing inspiration from the challenging ultra-deep reservoirs from the Brazilian pre-salt oil region. Our findings have unveiled the potentialities and difficulties of these time-lapse strategies in detecting subtle changes in P-wave velocity within a typical Brazilian pre-salt oil reservoir, all while utilizing cutting-edge OBN technology. Importantly, it is worth noting that the inversion artifacts exhibited distinctive behaviors across the various time-lapse FWI schemes we investigated.

Within the Brazilian pre-salt case study, *Scheme I* (parallel time-lapse FWI) and *Scheme IV* (central-difference time-lapse FWI) have emerged as promising strategies, providing robust and accurate time-lapse responses, even when analyzing noisy data. These two strategies have effectively represented the expected time-lapse model changes, as depicted in Fig. 5. On the other hand, while yielding satisfactory results, *Scheme III* has shown a tendency to introduce significant artifacts at the top of the salt layer. These artifacts, while intriguing, could potentially lead to misleading geophysical interpretations. *Scheme II*, however, has presented some limitations, as it introduces time-lapse changes across the entire P-wave model, not solely related to

## 10 ASSESSING TIME-LAPSE FULL-WAVEFORM INVERSION STRATEGIES

1  
2  
3 reservoir production. This scheme led to a higher incidence of changes in the overburden and possibly spurious  
4 correlations linked to noise. From a computational perspective, the complexity of these schemes is intricately  
5 related to the number of inversions conducted within each proposed workflow. *Scheme I*, *Scheme II*, and *Scheme*  
6 *III* exhibit comparable computational efforts, with the additional misfit data in *Scheme III* constituting a  
7 computationally trivial aspect. Conversely, *Scheme IV* entails two extra inversions compared to the previous  
8 schemes, necessitating more substantial computational resources.

9  
10  
11  
12 Our future endeavors are poised to explore the resilience of these four strategies concerning non-repeatability  
13 (NR) effects, encompassing factors such as water velocity variations and errors in shot-receiver positioning.  
14 Furthermore, we aim to model the complexities of wave physics, incorporating effects related to density and  
15 shear velocity. These endeavors will undoubtedly contribute to a more comprehensive understanding of time-  
16 lapse FWI methodologies and their adaptability in challenging geological settings.

### 21 AUTHOR CONTRIBUTIONS

22  
23 All authors contributed equally to this work.

### 26 CONFLICTS OF INTEREST

27  
28 The authors declare no conflict of interest.

### 31 REFERENCES

- 32  
33  
34 Borges, F., M. Muzzette, L. E. Queiroz, B. Pereira-Dias, R. Dias, and A. Bulcão, 2021, Impact of the non-  
35 repeatability of sources and receivers in ocean bottom acquisitions - a synthetic 2D study in Santos basin  
36 pre-salt: *Brazilian Journal of Geophysics*, **39**, 287–294, doi: 10.22564/rbgf.v39i2.2105.  
37  
38 Cardoso, C. A. R., F. S. de Moraes, and K. T. de Pereira e Lima, 2022, Analysis of 4D seismic timeshifts  
39 overburden and its relation with the geomechanical model of reservoirs in a Campos basin field: *Brazilian*  
40 *Journal of Geophysics*, **40**, 1–32, doi: 10.22564/brjg.v40i3.2174.  
41  
42 Cruz, N. M., J. M. Cruz, L. M. Teixeira, M. M. da Costa, L. B. de Oliveira, E. N. Urasaki, T. P. Bispo, M.  
43 de Sá Jardim, M. H. Grochau, and A. Maul, 2021, Tupi Nodes pilot: A successful 4D seismic case for Brazilian  
44 presalt reservoirs: *The Leading Edge*, **40**, 886–896, doi: 10.1190/tle40120886.1.  
45  
46 Cypriano, L., Z. Yu, D. Ferreira, B. Huard, R. Pereira, F. Jouno, A. Khalil, E. Urasaki, N. da Cruz, A. Yin,  
47 et al., 2019, Obn for pre-salt imaging and reservoir monitoring—potential and road ahead: Presented at the  
48 16th International Congress of the Brazilian Geophysical Society.  
49  
50 da Silva, S., R. Moreira, B. Hochwart, and M. Cetale, 2023a, Suppressing 4D-noise induced by coordinate  
51 inaccuracies using a receiver-extension FWI strategy: In Proceedings of the of 84th EAGE Annual Conference  
52 & Exhibition, **2023**, 1–5, doi: 10.3997/2214-4609.2023101497.  
53  
54 da Silva, S. L., F. Costa, A. Karsou, F. Capuzzo, R. Moreira, J. Lopez, and M. Cetale, 2023b, Research note:  
55 Application of refraction full-waveform inversion of ocean bottom node data using a squared-slowness model  
56 parameterization: *Geophysical Prospecting*, **00**, 1–7, doi: 10.1111/1365-2478.13454.  
57  
58 da Silva, S. L. E. F., P. T. C. Carvalho, C. A. N. da Costa, J. M. de Araújo, and G. Corso, 2020, An objective  
59  
60

- function for full-waveform inversion based on frequency-dependent offset-preconditioning: *PLOS ONE*, **15**, e0240999, doi: 10.1371/journal.pone.0240999.
- Fichtner, A., 2010, Full seismic waveform modelling and inversion: Springer Verlag.
- Górszczyk, A., R. Brossier, and L. Métivier, 2021, Graph-space optimal transport concept for time-domain full-waveform inversion of ocean-bottom seismometer data: Nankai trough velocity structure reconstructed from a 1d model: *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, **126**, e2020JB021504, doi: 10.1029/2020JB021504.
- Karsou, A. A., 2020, Aceleração dos algoritmos de modelagem acústica e elástica e da inversão do campo de onda completo (FWI) em GPU utilizando OPENACC: Dissertação de Mestrado, Universidade Federal Fluminense, Niterói, Brasil.
- Köhn, D., 2011, Time domain 2D elastic full waveform tomography: Ph.D. Thesis, Christian-Albrechts Universität Kiel, Kiel, Germany.
- Lumley, D. E., 2001, Time-lapse seismic reservoir monitoring: *Geophysics*, **66**, 50–53, doi: 10.1190/1.1444921.
- Nguyen, P. K. T., M. J. Nam, and C. Park, 2015, A review on time-lapse seismic data processing and interpretation: *Geosciences Journal*, **19**, 375–392, doi: 10.1007/s12303-014-0054-2.
- Nocedal, J., and S. J. Wright, 2006, Numerical optimization: Springer, New York, NY, USA.
- Plessix, R.-E., 2006, A review of the adjoint-state method for computing the gradient of a functional with geophysical applications: *Geophysical Journal International*, **167**, 495–503, doi: 10.1111/j.1365-246X.2006.02978.x.
- Routh, P., G. Palacharla, I. Chikichev, and S. Lazaratos, 2012, Full wavefield inversion of time-lapse data for improved imaging and reservoir characterization: In: *SEG Technical Program Expanded Abstracts 2012*, 1–6, doi: 10.1190/segam2012-1043.1.
- Sambo, C., C. C. Iferobia, A. A. Babasafari, S. Rezaei, and O. A. Akanni, 2020, The Role of Time Lapse(4D) Seismic Technology as Reservoir Monitoring and Surveillance Tool: A Comprehensive Review: *Journal of Natural Gas Science and Engineering*, **80**, 103312, doi: 10.1016/j.jngse.2020.103312.
- Virieux, J., and S. Operto, 2009, An overview of full-waveform inversion in exploration geophysics: *Geophysics*, **74**, WCC1–WCC26, doi: 10.1190/1.3238367.
- Warner, M., A. Ratcliffe, T. Nangoo, J. Morgan, A. Umpleby, N. Shah, V. Vinje, I. Štekl, L. Guasch, C. Win, G. Conroy, and A. Bertrand, 2013, Anisotropic 3d full-waveform inversion: *Geophysics*, **78**, R59–R80, doi: 10.1190/geo2012-0338.1.
- Yang, D., F. Liu, S. Morton, A. Malcolm, and M. Fehler, 2016, Time-lapse full-waveform inversion with ocean-bottom-cable data: Application on valhall field: *Geophysics*, **81**, R225–R235, doi: 10.1190/geo2015-0345.1.
- Yang, D., M. Meadows, P. Inderwiesen, J. Landa, A. Malcolm, and M. Fehler, 2015, Double-difference waveform inversion: Feasibility and robustness study with pressure data: *Geophysics*, **80**, M129–M141, doi: 10.1190/geo2014-0489.1.
- Zhou, W., and D. Lumley, 2021a, Central-difference time-lapse 4D seismic full-waveform inversion: *Geophysics*, **86**, R161–R172, doi: 10.1190/geo2019-0834.1.
- Zhou, W., and D. Lumley, 2021b, Nonrepeatability effects on time-lapse 4d seismic full-waveform inversion for ocean-bottom node data: *Geophysics*, **86**, R547–R561, doi: 10.1190/geo2020-0577.1.