



Victor Hugo Sousa Almeida

**A separação regional-residual utilizada nos domínios do espaço e do número de ondas:  
Análise comparativa com aplicação em gravimetria sintética.**

Niterói, RJ - Brasil

19 de dezembro de 2023

Victor Hugo Sousa Almeida

**A separação regional-residual utilizada nos domínios do espaço e do número de ondas: Análise comparativa com aplicação em gravimetria sintética.**

Projeto Final de Graduação em Geofísica  
apresentado à Universidade Federal Fluminense  
como exigência parcial para obtenção  
do título de Bacharel em Geofísica

Universidade Federal Fluminense - UFF

Orientador: Rodrigo Bijani

Niterói, RJ - Brasil

19 de dezembro de 2023

Victor Hugo Sousa Almeida

**A separação regional-residual utilizada nos domínios do espaço e do número de ondas: Análise comparativa com aplicação em gravimetria sintética.**

Projeto Final de Graduação em Geofísica apresentado à Universidade Federal Fluminense como exigência parcial para obtenção do título de Bacharel em Geofísica

Avaliado pela seguinte comissão examinadora:

---

**Rodrigo Bijani**

Orientador - Departamento de Geologia e Geofísica - Universidade Federal Fluminense (UFF)

---

**Flora F. Solon**

Departamento de Geologia e Geofísica - Universidade Federal Fluminense (UFF)

---

**Mário M. Ramos**

GIECAR - Universidade Federal Fluminense (UFF)

Niterói, RJ - Brasil  
19 de dezembro de 2023

# Agradecimentos

Eu gostaria de agradecer primeiramente à Deus; à minha família; ao professor Rodrigo Bijani por aceitar me orientar no Projeto Final de Geofísica II e aos membros da banca de avaliação: seu Mario e profa Flora, e à Suzanna Sichel por ter me orientado no Projeto Final de Geofísica I. Eu quero demonstrar gratidão aos outros professores; amigos de classes e monitores de disciplinas, que me auxiliaram quando tive dúvidas, do curso de graduação de Geofísica, não irei citar todos os nomes, pois não quero correr o risco de esquecer o nome de algum deles, estes tiveram um papel importante para eu pudesse continuar nessa jornada acadêmica.

## Resumo

Como sabemos, a interpretação dos dados de campos potenciais é uma importante atividade da geofísica aplicada. As influências produzidas por diversas fontes (i.e., rasas e profundas com diferentes formatos e densidades, no caso gravimétrico) nos dados observados impõem ambiguidades na interpretação das anomalias obtidas, principalmente pela superposição dos conteúdos de frequência dos dados. Para contornar essa dificuldade, a separação regional-residual é muito utilizada, uma vez que baseia-se na análise de sinais para individualizar as fontes causadoras. Este trabalho apresenta uma abordagem comparativa entre duas técnicas de separação regional-residual aplicada à gravimetria sintética: A análise polinomial, realizada no domínio do espaço, e a continuação para cima, realizada no domínio do número de ondas. A última baseia-se na terceira identidade de Green e na transformada de Fourier da anomalia completa, enquanto que a primeira técnica modela a anomalia regional por meio de uma função polinomial cuja ordem é definida *a priori*. Para validar as análises propostas neste trabalho, um modelo gravimétrico simples foi utilizado com o propósito de simular um ambiente geológico de transição entre crostas continental e oceânica. Para isso, diques verticais e um polinômio de terceiro grau foram utilizados para produzir as anomalias residual e regional, respectivamente. Ao final da modelagem direta, a anomalia gravimétrica completa foi então obtida a partir da soma das anomalias mencionadas anteriormente. Para verificar as potencialidades e limitações das duas técnicas de separação utilizadas neste trabalho, diversos testes sintéticos foram realizados. Primeiramente, a continuação para cima com três cotas de altitudes foram utilizadas para calcular a anomalia gravimétrica regional, que foi comparada à modelada. Em seguida, o cálculo da mesma anomalia foi realizado através da análise polinomial, em que o grau do polinômio variou de  $n = 0$  até  $n = 6$ . Para o caso da separação regional-residual usando o domínio do número de ondas, é difícil estipular uma altitude de continuação apropriada. A partir de uma cota acima de 1500 m, a anomalia regional ganha valores absolutamente fictícios, indicando que esta técnica apresenta um intervalo de altitude ideal. No caso da separação regional-residual usando o domínio espacial, graus muito elevados distorcem a anomalia regional, conferindo certo irrealismo ao dado. Dessa forma, recomendamos que o grau ótimo a ser utilizado neste exemplo controlado é  $n = 1$ . Em linhas gerais, para a nosso dado sintético, a separação regional-residual via domínio do número de ondas mostrou-se inferior à análise polinomial devido à maior dificuldade da continuação para cima em separar os conteúdos regional e residual do dado simulado. Como opção para aperfeiçoar este trabalho, podemos utilizar outras técnicas de separação regional-residual, ou outros modelos crustais mais complexos.

**Palavras-chave:** *Separação regional-residual, domínio do número de ondas, domínio espacial, anomalias gravimétricas regional, residual e completa.*

## Abstract

As we know, the interpretation of potential-field data is an important activity of applied geophysics. The influences produced by different sources (i.e., shallow and deep ones with several formats and densities, in the gravity case) on the observed data impose ambiguities in the interpretation of obtained anomalies, mainly due to the superposition of the frequency contents of the data-set. To overcome such issue, regional-residual separation is widely used as a signal-analysis basis to individualize the causative sources. This work presents a comparative approach between two regional-residual separation techniques applied to synthetic gravity data: the polynomial analysis, carried out in the space domain, and upward continuation, carried out in the wavenumber domain. The latter is based on Green's third identity and the Fourier transform of the complete anomaly, while the first technique models the regional gravity anomaly through a polynomial function whose order is defined *a priori*. To validate the analyzes proposed in this work, a simple gravity model is used with the purpose of simulating a geological transitional environment between continental and oceanic crusts. For this, vertical dikes and a third-degree polynomial are used to produce residual and regional anomalies, respectively. At the end of the forward modeling, the complete gravity anomaly is then obtained from the sum of the above-mentioned anomalies. To verify the potentialities and limitations of the two separation techniques used in this work, several synthetic tests were carried out. Firstly, the upward continuation with three different elevations is considered to calculate the regional gravity anomaly. Then, the same regional data is simulated by polynomial analysis, in which degree varies from  $n = 0$  to  $n = 6$ . For the wavenumber domain, it is difficult to stipulate an appropriate continuation altitude value. From a level above 1500 m, the regional anomaly gains completely fictitious values, indicating that this technique presents an ideal altitude range. In the case of regional-residual separation using the spatial domain, very high polynomial degrees distorts the regional anomaly. Therefore, we recommend that the optimal degree to be used in this controlled example is  $n = 1$ . In an overall view, for our synthetic data, the regional-residual separation in the wavenumber domain proved to be inferior to the polynomial analysis due to the greater difficulty of the upward continuation in separating the regional and residual contents of the simulated data. As an option to improve this work, we can use other regional-residual separation techniques, or other more complex crustal models.

**Keywords**— wavenumber domain, regional-residual separation, polynomial analysis, gravity anomalies.

# Sumário

	<b>Sumário</b> . . . . .	<b>6</b>
	<b>Lista de ilustrações</b> . . . . .	<b>7</b>
<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b> . . . . .	<b>10</b>
<b>2</b>	<b>FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA</b> . . . . .	<b>12</b>
<b>2.1</b>	<b>Separação regional-residual: domínio do número de ondas</b> . . . . .	<b>13</b>
<b>2.2</b>	<b>Separação regional-residual: domínio do espaço</b> . . . . .	<b>14</b>
2.2.1	Ajuste polinomial por mínimos quadrados lineares . . . . .	14
<b>3</b>	<b>METODOLOGIA</b> . . . . .	<b>15</b>
<b>3.1</b>	<b>Composição do modelo gravimétrico</b> . . . . .	<b>15</b>
3.1.1	Anomalia gravimétrica residual . . . . .	15
3.1.2	Anomalia gravimétrica regional . . . . .	16
3.1.3	Utilização das técnicas de separação regional-residual . . . . .	17
3.1.3.1	Continuação para cima . . . . .	17
3.1.3.2	Análise polinomial . . . . .	17
<b>4</b>	<b>RESULTADOS E DISCUSSÕES</b> . . . . .	<b>18</b>
<b>4.1</b>	<b>Separação via Fourier</b> . . . . .	<b>18</b>
4.1.1	Continuação para 100 metros . . . . .	18
4.1.2	Continuação para 500 metros . . . . .	20
4.1.3	Continuação para 1500 metros . . . . .	21
<b>4.2</b>	<b>Separação via análise polinomial</b> . . . . .	<b>23</b>
4.2.1	Polinômio de grau 0 . . . . .	23
4.2.2	Polinômio de grau 1 . . . . .	24
4.2.3	Polinômio de grau 2 . . . . .	26
4.2.4	Polinômio de grau 3 . . . . .	28
4.2.5	Polinômio de grau 4 . . . . .	30
4.2.6	Polinômio de grau 5 . . . . .	32
4.2.7	Polinômio de grau 6 . . . . .	34
<b>5</b>	<b>CONCLUSÕES</b> . . . . .	<b>36</b>
	<b>REFERÊNCIAS</b> . . . . .	<b>37</b>

# Lista de ilustrações

Figura 1 – Exemplificação gráfica dos conceitos de anomalia regional e residual. (A) A curva em vermelho representa a anomalia gravimétrica observada, e a curva contínua em preto é a anomalia gravimétrica regional. Em (B) a mesma conceituação apresentada em mapa de contorno. Retirado de <a href="#">Parasnis (2012)</a> . . . . .	12
Figura 2 – Modelo composto pela superposição das anomalias gravimétricas produzidas por três diques verticais e isolados em (a) e uma anomalia regional que simula o afinamento crustal em (b). Já em (c) tem-se a anomalia completa e corrompida por ruído pseudo-aleatório com distribuição Gaussiana de média zero e desvio padrão de 2.0 mGal. . . . .	16
Figura 3 – Fluxograma das etapas executadas no trabalho. . . . .	17
Figura 4 – Modelo composto pela superposição das anomalias gravimétricas produzidas por três diques verticais e isolados em (a) e uma anomalia regional que simula o afinamento crustal em (b). Já em (c) tem-se a anomalia completa e corrompida por ruído pseudo-aleatório com distribuição Gaussiana de média zero e desvio padrão de 2.0 mGal. Continuação para cima com $\Delta z = 100m$ .(d) Anomalia gravimétrica completa, (e) anomalia gravimétrica regional, (f) anomalia gravimétrica residual. Os grids são de 30 por 30 pontos, totalizando 900 dados. . . . .	19
Figura 5 – Modelo composto pela superposição das anomalias gravimétricas produzidas por três diques verticais e isolados em (a) e uma anomalia regional que simula o afinamento crustal em (b). Já em (c) tem-se a anomalia completa e corrompida por ruído pseudo-aleatório com distribuição Gaussiana de média zero e desvio padrão de 2.0 mGal. Continuação para cima com $\Delta z = 500m$ . (d) Anomalia gravimétrica completa, (e) anomalia gravimétrica regional, (f) anomalia gravimétrica residual. Os grids são de 30 por 30 pontos, totalizando 900 dados. . . . .	20
Figura 6 – Modelo composto pela superposição das anomalias gravimétricas produzidas por três diques verticais e isolados em (a) e uma anomalia regional que simula o afinamento crustal em (b). Já em (c) tem-se a anomalia completa e corrompida por ruído pseudo-aleatório com distribuição Gaussiana de média zero e desvio padrão de 2.0 mGal. Continuação para cima com $\Delta z = 1500m$ . (d) Anomalia gravimétrica completa, (e) anomalia gravimétrica regional, (f) anomalia gravimétrica residual. Os grids são de 30 por 30 pontos, totalizando 900 dados. . . . .	22

- Figura 7 – Modelo composto pela superposição das anomalias gravimétricas produzidas por três diques verticais e isolados em (a) e uma anomalia regional que simula o afinamento crustal em (b). Já em (c) tem-se a anomalia completa e corrompida por ruído pseudo-aleatório com distribuição Gaussiana de média zero e desvio padrão de 2.0 mGal. Separação regional residual segundo análise polinomial. (d) Anomalia gravimétrica completa, (e) Anomalia regional produzida pelo polinômio de grau 0 ( $P_0$ ) e (f) Anomalia residual produzida pela diferença entre (d) e (e). O polinômio de grau zero  $P_0$  produz uma anomalia regional constante de 5.16 mGal. . . . . 24
- Figura 8 – Modelo composto pela superposição das anomalias gravimétricas produzidas por três diques verticais e isolados em (a) e uma anomalia regional que simula o afinamento crustal em (b). Já em (c) tem-se a anomalia completa e corrompida por ruído pseudo-aleatório com distribuição Gaussiana de média zero e desvio padrão de 2.0 mGal. Separação regional residual segundo análise polinomial. (d) Anomalia gravimétrica completa, (e) Anomalia regional produzida pelo  $P_1$  e (f) Anomalia residual produzida pela diferença entre (d) e (e). . . . . 25
- Figura 9 – Modelo composto pela superposição das anomalias gravimétricas produzidas por três diques verticais e isolados em (a) e uma anomalia regional que simula o afinamento crustal em (b). Já em (c) tem-se a anomalia completa e corrompida por ruído pseudo-aleatório com distribuição Gaussiana de média zero e desvio padrão de 2.0 mGal. Separação regional residual segundo análise polinomial. (d) Anomalia gravimétrica completa, (e) Anomalia regional produzida pelo  $P_2$  e (f) Anomalia residual produzida pela diferença entre (d) e (e). . . . . 27
- Figura 10 – Modelo composto pela superposição das anomalias gravimétricas produzidas por três diques verticais e isolados em (a) e uma anomalia regional que simula o afinamento crustal em (b). Já em (c) tem-se a anomalia completa e corrompida por ruído pseudo-aleatório com distribuição Gaussiana de média zero e desvio padrão de 2.0 mGal. Separação regional residual segundo análise polinomial. (d) Anomalia gravimétrica completa, (e) Anomalia regional produzida pelo  $P_3$  e (f) Anomalia residual produzida pela diferença entre (d) e (e). . . . . 29

- Figura 11 – Modelo composto pela superposição das anomalias gravimétricas produzidas por três diques verticais e isolados em (a) e uma anomalia regional que simula o afinamento crustal em (b). Já em (c) tem-se a anomalia completa e corrompida por ruído pseudo-aleatório com distribuição Gaussiana de média zero e desvio padrão de 2.0 mGal. Separação regional residual segundo análise polinomial. (d) Anomalia gravimétrica completa, (e) Anomalia regional produzida pelo  $P_4$  e (f) Anomalia residual produzida pela diferença entre (d) e (e). . . . . 31
- Figura 12 – Modelo composto pela superposição das anomalias gravimétricas produzidas por três diques verticais e isolados em (a) e uma anomalia regional que simula o afinamento crustal em (b). Já em (c) tem-se a anomalia completa e corrompida por ruído pseudo-aleatório com distribuição Gaussiana de média zero e desvio padrão de 2.0 mGal. Separação regional residual segundo análise polinomial. (d) Anomalia gravimétrica completa, (e) Anomalia regional produzida pelo  $P_5$  e (f) Anomalia residual produzida pela diferença entre (d) e (e). . . . . 33
- Figura 13 – Modelo composto pela superposição das anomalias gravimétricas produzidas por três diques verticais e isolados em (a) e uma anomalia regional que simula o afinamento crustal em (b). Já em (c) tem-se a anomalia completa e corrompida por ruído pseudo-aleatório com distribuição Gaussiana de média zero e desvio padrão de 2.0 mGal. Separação regional residual segundo análise polinomial. (d) Anomalia gravimétrica completa, (e) Anomalia regional produzida pelo  $P_6$  e (f) Anomalia residual produzida pela diferença entre (d) e (e). . . . . 35

# 1 Introdução

Podemos representar um campo potencial por meio da seguinte expressão:

$$f(x, y, z) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} p(x', y', z') G(x - x', y - y', z - z') dx' dy' dz', \quad (1.1)$$

em que  $f(x, y, z)$  é o campo potencial em questão, podendo ser, por exemplo, a componente vertical da atração gravitacional  $g_z$  ou mesmo a anomalia de campo total  $\Delta T$ ,  $G(x - x', y - y', z - z')$  é a função de Green do problema, que contém as características geométricas das fontes causadores do campo potencial e  $p(x', y', z')$  é a distribuição contínua de propriedades físicas da subsuperfície (e.g., densidades ou susceptibilidades das fontes geológicas) (BLAKELY, 1996). Podemos observar que a Equação 1.1 relaciona propriedades físicas e anomalias produzidas por diversas fontes em subsuperfície. Com efeito, os dados de campos potenciais devem ser interpretados como uma superposição de efeitos produzidos por fontes causadoras com diferentes tamanhos, profundidades e propriedades físicas (BLAKELY, 1996; KEAREY; BROOKS; HILL, 2002). Portanto, anomalias produzidas por diferentes estruturas, tais como falhamentos, altos estruturais delimitadores de bacias sedimentares, domos salinos e até mesmo a interface entre crosta e manto interferem nos dados observados (WESSEL, 2016; SANTOS-JUNIOR; MARTINS; RIBEIRO-FILHO, 2019).

Um problema extremamente desafiador na interpretação dos dados de campos potenciais é isolar anomalia e fonte causadora, já que a posição, o formato e a propriedade física das fontes causadoras nem sempre são conhecidas. Alternativamente, diversas estratégias são utilizadas na tentativa de solucionar o problema. Em métodos potenciais, esse problema é chamado de separação regional-residual, uma vez que o propósito é separar os diferentes conteúdos do sinal observado, promovendo melhor interpretação geológica da área de estudo (BLAKELY, 1996; KEAREY; BROOKS; HILL, 2002; KEATING; PINET, 2011). Comumente, os métodos de separação regional-residual podem ser agrupados nos que exploram o conteúdo espectral do dado (SPECTOR; GRANT, 1970), nos que ajustam polinômios (BELTRAO; SILVA; COSTA, 1991) ou ainda numa terceira possibilidade, para o caso gravimétrico, que é a de incorporar a modelagem crustal para se obter informações a respeito da contribuição gravimétrica regional (FILHO; MARTINS; SANTOS, 2018).

Alguns trabalhos fazem uso de técnicas de filtragem dos dados de campos potenciais com o propósito de realçar ou isolar anomalia e fonte. Nessa linha, Keating e Pinet (2011) utilizam uma abordagem de filtro não linear para remover anomalias magnéticas e de gravidade menores de uma determinada altitude. Os resultados de um caso no leste do Canadá para modelos das anomalias magnética e de gravidade são comparados com os obtidos por outras técnicas. A principal vantagem do método utilizado é que este proporciona uma componente regional do campo magnético ou gravimétrico bem semelhante ao obtido pela

separação usando o método gráfico, cujo apelo geológico é bastante significativo. [Wessel \(2016\)](#) estuda as interações pluma-placa e modelos geodinâmicos de plumas através das variações temporais no fluxo de volume de uma pluma. A técnica de separação regional-residual é utilizada para dividir os regionais dos componentes residuais e os volumes de raiz de compensação podem ser inferidos pelos modelos de compensação local ou regional. Para se obter limites de confiança no fluxo de volume total, utiliza-se o Separador Robusto Ideal (SRI) ([WESSEL, 1998](#)), para se separar os componentes do edifício e expansão do *Hawaiian Ridge*. [FILHO et al. \(2017\)](#) apresenta um procedimento de separação regional-residual para interpretar, a partir da modelagem crustal, dados gravimétricos em bacias sedimentares. Os dados utilizados para modelagem foram extraídos do modelo crustal GEMMA, que informa a distribuição de densidade das províncias geológicas, além dos valores de topo e base da crosta. Os mesmos pontos de observação de dados gravimétricos foram utilizados para avaliar a anomalia gravimétrica da crosta modelada e estes são provenientes de quatro diferentes fontes. O sinal gravimétrico computado é devido à Moho da região selecionada, considerou-se que o sinal residual é obtido através da diferença entre os sinais observados e o regional calculado.

Neste trabalho, analisa-se comparativamente duas estratégias para realizar a separação regional-residual gravimétrica. A primeira consiste em aplicar a transformada de Fourier na integral da continuação para cima. Para isso, diferentes altitudes de continuação foram testados. Já a segunda estratégia modela a componente regional da anomalia gravimétrica por meio de uma função polinomial das coordenadas, cujos coeficientes são estimados através do método dos mínimos quadrados. Para ampliar a nossa investigação comparativa, diversos graus de polinômios foram testados e analisados separadamente. Os métodos de separação foram validados em um conjunto de dados sintéticos da componente vertical da atração gravitacional, que foi composta pela soma das componentes regional e residual. A primeira é modelada através de um polinômio de grau três, cujos coeficientes foram estabelecidos via tentativa e erro. Já a última é simulada por meio de prismas homogêneos, com diferentes tamanhos e densidades, criando assim uma componente residual composta por diques verticais. A anomalia gravimétrica completa é corrompida com ruído de distribuição gaussiana, com média nula e desvio padrão de 2.5 mGal. Dessa forma, podemos testar a eficácia das técnicas de separação na manutenção das amplitudes do sinal produzido exclusivamente pelos diques e pelo campo gravimétrico regional.

## 2 Fundamentação Teórica

O processamento dos dados de campos potenciais é um fundamental subsídio à interpretação geológica/geofísica. Por respeitarem o princípio da superposição, as medidas dos campos potenciais são influenciadas por diversas fontes causadoras em subsuperfície, com diferentes formatos, propriedades físicas e/ou profundidades. Dessa forma, os dados eventualmente podem ser adequadamente individualizados, o que possibilita uma melhor interpretação. No caso gravimétrico, a anomalia gravimétrica observada (ou completa) pode ser separada em componentes regional e residual, conforme mostra a Figura 1.

A primeira é produzida por fontes grandes e profundas. Já a segunda é devido às estruturas mais rasas e menores que compõem a subsuperfície (TSUBOI, 1938; BLAKELY, 1996; LAFEHR; NABIGHIAN, 2012). Por exemplo, a descontinuidade entre crosta e manto pode ser considerada, neste contexto, uma fonte geológica regional, enquanto que diques, soleiras, batólitos, diápiros, quando relativamente próximas da superfície, podem ser consideradas fontes geológicas residuais. Neste trabalho, duas técnicas tradicionais são testadas em dados sintéticos controlados. As próximas duas seções deste texto apresentam uma breve discussão acerca das técnicas para realizar a separação regional-residual.

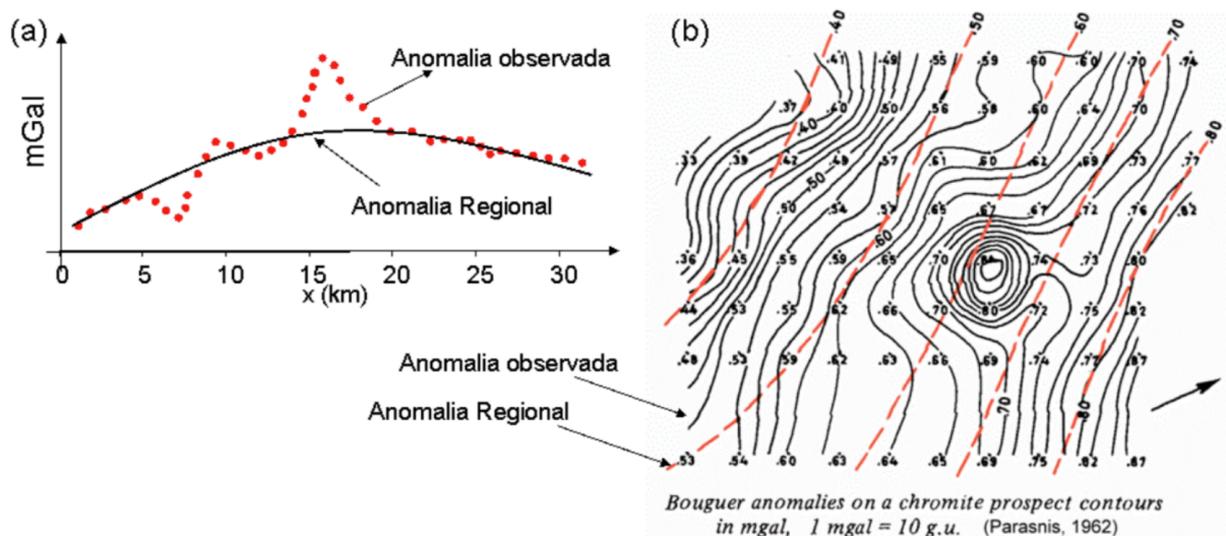


Figura 1 – Exemplificação gráfica dos conceitos de anomalia regional e residual. (A) A curva em vermelho representa a anomalia gravimétrica observada, e a curva contínua em preto é a anomalia gravimétrica regional. Em (B) a mesma conceituação apresentada em mapa de contorno. Retirado de Parasnis (2012).

## 2.1 Separação regional-residual: domínio do número de ondas

Baseados na teoria do potencial e na terceira identidade de Green, é possível representar a componente regional de um campo potencial. Em nosso caso, a anomalia gravimétrica regional pode ser calculada a partir da integral da continuação para cima, cuja expressão para o potencial gravitacional é:

$$U_{cont}(x, y, z_0 - \Delta z) = \frac{\Delta z}{2\pi} \iint_{-\infty}^{+\infty} \frac{U(x', y', z_0)}{[(x - x')^2 + (y - y')^2 + \Delta z^2]^{3/2}} dx' dy', \quad (2.1)$$

em que  $\Delta z$  simboliza uma variação de altitude. Com efeito, a Equação 2.1 calcula o potencial gravitacional  $U$  em outra cota de altitude, sendo então chamado de  $U$  continuado. Esta transformação atenua o sinal medido, eliminando os conteúdos de frequência possivelmente associados às fontes geológicas rasas. Resta então elucidar como a Equação 2.1 pode ser utilizada em nossa aplicação. Fazendo um pequeno algebrismo com o denominador, temos a seguinte relação:

$$U_{cont}(x, y, z_0 - \Delta z) = \iint_{-\infty}^{+\infty} U(x', y', z_0) \psi_u(x - x', y - y', \Delta z) dx' dy', \quad (2.2)$$

que destaca a definição de convolução bidimensional. Dessa forma, podemos aplicar a transformada de Fourier na Equação 2.2, levando-a ao domínio do número de ondas:

$$\mathcal{F}(U_{cont}) = \mathcal{F}(U) \mathcal{F}(\psi_u), \quad (2.3)$$

em que  $\psi_u$  pode ser chamada de função de continuação, cuja expressão é:

$$\psi_u = \frac{\Delta z}{2\pi} \frac{1}{[(x - x')^2 + (y - y')^2 + \Delta z^2]^{(3/2)}}. \quad (2.4)$$

Observe que a Equação 2.2 é uma multiplicação no domínio do número de ondas, uma propriedade fundamental da transformada de Fourier que é utilizada neste caso. Para maiores detalhes sobre a transformada de Fourier da Equação 2.4, o leitor é convidado a [Blakely \(1996\)](#). O resultado deste processo nos leva à seguinte expressão:

$$\mathcal{F}(U_{cont}) = \mathcal{F}(U) e^{-\Delta z|k|}, \quad (2.5)$$

em que  $|k|$  é o módulo do número de onda, em unidades de um sobre comprimento. A equação 2.5 é uma função exclusivamente real, cujo sinal é atenuado em relação ao número de ondas ([KEATING; PINET, 2011](#)). Para que o processo finde, é necessário aplicar a transformada inversa de Fourier para retornar com o dado para o domínio do espaço. Vale lembrar também que trabalhamos com a anomalia gravimétrica e não com os potenciais. Dessa forma, a relação fundamental dada pelo Teorema de Helmholtz (i.e.,  $g_z = -\frac{\partial U}{\partial z}$ ) se aplica.

## 2.2 Separação regional-residual: domínio do espaço

Uma outra possibilidade a ser considerada no estudo das técnicas de individualização dos dados de campos potenciais é a análise polinomial. Seja  $P_n(x_i, y_i, z_i, \mathbf{c})$  uma função polinomial bidimensional de grau  $n$  que modela o campo potencial regional, conforme representado na expressão a seguir:

$$P_n(x_i, y_i, \mathbf{c}) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^i c_{k,j} x^k y^j, \quad k = (i - j), \quad (2.6)$$

em que  $x_i, y_i$  são as coordenadas Cartesianas e  $\mathbf{c}$  é o conjunto de coeficientes que compõem a função polinomial. Dessa forma, em nosso contexto, o campo potencial regional é a componente vertical da atração gravitacional, também chamada de anomalia gravimétrica regional.

### 2.2.1 Ajuste polinomial por mínimos quadrados lineares

O problema consiste em estimar, a partir do grau do polinômio  $P_n$ , o conjunto de coeficientes  $\mathbf{c}$  que melhor representam a anomalia gravimétrica regional. Para isso, podemos utilizar o método dos mínimos quadrados, cuja base conceitual é minimizar soma das diferenças quadráticas entre os as anomalias gravimétricas observadas e preditas. Isso é conseguido através da seguinte equação normal:

$$\mathbf{c} = (\mathbf{G}^T \mathbf{G})^{-1} \mathbf{G}^T \mathbf{g}_z, \quad (2.7)$$

em que  $\mathbf{g}_z$  é o vetor  $M$ -dimensional contendo a anomalia gravimétrica completa (i.e., componentes regional e residual) observadas,  $\mathbf{c}$  é o vetor  $2n + 1$ -dimensional com os coeficientes estimados e  $\mathbf{G}$  é a matriz sensibilidade, cujos elementos podem ser calculados a partir das derivadas parciais do polinômio  $P_n$  em relação aos coeficientes:

$$G_{i,j} = \frac{\partial P_{n_i}(\mathbf{c})}{\partial c_j}, \quad (2.8)$$

em que os índices  $i$  e  $j$  são os responsáveis pelo número de dados e de coeficientes, respectivamente. É importante salientar que trata-se de problema linear estável devido à escolha do polinômio  $P_n$  definida pela Equação 2.6. Outras configurações podem ser consideradas, fato que não foi tratado neste trabalho. Para mais detalhes sobre o tema, o leitor é convidado a [Agocs \(1951\)](#), [Kellogg \(1953\)](#), [Abdelrahman et al. \(1985\)](#), [Parasnis \(2012\)](#)

# 3 Metodologia

Iniciamos esta capítulo com uma breve descrição do modelo utilizado para geração dos dados sintéticos (i.e., componente vertical da atração gravitacional  $g_z$ ). Em seguida mostramos como as diferentes técnicas de separação regional-residual são utilizadas e analisadas neste trabalho.

## 3.1 Composição do modelo gravimétrico

Nosso propósito neste momento é produzir um modelo simples, que permita calcular anomalia gravimétrica sintética que tenha algum compromisso com a realidade geológica. Para isso, um modelo de diques verticais em um ambiente de transição entre crosta continental e oceânica foi planejado. Neste contexto, utilizamos o principio da superposição, envolvendo as anomalias gravimétricas regional e residual, cuja soma produz a anomalia gravimétrica completa.

### 3.1.1 Anomalia gravimétrica residual

Para calcular a anomalia gravimétrica residual, definimos um modelo de subsuperfície composto por três prismas verticais e homogêneos, que simulam um ambiente composto por diques verticais. O cálculo de  $g_z$  produzido por um prisma vertical e homogêneo é apresentado em (NAGY; PAPP; BENEDEK, 2000). A Figura 2 (a) mostra a anomalia gravimétrica residual verdadeira produzida isoladamente pelos três prismas verticais que simulam diques intrudidos. A Tabela 1 indica os valores utilizados na etapa de modelagem numérica.

Tabela 1 – Tabela com os valores utilizados para modelagem gravimétrica utilizando prismas verticais.

Propriedade	Dique 1	Dique 2	Dique 3
Coordenada x (m)	(1200, 1800)	(4500, 5500)	(8200, 8800)
Coordenada y (m)	(4000, 8000)	(4500, 5000)	(4000, 8000)
Coordenada z (m)	(120, 2000)	(250, 1500)	(185, 1750)
Densidade $\rho$ ( $g/cm^3$ )	3.0	2.67	2.8

A amplitude máxima observada é na faixa de +40.5 mGal, devido aos valores positivos de densidade atribuídos a cada prisma.

### 3.1.2 Anomalia gravimétrica regional

Para definir a componente regional da anomalia gravimétrica simulada, foi utilizado um polinômio bidimensional de grau  $n = 3$ , (i.e.,  $P_3$ ), cujos coeficientes foram estabelecidos por tentativa e erro. A tabela Tabela 2 ilustra os coeficientes que foram utilizados na Equação 2.6 para o caso  $n = 3$ .

Tabela 2 – Tabela com os valores dos coeficientes do polinômio utilizado na modelagem do campo regional.

$C_0 = -1.0$	$C_1 = 3.3 \times 10^{-3}$	$C_2 = -2.2 \times 10^{-3}$
$C_3 = -2.0 \times 10^{-7}$	$C_4 = 1.0 \times 10^{-7}$	$C_5 = 2 \times 10^{-12}$
$C_6 = -3.0 \times 10^{-12}$		

A Figura 2 (b) apresenta a anomalia gravimétrica regional que simula o afinamento crustal na direção Sudeste-Noroeste. A anomalia gravimétrica sintética completa é exibida na Figura 2 (c), onde há a somatória das anomalias crustal e regional em 2 (a) e 2 (b).

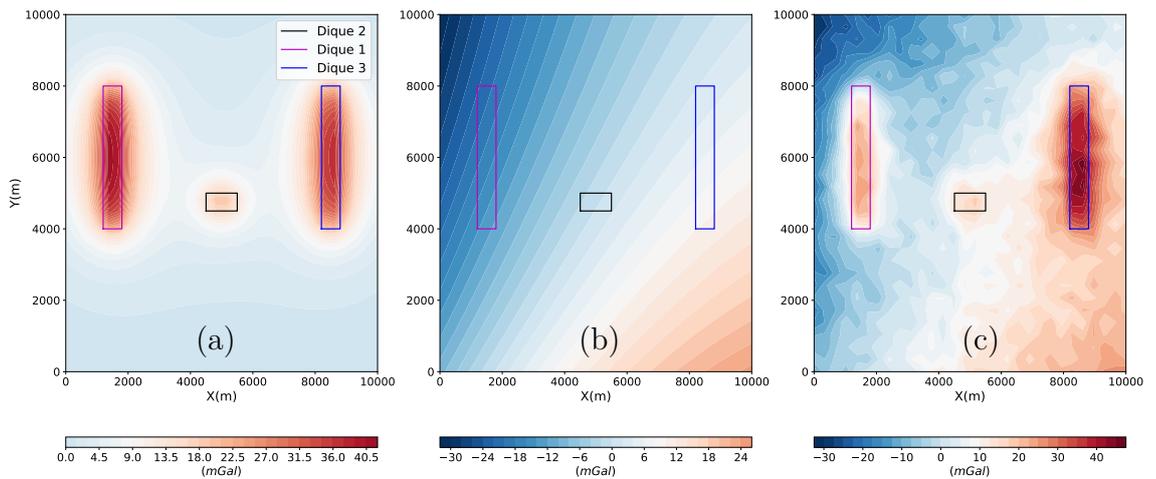


Figura 2 – Modelo composto pela superposição das anomalias gravimétricas produzidas por três diques verticais e isolados em (a) e uma anomalia regional que simula o afinamento crustal em (b). Já em (c) tem-se a anomalia completa e corrompida por ruído pseudo-aleatório com distribuição Gaussiana de média zero e desvio padrão de 2.0 mGal.

Foi adicionado ruído Gaussiano de média nula e desvio padrão de 2.5 mGal, com o propósito de conferir realismo ao dado sintético, além de verificar a influência dos ruídos nas técnicas de separação propostas neste trabalho. Observe que, neste modelo, a adição de ruídos ao dado sintético pode ser considerada severa, já que anomalias reais possuem menor variação de curto comprimento de onda, conforme mostra a Figura 2 (c). Vale salientar que as rotinas computacionais foram desenvolvidas em linguagem python, por meio do ambiente *Google Colaboratory*.

### 3.1.3 Utilização das técnicas de separação regional-residual

#### 3.1.3.1 Continuação para cima

Para testar a separação regional-residual no domínio de Fourier, verificamos diferentes cotas de elevação (i.e.,  $\Delta z = 100\text{ m}$ ,  $\Delta z = 500\text{ m}$  e  $1500\text{ m}$ ). É importante salientar que a transformada de Fourier bidimensional exige que o dado real seja apresentado em formato de grid regular (BLAKELY, 1996).

#### 3.1.3.2 Análise polinomial

Em nosso trabalho, são analisados polinômios  $n = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$ . Os conjuntos de  $2n + 1$  coeficientes estimados pela Equação 2.7 são apresentados em tabelas ao longo do capítulo de resultados. A Figura 3 apresenta como fluxo metodológico do trabalho foi planejado e executado.

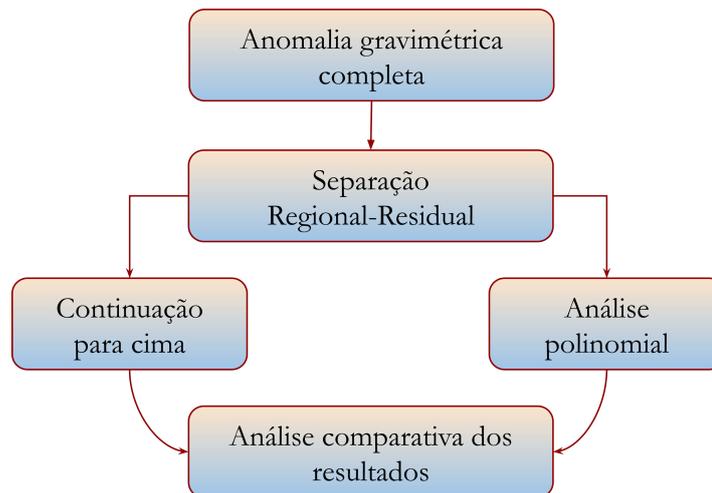


Figura 3 – Fluxograma das etapas executadas no trabalho.

## 4 Resultados e Discussões

Neste capítulo apresentamos os testes comparativos das técnicas de separação regional-residual aplicadas à anomalia gravimétrica sintética corrompida com ruídos pseudo-aleatórios.

### 4.1 Separação via Fourier

Nesta seção apresentamos os resultados da separação regional-residual que utiliza a integral da continuação para cima. Foram realizados três testes em diferentes alturas de continuação para detalhar os aspectos positivos e negativos da técnica no domínio do número de ondas.

#### 4.1.1 Continuação para 100 metros

As Figuras 4 (a,b,c e d) apresentam as anomalias verdadeiras. Já as imagens Figura 4 exibem o teste de separação regional-residual usando a técnica de continuação para cima no domínio do número de ondas, para o caso em que a continuação foi de  $\Delta z = 100m$ .

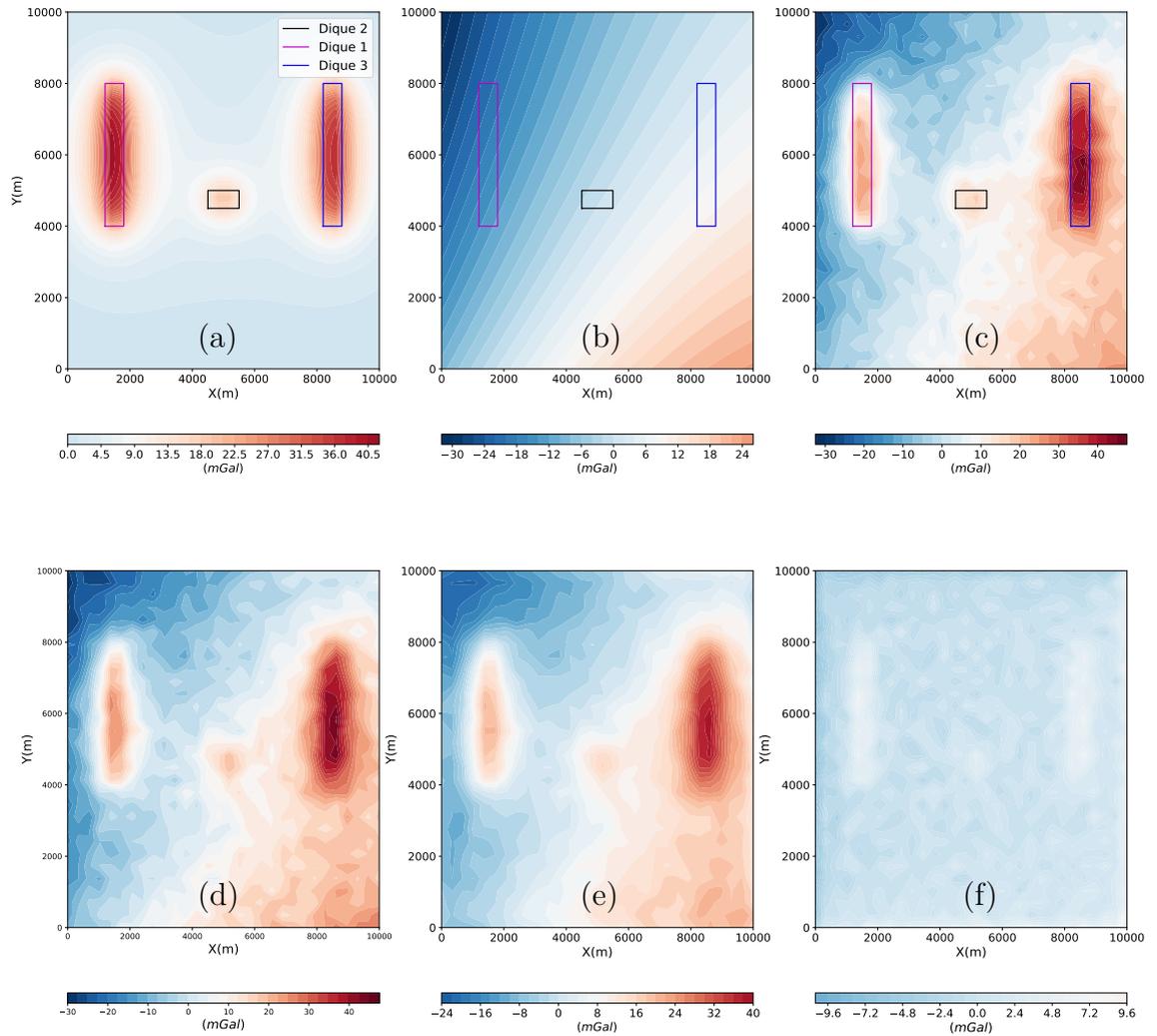


Figura 4 – Modelo composto pela superposição das anomalias gravimétricas produzidas por três diques verticais e isolados em (a) e uma anomalia regional que simula o afinamento crustal em (b). Já em (c) tem-se a anomalia completa e corrompida por ruído pseudo-aleatório com distribuição Gaussiana de média zero e desvio padrão de 2.0 mGal. Continuação para cima com  $\Delta z = 100m$ . (d) Anomalia gravimétrica completa, (e) anomalia gravimétrica regional, (f) anomalia gravimétrica residual. Os grids são de 30 por 30 pontos, totalizando 900 dados.

Podemos observar que, para este caso, a anomalia regional obtida pelo método Fourier (i.e., Figura 4 e) apresenta comportamento muito semelhante ao dado completo, indicando uma insatisfatória separação dos conteúdos de frequência. Dessa forma, podemos afirmar que a continuação de 100m realizada neste teste não é adequada para representar a anomalia regional dada pela Figura 4 (e). Podemos comentar que há algum efeito de borda na aplicação usando a técnica da transformação do dado para o domínio do número de ondas, conforme pode ser comprovado pela Figura 4 (f). Adicionalmente, observa-se que a anomalia gravimétrica residual obtida neste teste é puramente composta por ruídos,

ilustrando um mau uso da técnica.

#### 4.1.2 Continuação para 500 metros

As Figuras 5 (a,b,c e d) apresentam as anomalias verdadeiras. A Figura 5 mostra os mapas de anomalia gravimétrica (d) completa, (e) regional obtida através da continuação para cima de 500 metros e (f) residual, composta pela subtração das duas anteriores.

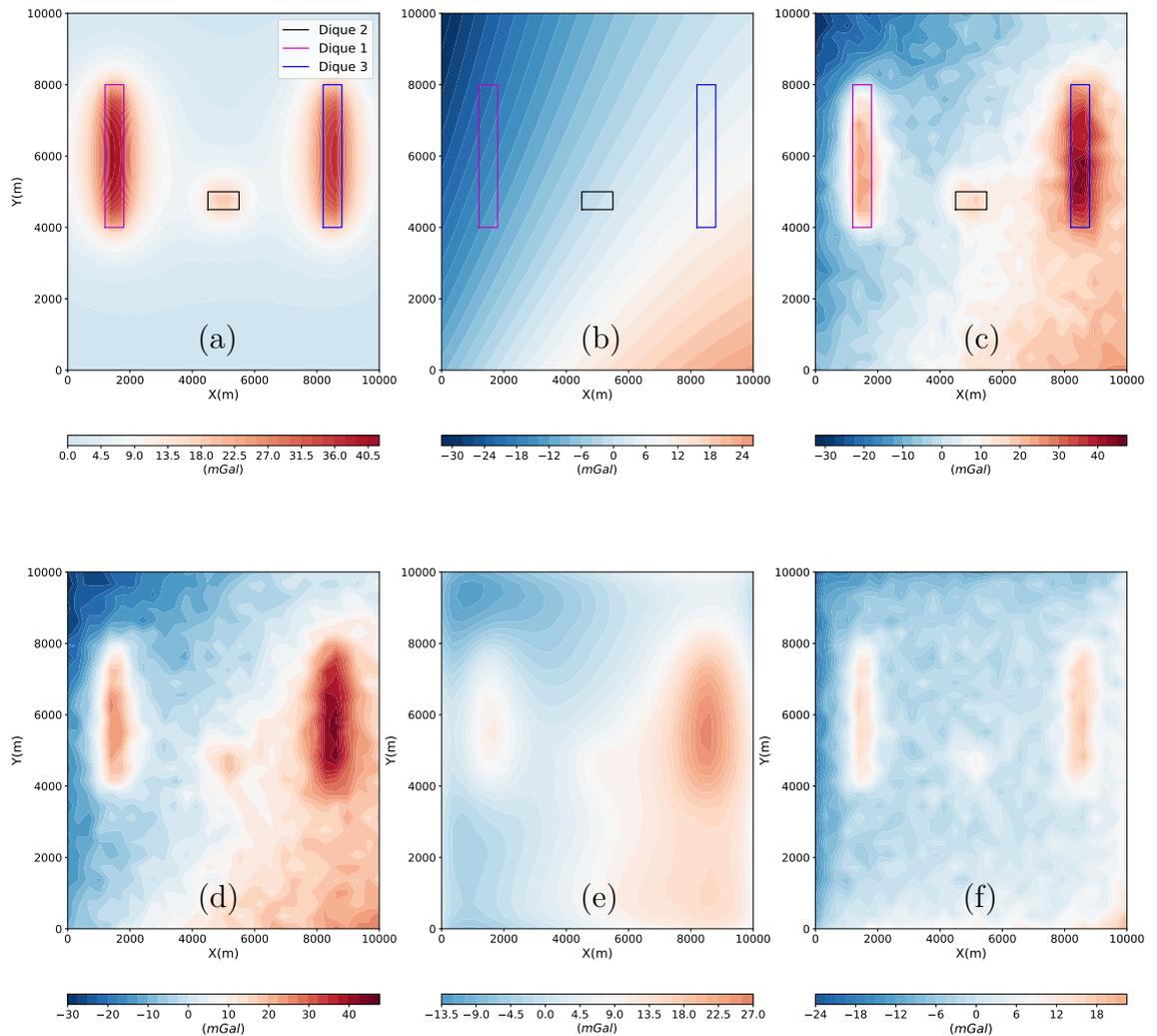


Figura 5 – Modelo composto pela superposição das anomalias gravimétricas produzidas por três diques verticais e isolados em (a) e uma anomalia regional que simula o afinamento crustal em (b). Já em (c) tem-se a anomalia completa e corrompida por ruído pseudo-aleatório com distribuição Gaussiana de média zero e desvio padrão de 2.0 mGal. Continuação para cima com  $\Delta z = 500m$ . (d) Anomalia gravimétrica completa, (e) anomalia gravimétrica regional, (f) anomalia gravimétrica residual. Os grids são de 30 por 30 pontos, totalizando 900 dados.

Podemos observar que, neste caso, o conteúdo de frequências associadas às fontes

regionais é relativamente melhor representado que no caso anterior, conforme pode ser visto na anomalia gravimétrica regional dada pela Figura 5 (e). No entanto, há ainda uma certa mistura dos conteúdos de frequência regional e residual, fato que não é fácil de ser contornado devido às amplitudes da anomalia gravimétrica completa apresentada na Figura 5 (d). O mapa residual na Figura 5 (f) mostra somente duas anomalias isoladas com amplitudes de aproximadamente 10 mGal, enquanto que as anomalias simuladas possuem amplitude da ordem de 48 mGals (Figura 5 a). Por se tratar de um dado sintético, simulamos o sinal gravimétrico produzido por três diques verticais, sendo que o sinal gravimétrico produzido pelo dique 3 não foi adequadamente representado neste exemplo. Isso comprova que a continuação para 500 metros suaviza excessivamente as amplitudes da anomalia gravimétrica residual, especialmente para o caso dos diques 1 e 3, conforme ilustrado na Figura 5 (f).

### 4.1.3 Continuação para 1500 metros

As Figuras 6 (a,b,c e d) apresentam as anomalias verdadeiras, enquanto que (e) é a Anomalia regional obtida através da continuação para cima de 1500 metros e (f) é Anomalia residual.

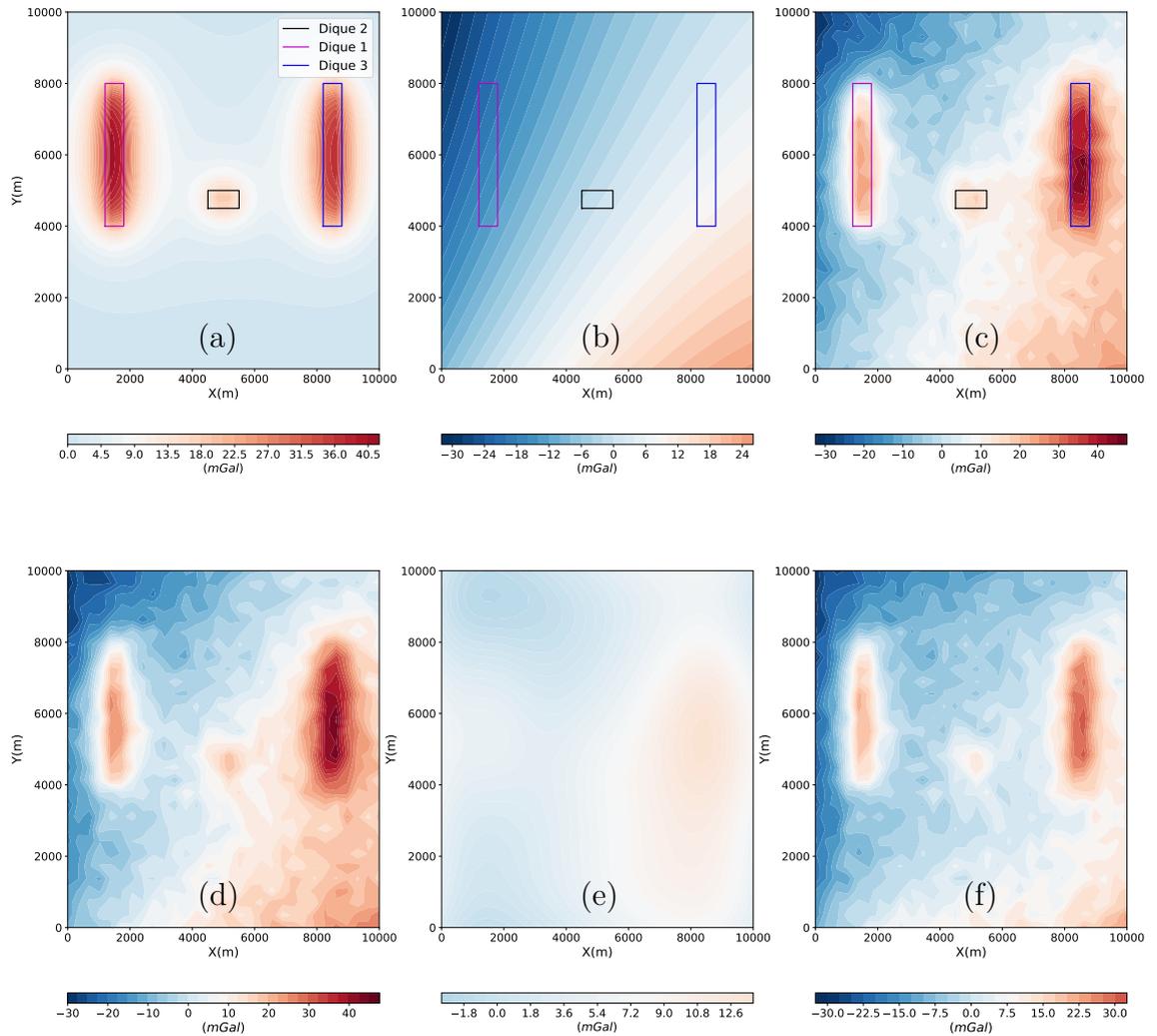


Figura 6 – Modelo composto pela superposição das anomalias gravimétricas produzidas por três diques verticais e isolados em (a) e uma anomalia regional que simula o afinamento crustal em (b). Já em (c) tem-se a anomalia completa e corrompida por ruído pseudo-aleatório com distribuição Gaussiana de média zero e desvio padrão de 2.0 mGal. Continuação para cima com  $\Delta z = 1500m$ . (d) Anomalia gravimétrica completa, (e) anomalia gravimétrica regional, (f) anomalia gravimétrica residual. Os grids são de 30 por 30 pontos, totalizando 900 dados.

Nesta situação, a anomalia regional obtida pelo processamento é bastante suave, com amplitudes variando aproximadamente entre  $-2$  e  $13$  mGal. Como sabemos, a variação da anomalia regional verdadeira se dá entre  $-30$  e  $24$  mGal, mostrando que a continuação para  $1500$  m de altitude não deve ser considerada adequada. A anomalia residual apresentada na Figura 6 (f) continua com o *trend* regional no sentido Noroeste-sudeste. Em relação aos três diques verticais simulados no modelo, podemos verificar que constam no sinal residual, especialmente os diques maiores e mais densos (i.e., diques 1 e 3 da Figura 6 a).

Por fim, em relação à separação regional residual utilizando o domínio do número de

ondas, recomendamos, neste caso controlado, que a continuação seja entre  $1500m \leq \Delta z > 500m$ . Para casos fora deste intervalo, verificamos que a anomalia gravimétrica residual torna-se muito diferente da verdadeira, pela mistura dos conteúdos de frequência do sinal gravimétrico. Este aspecto é um fator limitante da separação utilizando continuação para cima. Esta técnica é adequada quando houver significativa diferença entre as anomalias regional e residual.

## 4.2 Separação via análise polinomial

Seguindo com a análise das diferentes estratégias para separação dos conteúdos de frequência dos dados de campos potenciais, apresentamos os resultados obtidos após a aplicação da técnica polinomial na modelagem da anomalia magnética regional. Testamos diferentes graus de polinômio a fim de verificar, em ambiente controlado, o mais adequado para nossa aplicação.

### 4.2.1 Polinômio de grau 0

As Figuras 7 (a,b,c e d) apresentam as anomalias verdadeiras, com o propósito de facilitar a visualização comparativa dos resultados. A Figura 7 (e,f) apresenta a anomalia regional e a residual, respectivamente para o caso da separação regional-residual via análise polinomial. Observe que, neste caso, o polinômio de grau zero  $P_0$  não é representativo do comportamento regional simulado, que consiste de um afinamento crustal de Noroeste - Sudeste. Por isso, a separação dos conteúdos de frequência do dado de gravidade não foi adequado, fato que era plenamente esperado. Este teste é para fins didáticos. O valor do coeficiente estimado é  $C_0 = 5.16$  mGal.

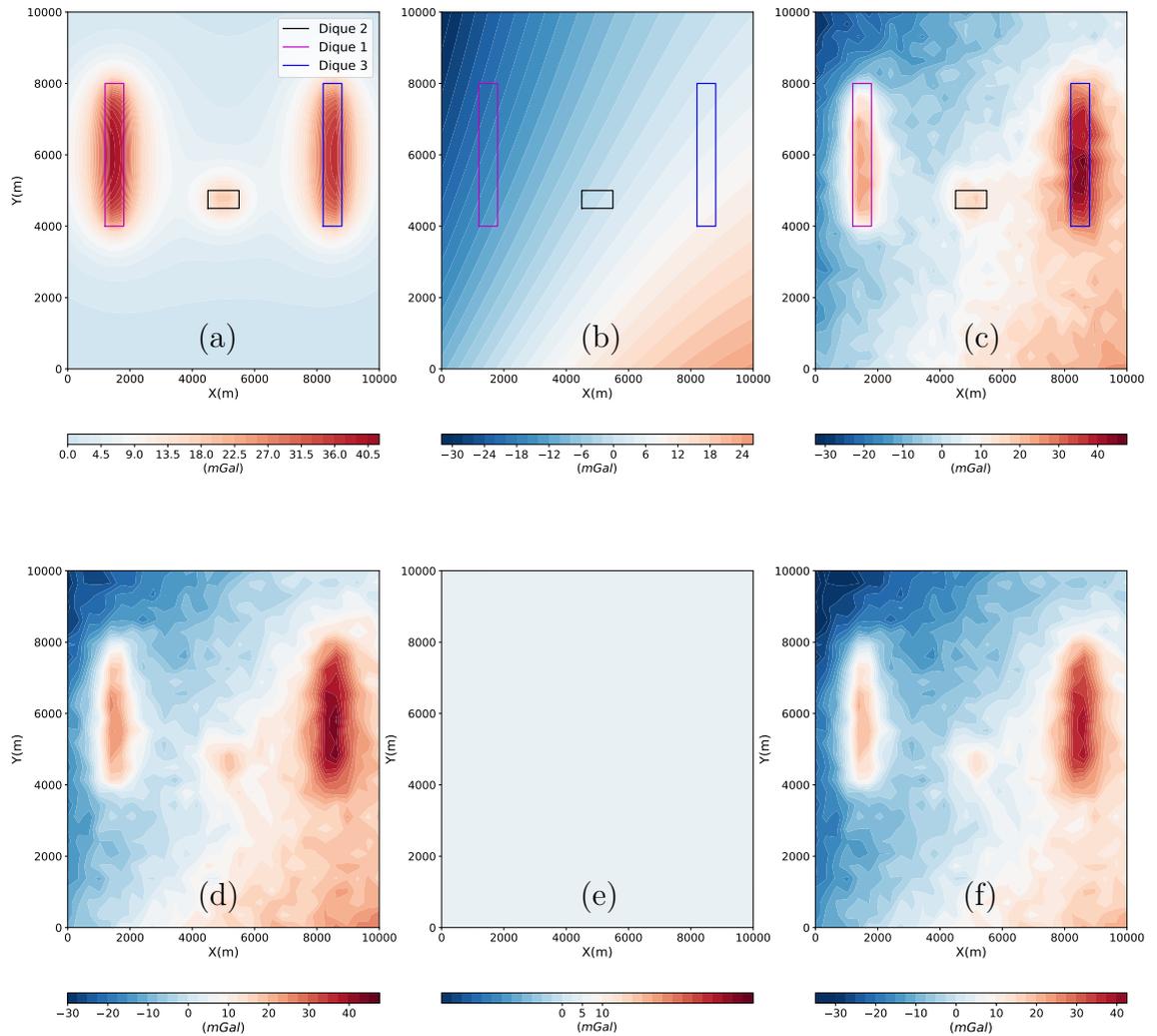


Figura 7 – Modelo composto pela superposição das anomalias gravimétricas produzidas por três diques verticais e isolados em (a) e uma anomalia regional que simula o afinamento crustal em (b). Já em (c) tem-se a anomalia completa e corrompida por ruído pseudo-aleatório com distribuição Gaussiana de média zero e desvio padrão de 2.0 mGal. Separação regional residual segundo análise polinomial. (d) Anomalia gravimétrica completa, (e) Anomalia regional produzida pelo polinômio de grau 0 ( $P_0$ ) e (f) Anomalia residual produzida pela diferença entre (d) e (e). O polinômio de grau zero  $P_0$  produz uma anomalia regional constante de 5.16 mGal.

Basicamente, a Figura 7 (f) teve a sua anomalia reduzida em 5.16 mGal, sem alteração em quaisquer feições.

#### 4.2.2 Polinômio de grau 1

As Figuras 8 (a,b,c e d) apresentam as anomalias verdadeiras, com o propósito de facilitar a visualização comparativa dos resultados. A Figura 8 mostra a separação

regional-residual por meio da análise polinomial de grau um. Observe que, neste caso, o polinômio de grau um ( $P_1$ ) representa satisfatoriamente o comportamento da anomalia regional simulada, conforme visto na Figura 8 (e). Por isso, a separação dos conteúdos de frequência do dado de gravidade pode ser considerado adequado, embora haja algumas diferenças nas amplitudes da anomalia regional simulada por  $P_1$  quando comparado com o modelo de referência dado pela Figura 8 (b). As amplitudes observadas na anomalia gravimétrica regional verdadeira (ver Figura 8 b) variam aproximadamente entre  $-30$  e  $24$  mGals, enquanto que as amplitudes estimadas por  $P_1$  estão entre  $-18$  e  $30$  mGals, fato que mostra alguma superposição do sinal dos diques na estimativa dos coeficientes de  $P_1$ .

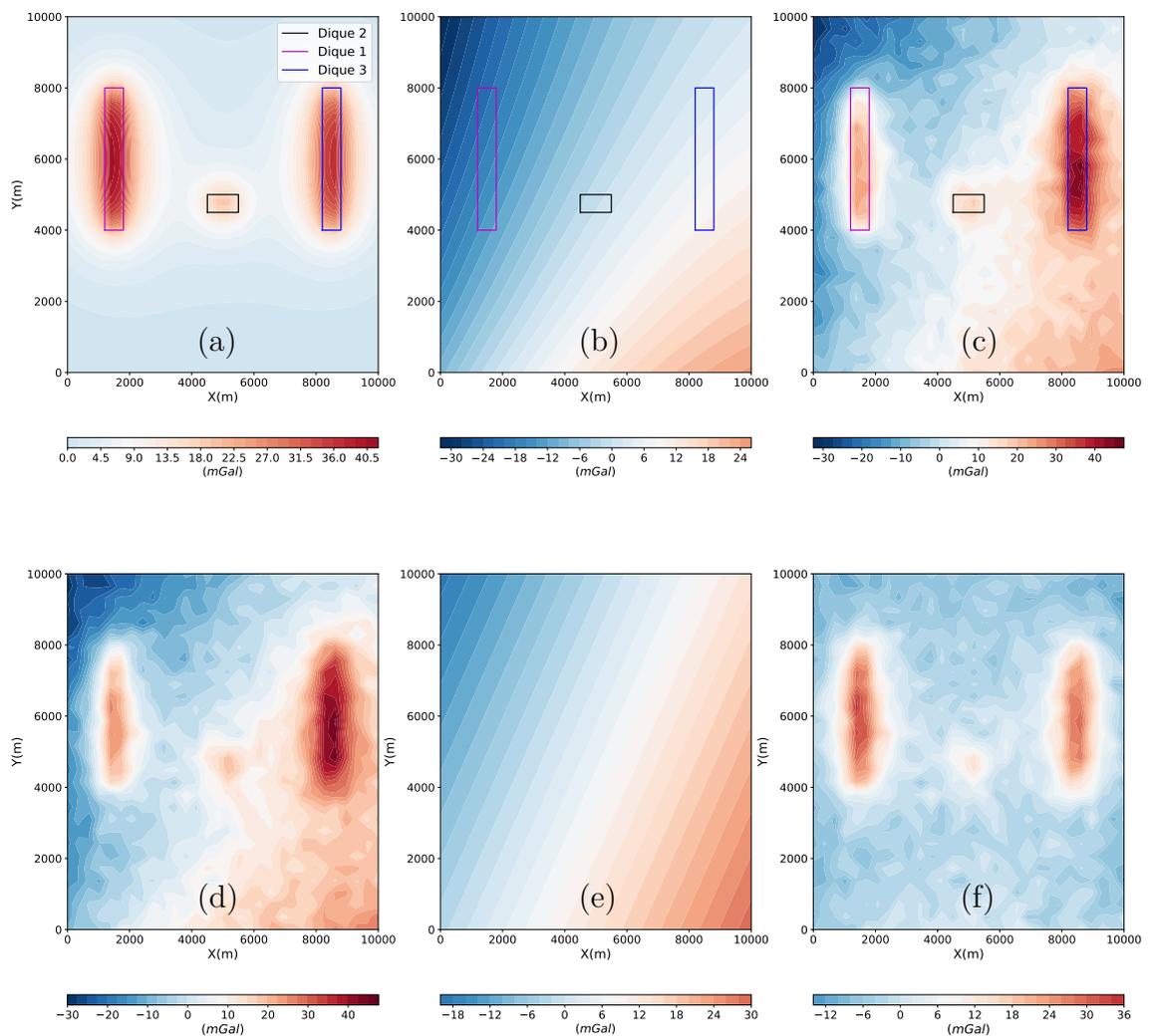


Figura 8 – Modelo composto pela superposição das anomalias gravimétricas produzidas por três diques verticais e isolados em (a) e uma anomalia regional que simula o afinamento crustal em (b). Já em (c) tem-se a anomalia completa e corrompida por ruído pseudo-aleatório com distribuição Gaussiana de média zero e desvio padrão de 2.0 mGal. Separação regional residual segundo análise polinomial. (d) Anomalia gravimétrica completa, (e) Anomalia regional produzida pelo  $P_1$  e (f) Anomalia residual produzida pela diferença entre (d) e (e).

Os valores dos coeficientes estimados para  $P_1$  constam na Tabela 3.

Tabela 3 – Tabela com os valores estimados dos coeficientes do  $P_1$

$C_0$	$C_1$	$C_2$
-2.79	$3.21 \times 10^{-3}$	$-1.62 \times 10^{-3}$

### 4.2.3 Polinômio de grau 2

As Figuras 9 (a,b,c e d) apresentam as anomalias verdadeiras, com o propósito de facilitar a visualização comparativa dos resultados. A Figura 9 apresenta a separação regional-residual por meio da análise polinomial de grau dois. Observe que, neste caso, o polinômio de grau dois ( $P_2$ ) apresenta uma boa relação com a anomalia regional verdadeira, conforme visto na Figura 9 (e). Sendo assim, a separação dos conteúdos de frequência do dado de gravidade pode ser considerado adequado, mesmo havendo diferenças nas amplitudes e no formato da anomalia regional simulada por  $P_2$  quando comparado com o regional verdadeiro, que neste caso é a nossa referência, dada pela Figura 9 (b). As amplitudes observadas na anomalia gravimétrica regional verdadeira (ver Figura 9 b) variam aproximadamente entre  $-30$  e  $24$  mGals, enquanto que as amplitudes estimadas por  $P_2$  estão entre  $-24$  e  $30$  mGals, mostrando que o sinal gravimétrico produzido pelos diques verticais apresenta alguma superposição ao sinal do regional, fato que interfere na estimativa dos coeficientes de  $P_2$ . Ao analisarmos a anomalia gravimétrica regional Figura 9(e) podemos observar que esta diminui o sinal produzido pelo dique 3 na anomalia gravimétrica residual por se tratar de um polinômio de grau dois.

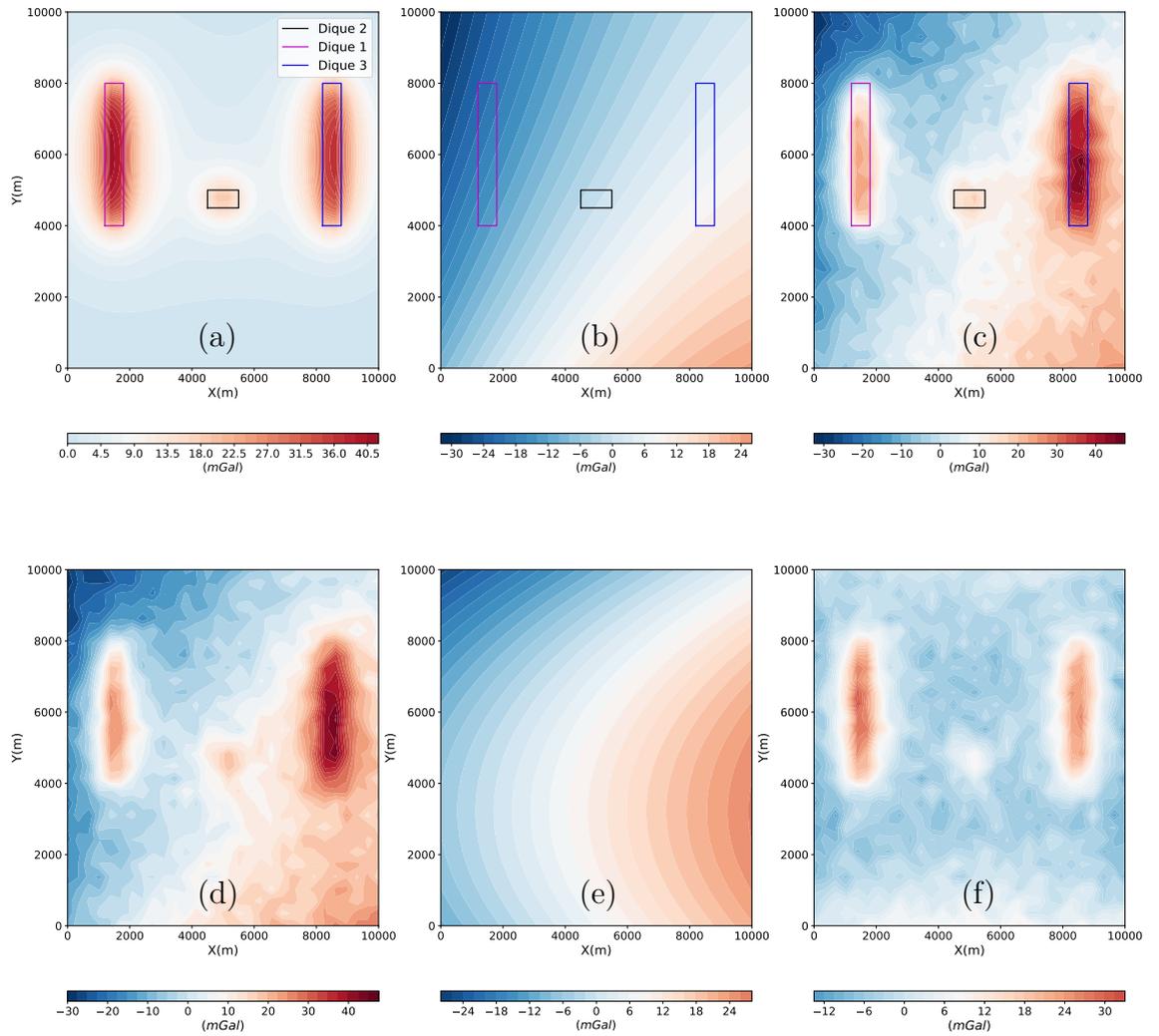


Figura 9 – Modelo composto pela superposição das anomalias gravimétricas produzidas por três diques verticais e isolados em (a) e uma anomalia regional que simula o afinamento crustal em (b). Já em (c) tem-se a anomalia completa e corrompida por ruído pseudo-aleatório com distribuição Gaussiana de média zero e desvio padrão de 2.0 mGal. Separação regional residual segundo análise polinomial. (d) Anomalia gravimétrica completa, (e) Anomalia regional produzida pelo  $P_2$  e (f) Anomalia residual produzida pela diferença entre (d) e (e).

Os valores dos coeficientes estimados para  $P_2$  constam na Tabela 4.

Tabela 4 – Tabela com os valores estimados dos coeficientes de  $P_2$

$C_0$	$C_1$	$C_2$	$C_3$	$C_4$
-10.55	$3.48 \times 10^{-3}$	$2.93 \times 10^{-3}$	$-2.66 \times 10^{-8}$	$-4.55 \times 10^{-7}$

#### 4.2.4 Polinômio de grau 3

As Figuras 10 (a,b,c e d) apresentam as anomalias verdadeiras, com o propósito de facilitar a visualização comparativa dos resultados. A Figura 10 apresenta a separação regional-residual por meio da análise polinomial de grau três. O polinômio de grau três ( $P_3$ ) apresenta um regional muito matemático, fugindo das características quando comparado com a anomalia regional simulada, conforme visto na Figura 10 (e). Logo, a separação dos conteúdos de frequência do dado de gravidade pode ser considerado inadequada, ao compararmos as amplitudes da anomalia regional simulada por  $P_3$  com o modelo de referência dado pela Figura 10 (b). As amplitudes observadas na anomalia gravimétrica regional verdadeira (ver Figura 10 b) variam aproximadamente entre  $-30$  e  $24$  mGals, enquanto que as amplitudes estimadas por  $P_3$  estão entre  $-32$  e  $30$  mGals, no entanto, mesmo os valores estando próximos não estão bem representadas devido ao motivo anteriormente citado.

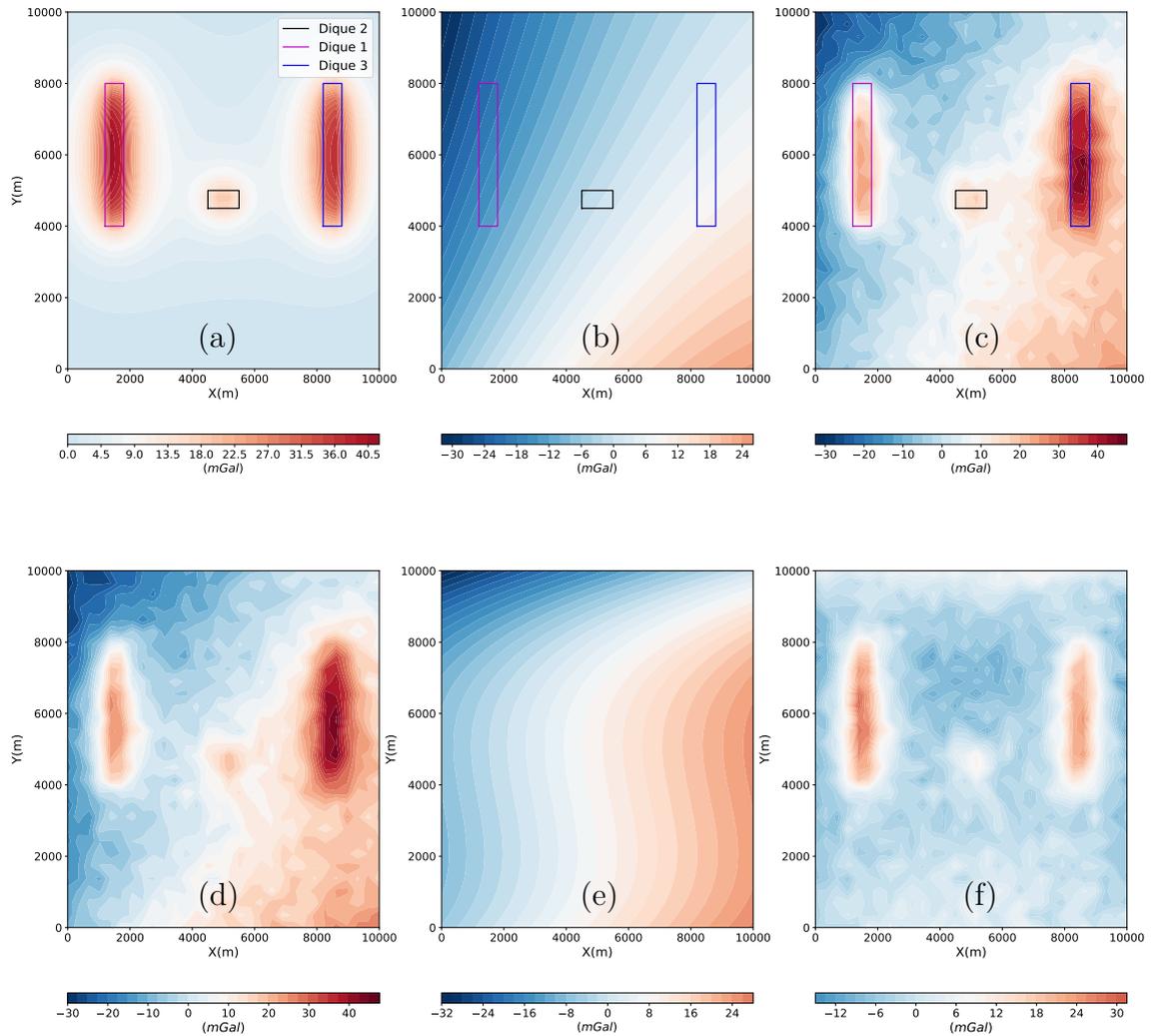


Figura 10 – Modelo composto pela superposição das anomalias gravimétricas produzidas por três diques verticais e isolados em (a) e uma anomalia regional que simula o afinamento crustal em (b). Já em (c) tem-se a anomalia completa e corrompida por ruído pseudo-aleatório com distribuição Gaussiana de média zero e desvio padrão de 2.0 mGal. Separação regional residual segundo análise polinomial. (d) Anomalia gravimétrica completa, (e) Anomalia regional produzida pelo  $P_3$  e (f) Anomalia residual produzida pela diferença entre (d) e (e).

Os valores dos coeficientes estimados para  $P_3$  constam na Tabela 5.

Tabela 5 – Tabela com os valores estimados dos coeficientes de  $P_3$

$C_0 = -5.79$	$C_1 = 3.59 \times 10^{-3}$	$C_2 = -3.42 \times 10^{-3}$
$C_3 = -5.43 \times 10^{-8}$	$C_4 = 1.16 \times 10^{-6}$	$C_5 = 1.84 \times 10^{-12}$
$C_6 = -1.07 \times 10^{-10}$		

#### 4.2.5 Polinômio de grau 4

As Figuras 11 (a,b,c e d) apresentam as anomalias verdadeiras, com o propósito de facilitar a visualização comparativa dos resultados. A Figura 11 apresenta a separação regional-residual por meio da análise polinomial de grau quatro. Por ser um polinômio de grau quatro ( $P_4$ ) este apresenta uma anomalia gravimétrica regional com grande diferenças de valores entre seus mínimos e máximos; destoando muito quando comparada com a anomalia regional simulada, conforme visto na Figura 11 (e). Assim, a separação dos conteúdos de frequência do dado de gravidade pode ser considerado inadequado, ao compararmos as amplitudes da anomalia regional simulada por  $P_4$  com o modelo de referência dado pela Figura 11 (b). As amplitudes observadas na anomalia gravimétrica regional verdadeira (ver Figura 11 b) variam aproximadamente entre  $-30$  e  $24$  mGals, enquanto que as amplitudes estimadas por  $P_4$  estão entre  $-32$  e  $34$  mGals, no entanto, mesmo os valores estando próximos não estão bem representadas devido ao motivo anteriormente citado.

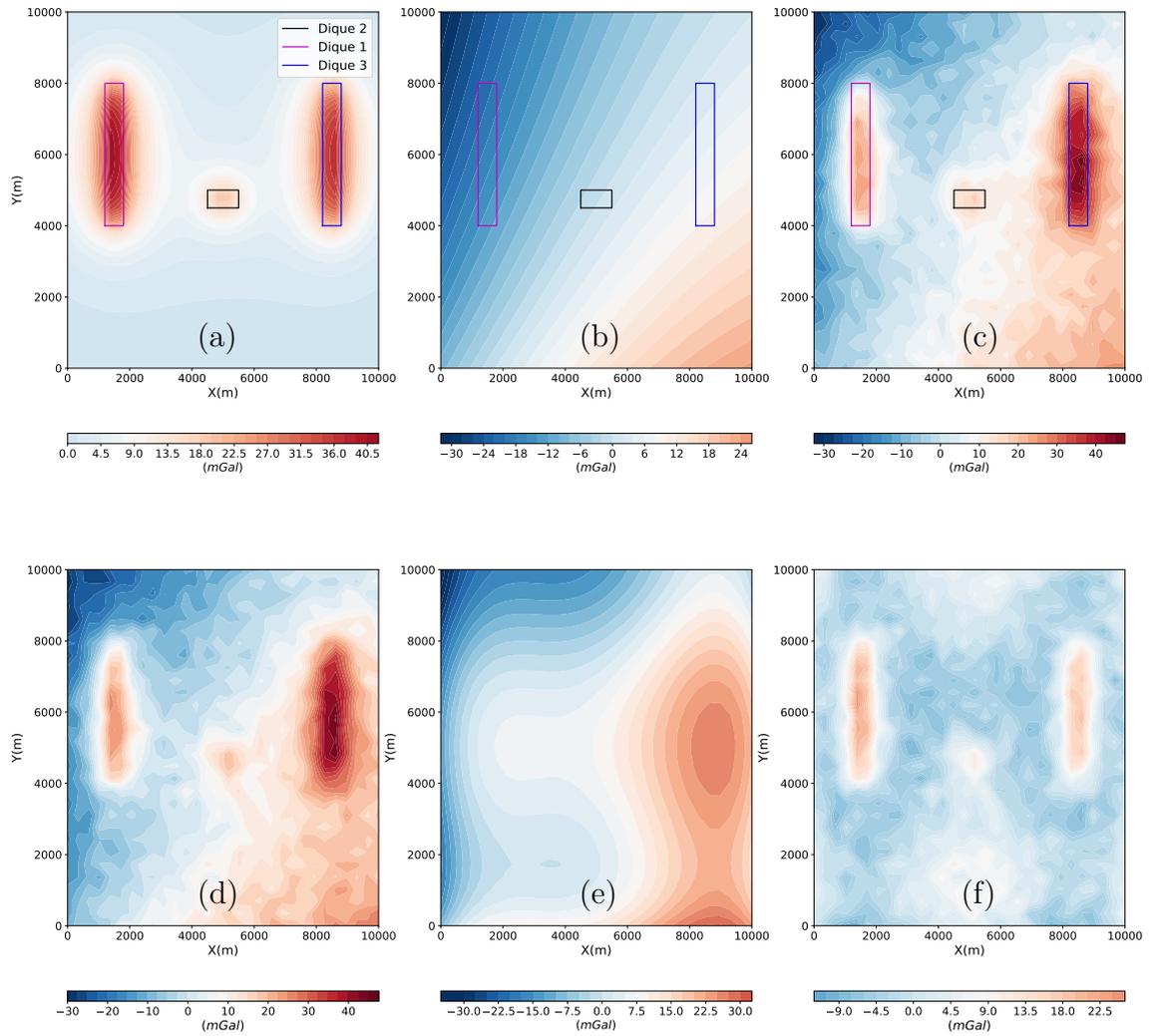


Figura 11 – Modelo composto pela superposição das anomalias gravimétricas produzidas por três diques verticais e isolados em (a) e uma anomalia regional que simula o afinamento crustal em (b). Já em (c) tem-se a anomalia completa e corrompida por ruído pseudo-aleatório com distribuição Gaussiana de média zero e desvio padrão de 2.0 mGal. Separação regional residual segundo análise polinomial. (d) Anomalia gravimétrica completa, (e) Anomalia regional produzida pelo  $P_4$  e (f) Anomalia residual produzida pela diferença entre (d) e (e).

Os valores dos coeficientes estimados para  $P_4$  constam na Tabela 6.

Tabela 6 – Tabela com os valores estimados dos coeficientes de  $P_4$

$C_0 = -8.88$	$C_1 = 2.02 \times 10^{-2}$	$C_2 = -1.28 \times 10^{-2}$
$C_3 = -7.86 \times 10^{-6}$	$C_4 = 5.57 \times 10^{-6}$	$C_5 = 1.23 \times 10^{-9}$
$C_6 = -8.01 \times 10^{-14}$	$C_7 = -6.14 \times 10^{-14}$	$C_8 = 3.47 \times 10^{-14}$

#### 4.2.6 Polinômio de grau 5

As Figuras 12 (a,b,c e d) apresentam as anomalias verdadeiras, com o propósito de facilitar a visualização comparativa dos resultados. A Figura 12 apresenta a separação regional-residual por meio da análise polinomial de grau cinco. O polinômio de grau cinco ( $P_5$ ) mostra-se inadequado, pois a anomalia gravimétrica regional apresentada novamente grandes diferenças de valores entre seus máximos e mínimos, muito diferente da anomalia regional simulada, como visto na Figura 12 (e). Logo, a separação dos conteúdos de frequência do dado de gravidade pode ser considerado insatisfatória, quando comparamos as amplitudes da anomalia regional simulada por  $P_5$  com o modelo de referência dado pela Figura 12 (b). As amplitudes observadas na anomalia gravimétrica regional verdadeira (ver Figura 12 b) variam aproximadamente entre  $-30$  e  $24$  mGals, enquanto que as amplitudes estimadas por  $P_5$  estão entre  $-32$  e  $30$  mGals, no entanto, mesmo os valores estando próximos não estão bem representadas devido ao motivo anteriormente citado.

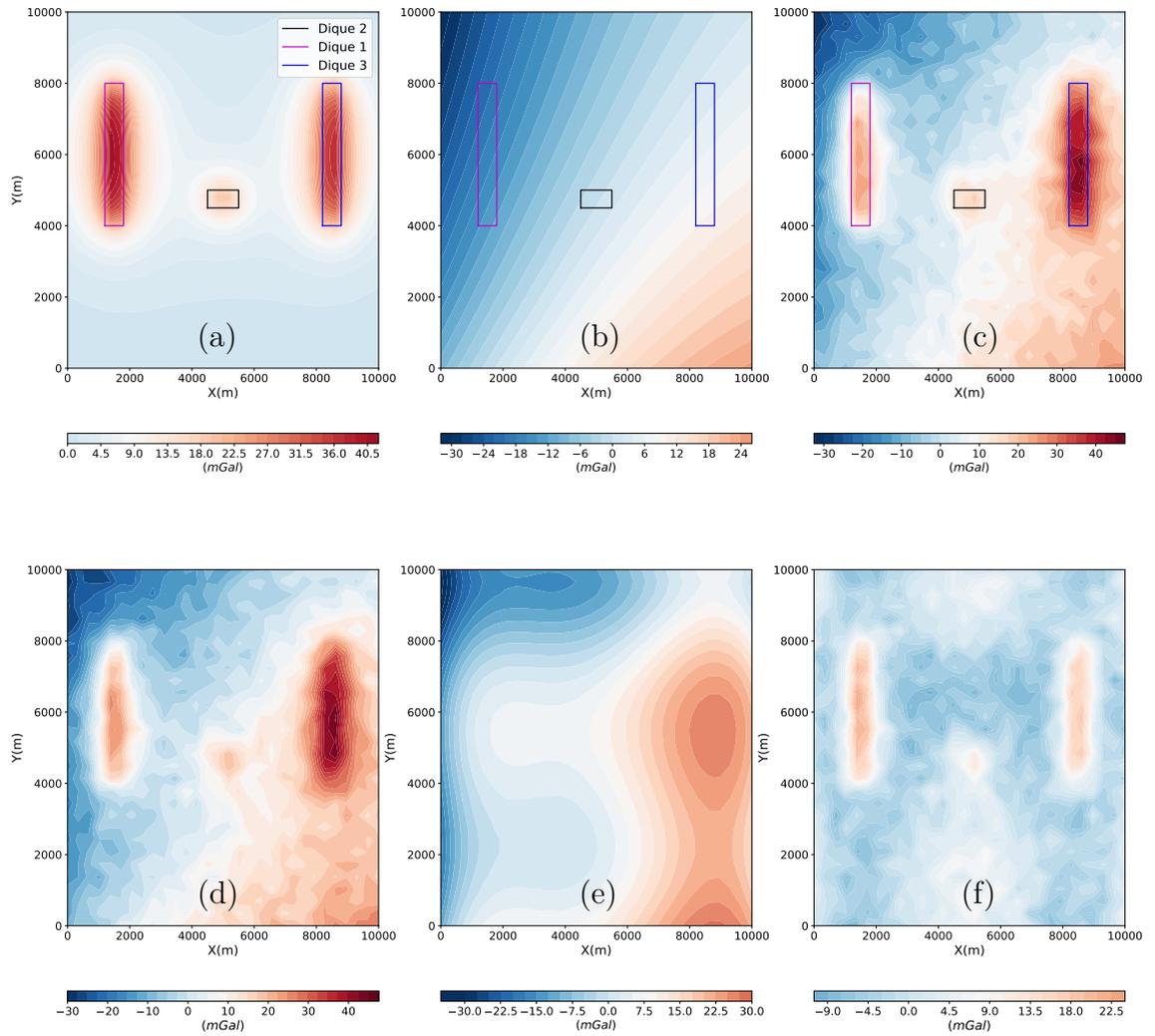


Figura 12 – Modelo composto pela superposição das anomalias gravimétricas produzidas por três diques verticais e isolados em (a) e uma anomalia regional que simula o afinamento crustal em (b). Já em (c) tem-se a anomalia completa e corrompida por ruído pseudo-aleatório com distribuição Gaussiana de média zero e desvio padrão de 2.0 mGal. Separação regional residual segundo análise polinomial. (d) Anomalia gravimétrica completa, (e) Anomalia regional produzida pelo  $P_5$  e (f) Anomalia residual produzida pela diferença entre (d) e (e).

Os valores dos coeficientes estimados para  $P_5$  constam na Tabela 7.

Tabela 7 – Tabela com os valores estimados dos coeficientes de  $P_5$

$C_0 = -11.3$	$C_1 = 2.18 \times 10^{-2}$	$C_2 = -5.01 \times 10^{-3}$
$C_3 = -9.00 \times 10^{-6}$	$C_4 = -2.87 \times 10^{-7}$	$C_5 = 1.53 \times 10^{-9}$
$C_6 = 7.98 \times 10^{-10}$	$C_7 = -9.64 \times 10^{-14}$	$C_8 = -1.46 \times 10^{-13}$
$C_9 = 1.40 \times 10^{-18}$	$C_{10} = 7.24 \times 10^{-18}$	

#### 4.2.7 Polinômio de grau 6

As Figuras 13 (a,b,c e d) apresentam as anomalias verdadeiras, com o propósito de facilitar a visualização comparativa dos resultados. A Figura 13 apresenta a separação regional-residual por meio da análise polinomial de grau seis. Por ser um polinômio de grau seis ( $P_6$ ) este apresenta uma anomalia gravimétrica regional com grande diferenças de valores entre seus mínimos e máximos; sendo assim, muito diferente da anomalia regional simulada, se compararmos ambas, conforme visto na Figura 13 (e). Assim, a separação dos conteúdos de frequência do dado de gravidade é inapropriada, comparando as amplitudes da anomalia regional simulada por  $P_6$  com o modelo de referência dado pela Figura 13 (e). As amplitudes observadas na anomalia gravimétrica regional verdadeira (ver Figura 13 b) variam aproximadamente entre  $-30$  e  $24$  mGals e as amplitudes estimadas por  $P_6$  estão entre  $-38$  e  $30$  mGals.

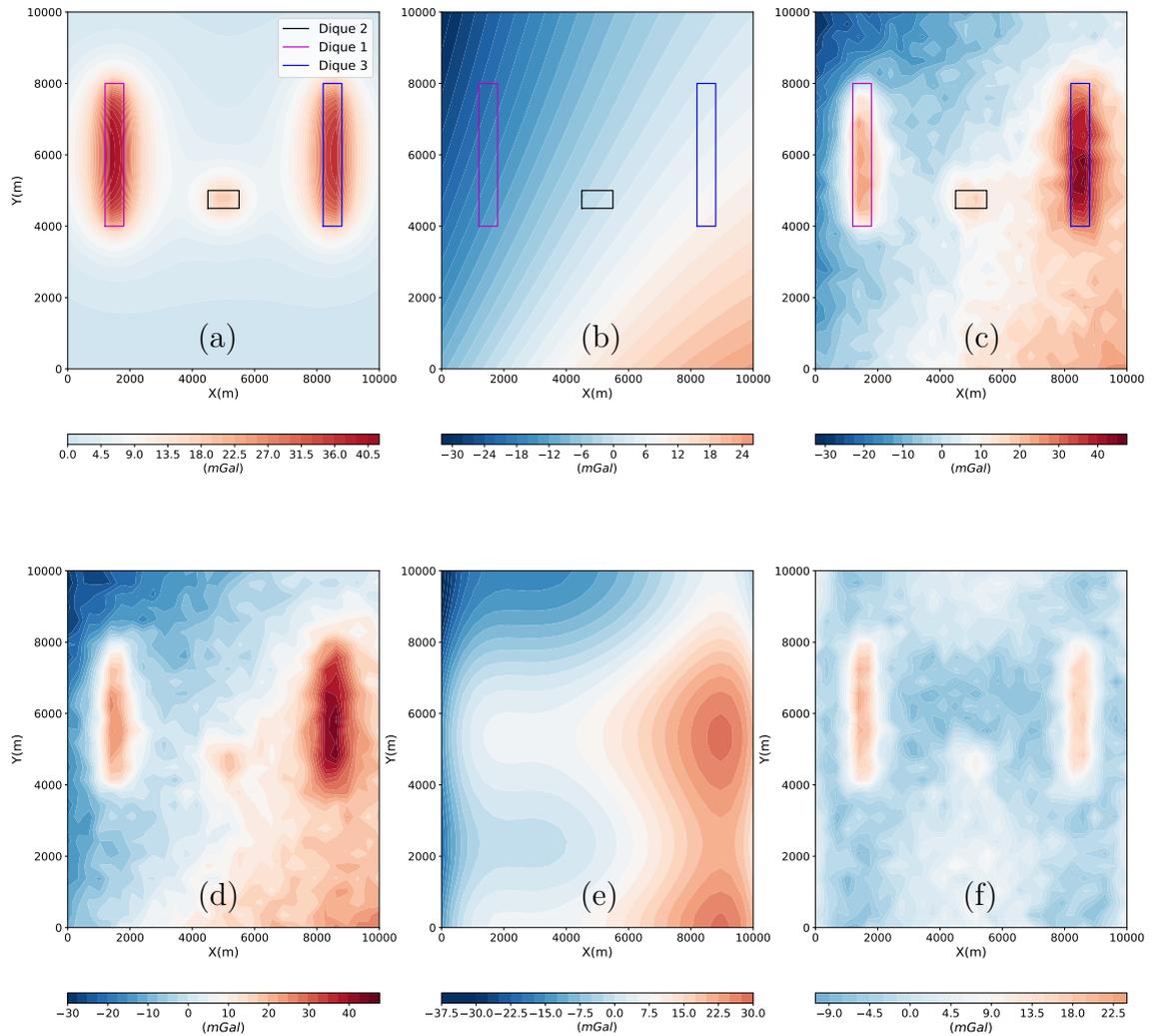


Figura 13 – Modelo composto pela superposição das anomalias gravimétricas produzidas por três diques verticais e isolados em (a) e uma anomalia regional que simula o afinamento crustal em (b). Já em (c) tem-se a anomalia completa e corrompida por ruído pseudo-aleatório com distribuição Gaussiana de média zero e desvio padrão de 2.0 mGal. Separação regional residual segundo análise polinomial. (d) Anomalia gravimétrica completa, (e) Anomalia regional produzida pelo  $P_6$  e (f) Anomalia residual produzida pela diferença entre (d) e (e).

Os valores dos coeficientes estimados para  $P_6$  constam na Tabela 8.

Tabela 8 – Tabela com os valores estimados dos coeficientes de  $P_6$

$C_0 = -13.4$	$C_1 = 2.94 \times 10^{-2}$	$C_2 = 9.16 \times 10^{-4}$
$C_3 = -1.74 \times 10^{-5}$	$C_4 = -6.81 \times 10^{-6}$	$C_5 = 5.03 \times 10^{-9}$
$C_6 = 3.51 \times 10^{-9}$	$C_7 = -7.62 \times 10^{-13}$	$C_8 = -6.62 \times 10^{-13}$
$C_9 = 6.03 \times 10^{-17}$	$C_{10} = 5.29 \times 10^{-17}$	$C_{11} = -1.96 \times 10^{-21}$
$C_{12} = -1.52 \times 10^{-21}$		

## 5 Conclusões

Esse trabalho tem como objetivo fazer uma análise comparativa, utilizando gravimetria sintética, da técnica de separação regional-residual utilizada no domínio do espaço e número de ondas. Para exemplificar, testes comparativos utilizando anomalias gravimétricas ruidosas foram considerados. Estes simulam diques intrudidos em uma subsuperfície de transição entre crosta oceânica e continental, representando um afinamento crustal na direção Sudeste-Noroeste. Inicialmente, resolvemos a integral da continuação para cima por meio da transformada de Fourier como proposta de separação entre as anomalias regional e residual. Em seguida, a análise polinomial é utilizada na tentativa de separar os diferentes comprimentos de onda das anomalias gravimétricas. Podemos avaliar que ambas as técnicas possuem aspectos positivos e negativos. No caso da continuação para cima, um ponto positivo é a suavidade na separação entre os conteúdos de frequência. Dessa forma, é possível ter total controle da continuação para cima. No entanto, definir com assertividade a altitude da continuação para cima que separa as anomalias regional e residual é uma tarefa muito desafiadora, requerendo sucessivas tentativas.

Para o caso da análise polinomial, esta mostrou-se muito adequada para simular a anomalia gravimétrica regional, devido à condição de afinamento crustal, muito semelhante a um plano inclinado (ou seja, um polinômio de primeiro grau). Alternativamente, vale salientar que aumentar deliberadamente o grau do polinômio não garante uma simulação verídica da condição de transiente entre continente e oceano.

Podemos então afirmar que, para o modelo de crosta simulado neste trabalho, a separação regional-residual realizada pela análise polinomial é a mais adequada. Como alternativas para aprimorar o trabalho realizado tem-se a utilização de outros modelos crustais mais complexos, outras técnicas de separação regional-residual, ou ainda a utilização dos dados de satélite para representar a anomalia regional.

# Referências

- ABDELRAHMAN, E. et al. On the least-squares residual anomaly determination. *Geophysics*, Society of Exploration Geophysicists, v. 50, n. 3, p. 473–480, 1985.
- AGOCS, W. Least squares residual anomaly determination. *Geophysics*, Society of Exploration Geophysicists, v. 16, n. 4, p. 686–696, 1951.
- BELTRAO, J.; SILVA, J.; COSTA, J. Robust polynomial fitting method for regional gravity estimation. *Geophysics*, Society of Exploration Geophysicists, v. 56, n. 1, p. 80–89, 1991.
- BLAKELY, R. J. *Potential theory in gravity and magnetic applications*. [S.l.]: Cambridge university press, 1996.
- FILHO, N. d. L. R. et al. Anomalia gravimétrica residual da bacia de barreirinhas obtida a partir da modelagem crustal gemma. 2017.
- FILHO, N. R.; MARTINS, C. M.; SANTOS, R. de S. A novel regional-residual separation approach for gravity data through crustal modeling. *Brazilian Journal of Geophysics*, v. 36, n. 4, p. 491–505, 2018.
- KEAREY, P.; BROOKS, M.; HILL, I. *An introduction to geophysical exploration*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2002. v. 4.
- KEATING, P.; PINET, N. Use of non-linear filtering for the regional–residual separation of potential field data. *Journal of Applied Geophysics*, Elsevier, v. 73, n. 4, p. 315–322, 2011.
- KELLOGG, O. D. *Foundations of potential theory*. [S.l.]: Courier Corporation, 1953. v. 31.
- LAFEHR, T. R.; NABIGHIAN, M. N. *Fundamentals of gravity exploration*. [S.l.]: Society of Exploration Geophysicists, 2012.
- NAGY, D.; PAPP, G.; BENEDEK, J. The gravitational potential and its derivatives for the prism. *Journal of Geodesy*, Springer, v. 74, p. 552–560, 2000.
- PARASNIS, D. S. *Principles of applied geophysics*. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2012.
- SANTOS-JUNIOR, G. C. dos; MARTINS, C. M.; RIBEIRO-FILHO, N. Residual gravity anomaly of brazilian marajó basin using crustal modeling: identifying structural and tectonic features. *Brazilian Journal of Geophysics*, v. 37, n. 2, p. 199–209, 2019.
- SPECTOR, A.; GRANT, F. Statistical models for interpreting aeromagnetic data. *Geophysics*, Society of Exploration Geophysicists, v. 35, n. 2, p. 293–302, 1970.
- TSUBOI, C. Gravity anomalies and the corresponding subterranean mass distributions. *Proceedings of the Imperial Academy*, The Japan Academy, v. 14, n. 5, p. 170–175, 1938.

WESSEL, P. An empirical method for optimal robust regional-residual separation of geophysical data. *Mathematical Geology*, Springer, v. 30, p. 391–408, 1998.

WESSEL, P. Regional-residual separation of bathymetry and revised estimates of hawaii plume flux. *Geophysical Journal International*, Oxford University Press, v. 204, n. 2, p. 932–947, 2016.